МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 1993

УДК 539.3

© 1993 г. П. В. ТРЕТЬЯКОВ

ДИФРАКЦИЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПЛОСКИХ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ УПРУГИХ ВОЛН НА ПОЛУПЛОСКОСТИ И НА ПОЛОСЕ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

В линейной постановке исследуется плоская нестационарная задача дифракции произвольных плоских и цилиндрических волн на абсолютно жесткой вставке, имеющей вид полуплоскости или полосы, в бесконечное упругое пространство.

Рассмотрение граничных условий свободного проскальзывания обеспечивает независимость начально-краевых задач для потенциалов волн растяжения-сжатия и сдвига, что позволяет решать задачу отдельно для продольных и поперечных волн [1—2]. Решение строится с помощью интеграла типа интеграла Дюамеля, полученного ранее [3—4].

1. Рассмотрим упругую среду со скоростями распространения продольных и поперечных волн 1 и γ соответственно, в которую вставлена без трения абсолютно жесткая полуплоскость $\vartheta = 0,2\pi$, на ее поверхности выполняются условия $u_\vartheta = 0$, $\sigma_{r\vartheta} = 0$, где r, ϑ — цилиндрические координаты, с центром на кромке полуплоскости; u_ϑ, $\sigma_{r\vartheta}$ — компоненты вектора смещения и тензора напряжений.

Пусть в момент времени $t=0$ на кромку полуплоскости набегает продольная упругая волна с потенциалом

$$f(t,\ r,\ \alpha + \vartheta)\ H(\eta(t,\ r) - \cos(\alpha + \upsilon)) \tag{1.1}$$

являющаяся решением волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \vartheta^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \tag{1.2}$$

Множитель в вид функции Хевисайда $H(\tau)$ в (1.1) свидетельствует о том, что фронт волны можно представить в виде

$$\eta(t,\ r) - \cos(\alpha + \vartheta) = 0 \tag{1.3}$$

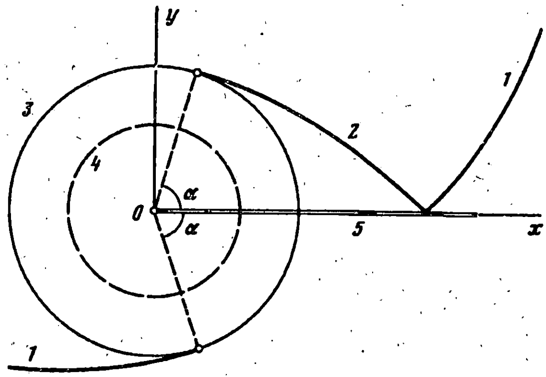
В такой же постановке решалась задача для плоской единичной волны [1] и волны с цилиндрической симметрией [2]. Следуя [2], получим, что задача сводится к поиску в области дифракции решения в виде продольного потенциала φ, удовлетворяющего уравнению (1.2), и поперечного —ψ, удовлетворяющего уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial \vartheta^2} - \frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \tag{1.4}$$

причем на поверхности полуплоскости ($\vartheta = 0,\ 2\pi$) выполняются условия

$$\partial\varphi/\partial\vartheta = 0,\ \psi = 0 \tag{1.5}$$

Продольный и поперечный потенциал при $r \to 0$ связаны между собой условием ограниченности компонент вектора смещения



Фиг. 1

$$u_\vartheta, u_r = \text{const} + O(r^\varepsilon), \quad \varepsilon > 0 \tag{1.6}$$

Картина дифракции представлена на фиг. 1, где *1* — падающая волна, *2* — отраженная волна, *3* — продольная дифракционная волна, *4* — поперечная дифракционная волна, *5* — полуплоскость.

2. В [3] при рассмотрении этой же задачи в акустическом приближении было показано, что ее удобнее свести к задаче дифракции отдельно падающей и отдельно отраженной волн на римановой поверхности с периодичностью 4π, а затем путем линейной комбинации полученных решений удовлетворить граничным условиям на полуплоскости. При этом можно решить задачу для $\alpha = 0$, и путем поворота на соответствующий угол (замены α на $(\alpha + \vartheta)$ или на $(\alpha - \vartheta)$) получить решение для падающей или отраженной волны. До прихода на разрез римановой поверхности падающая волна существует через лист (см. [3]), что можно отразить, домножив выражение (1.1) на $H(\sin(\alpha + \vartheta)/2)$. Решение в акустическом приближении, добавляемое к потенциалу (1.1) падающей волны, имеет вид

$$\varphi_a = \Big[-\frac{1}{4\pi} \int_{-\mu}^{\mu} \Phi(t, r, R_u) \frac{\sin \vartheta/2 \, du}{u^2 + \sin^2 \vartheta/2} + \tag{2.1}$$

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_{\nu}^{1} Z(t, r, R_w) \frac{\cos \vartheta/2 \, dw}{w^2 - \cos^2 \vartheta/2} \Big] H(\eta - 1)$$

$$\mu = [(\eta - 1)/2]^{1/2}, \quad \nu = [(\eta + 1)/2]^{1/2} i^2 = -1$$

$$\Phi(t, r, R_u) = f(t, r, -R_u) + f(t, r, R_u)$$

$$R_u = i, \quad \ln[(u^2 + 1)^{1/2} - u]^2$$

$$Z(t, r, R_w) = f(t, r, -R_w) - f(t, r, R_w)$$

$$R_w = i, \quad \ln[w - (w^2 - 1)^{1/2}]^2$$

Причем ядро в интегралах является производной по параметру интегрирования от решения задачи дифракции для плоской единичной волны. Для нахождения решений в упругом случае выпишем решение задачи дифракции плоской единичной продольной волны на римановой поверхности

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_g = \Big[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\sin \vartheta/2}{\mu} + \frac{4\gamma \sin \vartheta/2}{\pi(\gamma + 1)} \mu \Big] H(\eta - 1)$$

$$\psi = -\frac{4(\gamma)^{1/2} \cos \vartheta/2}{\pi(\gamma + 1)} \bar{\mu} H(\bar{\eta} - 1) \tag{2.2}$$

$$\mu = [(\eta - 1)/2]^{1/2}, \quad \bar{\mu} = [(\bar{\eta} - 1)/2]^{1/2}$$

$$\eta = t/r, \quad \bar{\eta} = t/\bar{r}, \quad \bar{r} = r/\gamma$$

Можно убедиться, что при $r \to 0$ смещение не имеет особенности.

Пользуясь полученными выражениями нетрудно получить решение и в случае упругой волны (1.1). Оно имеет вид

$$\varphi = \Big\{ -\frac{\sin \vartheta/2}{4\pi} \int_{-\mu}^{\mu} \Phi(t, r, R_u) \left[\frac{1}{u^2 + \sin^2 \vartheta/2} - \frac{4\gamma}{\gamma + 1} \right] du +$$

$$+ \frac{\cos \vartheta/2}{2\pi i} \int_{v}^{1} Z(t, r, R_w) \left[\frac{1}{w^2 - \cos^2 \vartheta/2} - \frac{4\gamma}{\gamma + 1} \right] dw \Big\} H(\eta - 1) \tag{2.3}$$

$$\psi = \Big\{ \frac{2(\gamma)^{1/2} \cos \vartheta/2}{\pi i(\gamma+1)} \int_{\bar{v}}^{1} Z(t, \bar{r}, R_w)\, dw - \frac{(\gamma)^{1/2} \sin \vartheta/2}{(\gamma+1)} \int_{-\bar{\mu}}^{\bar{\mu}} \Phi(t, \bar{r}, R_u)\, du \Big\} H(\bar{\eta} - 1)$$

Здесь параметры с чертой отличаются от параметров без черты тем, что в них вместо r нужно брать r/γ. Остальные обозначения совпадают с принятыми в (2.1).

Удовлетворение полученных φ и ψ соответствующим волновым уравнениям следует из результатов [3]. Необходимо показать выполнение (1.6). Для этого удобнее рассмотреть отдельно случай плоской падающей волны

$$f(t, r, \vartheta) = g(t - r \cos \vartheta), \quad \eta = t/r \tag{2.4}$$

и отдельно цилиндрической (не обязательно обладающей цилиндрической симметрией):

$$f(t, r, \vartheta) = F(T, X, Y), \quad X = R_0 + r\cos\vartheta, \quad Y = r\sin\vartheta, \quad \eta = (T^2 - R_0^2 - r^2)/(2R_0 r) \tag{2.5}$$

Здесь $T = R_0 + t$ — время, отсчитываемое с момента возникновения цилиндрической волны, X, Y — декартовы координаты, отсчитываемые от центра цилиндрической волны, R_0 — расстояние от центра цилиндрической волны до кромки.

В случае (2.4) при $r \to 0$ получим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} \sim -\frac{\sin \vartheta/2}{2\pi(2r)^{1/2}(\gamma + 1)} \Big\{ \int_{-t^{1/2}}^{t^{1/2}} g(t - v^2) \left[1 + \frac{\gamma}{rV^2} \right] dv + O(r) \Big\}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} \sim \frac{\sin \vartheta/2}{2\pi(2r)^{1/2}(\gamma + 1)} \Big\{ \int_{-t^{1/2}}^{t^{1/2}} g(t - v^2) \left[1 + \frac{\gamma}{rv^2} \right] dv + O(r) \Big\}$$

Откуда видно, что u_r не имеет особенности при $r \to 0$. Также показывается, что ограниченным является и u_ϑ.

В случае (2.5), учитывая новые обозначения, получим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} \sim -\frac{\sin \vartheta/2}{4\pi(\gamma + 1)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{1/2} \Big\{ \int_{-\mu_0}^{\mu_0} \Phi(T, X_0(v), Y_0(v)) \left[\frac{1}{v^2} + \frac{\gamma}{rR_0} \right] dv \Big\} +$$

$$+ \frac{\cos \vartheta/2}{2\pi i(\gamma + 1)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{1/2} \Big\{ \int_{-\mu_0}^{0} Z(T, X_0(v), Y_0(v)) \left[\frac{1}{v^2} - \frac{\gamma}{rR_0} \right] dv + O(r) \Big\}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} \sim \frac{\sin \vartheta/2}{4\pi(\gamma + 1)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{1/2} \Big\{ \int_{-\mu_0}^{\mu_0} \Phi(T, X_0(v), Y_0(v)) \left[\frac{1}{v^2} + \frac{\gamma}{rR_0} \right] dv \Big\} -$$

$$-\frac{\cos\vartheta/2}{2\pi i(\gamma+1)}\left(\frac{R_0}{r}\right)^{1/2}\left\{\int_{-\mu_0}^{0} Z(T, X_0(v), Y_0(v))\left[\frac{1}{v^2}-\frac{\gamma}{rR_0}\right]dv+O(r)\right\}$$

$$\Phi(T, X_0(v), Y_0(v)) = F(T, X_0(v), -Y_0(v)) + F(T, X_0(v), Y_0(v))$$

$$Z(T, X_0(v), Y_0(v)) = F(T, X_0(v), -Y_0(v)) - F(T, X_0(v), Y_0(v))$$

$$\mu_0 = [(R_0+t)^2 - R_0^2]^{1/2}, \quad X_0(v) = R_0^2 + v^2/(2R_0), \quad Y_0(v) = iv^2/(2R_0)$$

Такие же соотношения нетрудно получить и для u_ϑ. Из этих соотношений следует, что u_ϑ и u_r ограничены при $r \to 0$. Т. е. условия (1.6) выполняются для решения (2.5) в случае произвольных плоских и цилиндрических волн.

3. С помощью (2.1), (2.4) и (2.2), (2.5) можно получить ряд решений в виде элементарных функций. Так для плоской волны с потенциалом $1/(t - r\cos\vartheta)^{1/2}$ имеем

$$\varphi = \left[\frac{1}{2(t-r\cos\vartheta)^{1/2}} + \frac{(2)^{1/2}\gamma\sin\vartheta/2}{(\gamma+1)(r)^{1/2}}\right]H(t-r)$$

$$\psi = -\frac{(2)^{1/2}\gamma\cos\vartheta/2}{(\gamma+1)(r)^{1/2}}H(\gamma t-r)$$

Для плоской волны с потенциалом $(t - r\cos\vartheta)^{1/2}$ получим

$$\varphi = \left[\frac{(t-r\cos\vartheta)^{1/2}}{2} + \frac{(2r)^{1/2}}{2}\sin\vartheta/2 + \frac{(t-r)^{1/2}\gamma\sin\vartheta/2}{(\gamma+1)(2r)^{1/2}}\right]H(t-r)$$

$$\psi = -\frac{(\gamma t-r)\cos\vartheta/2}{(\gamma+1)(2r)^{1/2}}H(\gamma t-r)$$

Для волны с цилиндрической симметрией, имеющей потенциал $1/(T^2 - R^2)^{1/2}$, $R^2 = X^2 + Y^2 = R_0^2 + r^2 + 2R_0 r\cos v$, найдем

$$\varphi = \left[\frac{1}{2(T^2-R^2)^{1/2}} + \frac{\gamma\sin\vartheta/2}{(\gamma+1)(R_0 r)^{1/2}}\right]H(t-r)$$

$$\psi = -\frac{\gamma\cos\vartheta/2}{(\gamma+1)(R_0 r)^{1/2}}H(\gamma t-r)$$

И, наконец, для цилиндрической волны с потенциалом $\ln[T/R - (T^2/R^2 - 1)^{1/2}]$ имеем

$$\varphi = \left\{\frac{1}{2}\ln\left[\frac{T}{R} - \left(\frac{T^2}{R^2}-1\right)^{1/2}\right] + \frac{1}{4}\ln\frac{R_0 + r + 2(R_0 r)^{1/2}\sin\vartheta/2}{R_0 + r - 2(R_0 r)^{1/2}\sin\vartheta/2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\gamma\sin\vartheta/2}{(\gamma+1)(R_0 r)^{1/2}}\right\}H(t-r)$$

$$\psi = -\frac{(\gamma t-r)\cos\vartheta/2}{(\gamma+1)(R_0 r)^{1/2}}H(\gamma t-r)$$

4. Рассмотрим теперь падение волны с поперечным потенциалом φ, задаваемым формулой (1.1), в которой вместо r необходимо взять r/γ, а в случае цилиндрических волн кроме этого необходимо произвести замену R_0 на R_0/γ.

Для плоской единичной волны при дифракции на римановой поверхности с периодичностью 4π получим

$$\varphi = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\sin\vartheta/2}{\bar{\mu}} + \frac{4\bar{\mu}\sin\vartheta/2}{\pi(\gamma+1)}\right] H(\bar{\eta}-1)$$

$$\psi = -\frac{4(\gamma)^{1/2}\cos\vartheta/2}{\pi(\gamma+1)}\bar{\mu}H(\bar{\eta}-1)$$

Обозначения в приведенной формуле такие же как и для (2.2). Формула (2.3) переходит в

$$\varphi = \left\{-\frac{\sin\vartheta/2}{4\pi}\int_{-\bar{\mu}}^{\bar{\mu}}\Phi(t,\bar{r},R_u)\left[\frac{1}{u^2+\sin^2\vartheta/2} - \frac{4}{\gamma+1}\right]du + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos\vartheta/2}{2\pi i}\int_{\bar{v}}^{1} Z(t,\bar{r},R_w)\left[\frac{1}{w^2-\cos^2\vartheta/2} - \frac{4}{\gamma+1}\right]dw\right\} H(\bar{\eta}-1) \tag{4.1}$$

$$\psi = \left\{\frac{(\gamma)^{1/2}\cos\vartheta/2}{\pi(\gamma+1)}\int_{-\mu}^{\mu}\Phi(t,r,R_u)\,du - \frac{2(\gamma)^{1/2}\sin\vartheta/2}{\pi i(\gamma+1)}\int_{v}^{1} Z(t,r,R_w)\,dw\right\} H(\eta-1)$$

Выбранные в данной формуле обозначения совпадают с принятыми в (2.3). Однако в случае цилиндрических волн нужно не забыть везде заменить R_0 на R_0/γ.

5. Теперь рассмотрим решение задачи дифракции на полуплоскости. При падении продольной волны поступаем следующим образом. В формуле (2.3) заменяем ϑ на $(\alpha+\vartheta)$ и получаем для волны (1.1) решение задачи дифракции на римановой поверхности. Для отраженной волны — заменим ϑ на $(\alpha-\vartheta)$. Кроме того для удовлетворения условиям на кромке в выражениях для ψ нужно поменять знак перед решением. Полученные результаты необходимо сложить. При этом решение для продольного потенциала удовлетворяет первому из соотношений (1.5), а для поперечного — второму.

Если проделать, описанную выше процедуру для плоской единичной волны (2.2), то получим

$$\varphi = \left[1 + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\sin(\alpha+\vartheta)/2}{\mu} + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\sin(\alpha-\vartheta)/2}{\mu} + \right.$$

$$\left. + \frac{8\gamma\sin\alpha/2\cos\vartheta/2}{\pi(\gamma+1)}\mu\right] H(\eta-1)$$

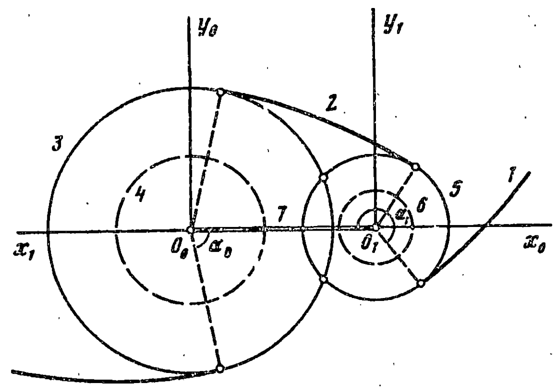
$$\psi = -\frac{8(\gamma)^{1/2}\sin\alpha/2\sin\vartheta/2}{\pi(\gamma+1)}\bar{\mu}H(\bar{\eta}-1)$$

Этот результат совпадает с приведенным в [1, 2] при $l=1/2$, если исправить некоторые неточности, в частности в продольном потенциале исправить множитель перед дополнением к акустическому решению.

Такой же путь необходимо проделать и для получения решения при падении волны с поперечным потенциалом. Только знак будет изменяться на противоположный перед φ, а также будет браться разность решений для падающей и отраженной волн. Причем в этом случае решение плоской единичной волны полностью совпадает с приведенным в [1] при $l=1/2$.

6. В работе [4] было получено решение произвольной акустической волны на полосе конечной ширины. При рассмотрении задачи дифракции произвольной продольной волны вида (1.1) используется такой же подход. В начале ищется решение на римановом многообразии, соответствующем полосе конечной ширины, а затем путем линейной комбинации полученных результатов для падающей и отраженной волн находится решение задачи дифракции на полосе.

Введем системы координат, связанные с кромками полосы. Первая из них имеет начало на кромке O_0 (первая кромка), ось x_0 направлена от первой кромки ко второй (O_1), а ось y_0 — перпендикулярно оси x_0 (фиг. 2). Вторая система



Фиг. 2

координат связана с первой соотношениями $y_1 = y_0$, $x_1 = a - x_0$. Здесь a — ширина полосы. Пусть для первой из этих систем потенциал падающей волны имеет вид

$$f_0(t_{01}, r_0, \alpha_0 + \vartheta_0)H(\eta_{01}(t_{01}, r_0) - \cos(\alpha_0 + \vartheta_0))$$

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2,\ \vartheta_0 = \operatorname{arctg}(y_0/x_0)$$

Здесь t_{01} — время, отсчитываемое с момента прихода волны на ребро O_0, $\alpha_0 = \mathrm{const}$ — угол между нормалью к фронту волны и поверхности полосы.

Фронт волны представим в виде (1.3), где все переменные имеют индексы 0, а функции и время — индекс 01. Тогда фронт продольной дифрагированной волны можно представить в виде $\eta_{01}(t_{01} \cdot r_0) = 1$ или $\mu_{01}(t_{01}, r_0) = ((\eta_{01} - 1)/2)^{1/2} = 0$, а для поперечной соответственно $\overline{\eta}_{01} = \eta_{01}(t_{01}, \overline{r}_0) = 1$, $\overline{\mu}_{01} = \mu_{01}(t_{01}, \overline{r}_0) = 0$, $\overline{r}_0 = r_0/\gamma$.

Решение φ_{01}, ψ_{01} задачи дифракции этой волны на ребре O_0 дается формулой (2.3). Первая цифра в индексе функции означает номер ребра, а вторая — порядковый номер дифракции.

При рассмотрении дифракции падающей волны на втором ребре (O_1) удобнее представить ее в координатах, связанных с этим ребром

$$f_1(t_{11}, r_1, \alpha_1 + \vartheta_1)H(\eta_{11}(t_{11}, r_1) - \cos(\alpha_1 + \vartheta_1))$$

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2,\ \vartheta_1 = \operatorname{arctg}(y_1/x_1)$$

Здесь t_{11} — время, отсчитываемое с момента прихода волны на кромку O_1. Уравнения фронтов возникающих продольной и поперечной волн будут соответственно $\mu_{11}(t_{11}, r_1) = 0$, $\overline{\mu}_{11} = \mu_{11}(t_{11}, \overline{r}_1) = 0$, $\overline{r}_1 = r_1/\gamma$, а решение φ_{11}, ψ_{11} так же дается формулой (2.3).

При возникновении области пересечения цилиндрических волн дифракции от разных кромок (фиг. 2) дополнительные решения суммируются (*1* — падающая волна, *2* — отраженная, *3*, *5* — продольные дифракционные волны, *4*, *6* — поперечные волны, *7* — пластинка).

В момент $t_{01} = a$ продольная дифракционная волна, возникающая на ребре O_0, приходит на второе ребро (O_1) и начинается вторичная дифракция.

В [4] было показано, что если волна присутствует на обоих листах римановой поверхности и является антисимметричной по листам, т. е. $f(t, r, \vartheta) = f(t, r, \vartheta + 4\pi k)$ $(k = 0;\ \pm 1;\ \pm 2 \ldots)$, $f(t, r, -\vartheta) = -f(t, r, \vartheta)$, то в решении (2.2) пропадает второй интегральный член, а первый — удваивается. То же самое нетрудно показать и для (2.3).

Если ввести $\vartheta_3 = \pi - \vartheta_1$, то можно показать, что продольная дифрагированная волна, возникающая на первом ребре, будет являться антисимметричной по листам римановой поверхности.

Запишем потенциал этой волны в координатах, связанных со вторым ребром $f_{12}(t_{12}, r_1, \vartheta_3)\ \mathrm{sign}\,[\sin(\alpha_0 + \vartheta_0)/2]$.

Решение добавляемое к этому потенциалу будет иметь вид

$$\varphi_{12} = -\frac{\sin\vartheta_3/2}{2\pi}\int\limits_{-\mu_{12}}^{\mu_{12}} \Phi_{12}(t_{12}, r_1, R_u)\left[\frac{1}{u^2+\sin^2\vartheta_3/2} - \frac{4\gamma}{\gamma+1}\right] du H(\mu_{12})$$

$$\psi = -\frac{2(\gamma)^{1/2}\cos\vartheta_3/2}{\pi(\gamma+1)}\int\limits_{-\bar\mu_{12}}^{\bar\mu_{12}} \Phi_{12}(t_{12}, \bar r_1, R_u)\, du H(\bar\mu_{12}) \tag{6.1}$$

Здесь $t_{12} = (t_{01} - a)$ — момент прихода продольной дифракционной волны на второе ребро, а все остальные обозначения такие же как и в (2.5), если заменить координаты r, ϑ на r_1, ϑ_3.

Точно такая же операция производится и для получения решения задачи дифракции продольной волны, возникающей на втором и на первом ребрах. Необходимо сделать замену $\vartheta_2 = \pi - \vartheta_0$.

Полное решение внутри рассмотренных областей (и каждой из получающихся далее) складывается из всех прошедших через эти области волн.

Теперь рассмотрим дифракцию поперечной волны, возникающей на первом и на втором ребрах. Она начинается в момент $t_{12}^* = t_{01} - \bar a = 0$, $\bar a = a/\gamma$. Потенциал этой волны в координатах, связанных со вторым ребром, можно представить в виде $f_{12}(t_{12}^*, \bar r_1, \vartheta_3)\ \mathrm{sign}\,[\cos(\alpha_0 + \vartheta_0)/2]$.

Нетрудно убедиться, что этот потенциал будет антисимметричным по листам, и так же как и для продольных волн в выражении (4.1) необходимо оставить только удвоенный первый интегральный член. Окончательно получим

$$\psi_{12}^* = -\frac{\sin\vartheta_3/2}{2\pi}\int\limits_{-\mu_{12}^*}^{\mu_{12}^*} \Phi_{12}^*(t_{12}^*, r_1, R_u)\left[\frac{1}{u^2+\sin^2\vartheta_3/2} - \frac{4}{\gamma+1}\right] du H(\mu_{12}^*)$$

$$\psi_{12}^* = -\frac{2(\gamma)^{1/2}\cos\vartheta_3/2}{\pi(\gamma+1)}\int\limits_{-\check\mu_{12}}^{\check\mu_{12}} \Phi_{12}^*(t_{12}^*, r_1, R_u)\, du H(\check\mu_{12})$$

$$\mu_{12}^*(t_{12}^*, \bar a, \bar r_1) = \{[(t_{12}^* + \bar a)^2 - (\bar a + \bar r_1)^2]/(4\bar a, r_1)\}^{1/2}$$

$$\check\mu_{12} = \mu_{12}^*(t_{12}^*, \bar a, r_1)$$

При приходе любой из возникающих в дальнейшем на одном из ребер волн на второе ребро необходимо представить ее в координатах, связанных с рассматриваемым ребром и воспользоваться формулой (6.1) для продольных волн и формулой (6.2) — для поперечных.

7. Для построения решения задачи дифракции на полосе конечной ширины необходимо вначале получить решение для отраженной волны. Для этого во всех построениях для падающей волны необходимо заменить ϑ на $4\pi - \vartheta$ с соответствующими индексами. Кроме того нужно во всех дополнительных к акустическому решениях заменить знак перед волной другой направленности. Например, если дифрагирующая волна является продольной, то знак меняется для возникающей поперечной волны, и наоборот.

Затем полученные решения для падающей и отраженной волн необходимо сложить. Причем за счет изменения знака перед волнами противоположной направленности граничные условия на поверхности полосы будут удовлетворяться (для продольных волн — условие непротекания, а для поперечных — $\psi = 0$).

Таким образом задача дифракции на полосе конечной ширины полностью решена. Тем же самым методом решается задача дифракции на щели конечной ширины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Костров Б. В.* Дифракция плоской волны на жестком клине, вставленном без трения в безграничную упругую среду // ПММ. 1966. Т. 30. Вып. 1. С. 198—203.
2. *Поручиков В. Б.* Дифракция цилиндрической упругой волны на клине // Изв. АН СССР. МТТ. № 5. С. 136—144.
3. *Третьяков П. В.* Интегральные решения волнового уравнения и задача дифракции произвольной акустической волны на клине // ПММ. 1991. Т. 55. Вып. 2. С. 250—255.
4. *Третьяков П. В.* Дифракция произвольной акустической волны на полосе конечной ширины // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 2. С. 171—175.

Калининград

Поступила в редакцию 23.V.1991