

УДК 539.3 : 534.1

© 1993 г. Л. В. АНДРЕЕВ, М. Е. МАСЛОВ, И. Д. ПАВЛЕНКО

ОЦЕНКА КРИТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК С ОТВЕРСТИЯМИ

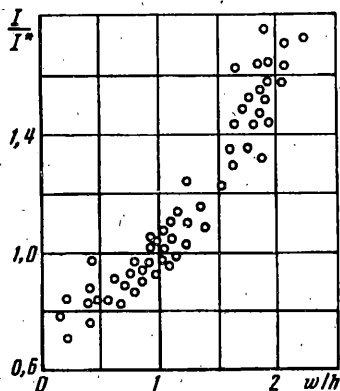
В работах советских и зарубежных исследователей, например [1—3] и других, получены решения ряда основных задач нестационарной динамики тонкостенных оболочек. Однако некоторые особенности реальных объектов, существенно влияющие на динамическую несущую способность, требуют дополнительного исследования. Среди них задачи динамики оболочек, напряженно-деформированное состояние которых является неоднородным. Такое состояние имеет место, в частности, при наличии вырезов.

Рассматривается цилиндрическая оболочка с центральным круговым отверстием, нагруженная импульсом внешнего давления, равномерно распределенного по боковой поверхности. Получение теоретического решения в данном случае связано с необходимостью преодоления трудностей, обусловленных сложностью математической модели, описывающей исследуемый объект. Поэтому естественным является стремление к разработке упрощенных моделей, учитывающих основные особенности поведения конструкций. Реализация такого подхода возможна лишь с привлечением данных, полученных при экспериментальном исследовании.

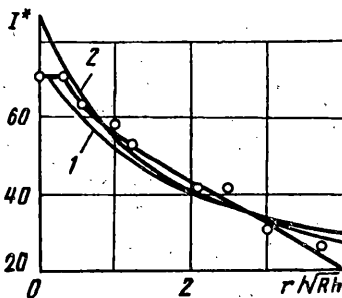
В публикуемой работе сделана попытка получить простые и достаточно надежные зависимости для оценки динамической несущей способности оболочки с отверстием, используя экспериментальные данные. Достижение поставленной цели осуществлялось двумя методами: на основе регрессионного анализа и с использованием теоретико-экспериментального метода.

1. Экспериментальные исследования. Экспериментальные исследования проводились на моделях оболочек с радиусом $R = 5,7 \cdot 10^{-2}$ м, толщиной стенки $h = 0,028 \cdot 10^{-2}$ м, длиной $L = 12 \cdot 10^{-2}$ м. Оболочки выполнены с одним центральным отверстием радиусом $r \cdot 10^{-2}$ м = 0; 0,11; 0,25; 0,40; 0,50; 0,75; 1,0; 1,25; 1,5. Модели изготовлялись методом точечной сварки из заготовок листовой стали X18H9-N с пределом текучести $\sigma_T = 820$ МПа при плотности материала $\rho = 8 \cdot 10^3$ кг/м³. Предварительно в пакете заготовок сверлилось отверстие требуемого размера. Импульс внешнего давления создавался при помощи установки электромагнитного типа [4]. Закон изменения давления во времени был близок к синусоидальному. Длительность нагрузки составляла $130 \cdot 10^{-6}$ с. До и после каждого нагружения при помощи графопостроителя и преобразователя перемещений записывались профилограммы направляющих оболочки. Величина остаточного прогиба определялась разницей ординат профилограмм, снятых до и после нагружения. Критическим принят импульс, действие которого приводит к появлению остаточного прогиба с амплитудой, равной толщине оболочки.

Анализ выпучивания оболочки с отверстием показывает, что по мере увеличения интенсивности нагрузки на поверхности появляются вмятины. Первоначально они расположены выше и ниже отверстия по обе стороны его вертикального диаметра. При дальнейшем увеличении нагрузки вмятинами покрывается вся поверхность оболочки. Испытывались партии из нескольких оболочек с одним размером отверстия при последовательном увеличении прикладываемого импульса и замером амплитуды остаточных вмятин. На фиг. 1 представлено поле экспериментальных точек, характеризующих зависимость амплитуды остаточного прогиба от величины импульса. На фиг. 2 точками обозначены значения критических



Фиг. 1



Фиг. 2

т импульсов I (Па · с) для оболочек с различными размерами отверстий, полученными в результате проведенных экспериментов.

Остаточный прогиб, полученный в результате воздействия импульса внешнего давления, оказывает влияние на величину критической силы при статическом сжатии. С целью изучения характера этого влияния все оболочки после импульсного нагружения подвергались осевому сжатию. Результаты эксперимента (темные точки) представлены на фиг. 3, где T^* — критическая сила для оболочки с отверстием; T_I^* — критическая сила для оболочки с отверстием, претерпевшей импульсное нагружение. Для выяснения возможности использования полученных данных в случае совместного действия силовых факторов был осуществлен эксперимент, в котором предварительно нагруженная осевой силой оболочка подвергалась воздействию импульсной нагрузки.

Несущую способность конструкции характеризовала потеря устойчивости от осевого сжатия. Экспериментальные данные о критических сочетаниях рассматриваемых факторов нанесены на фиг. 3 светлыми точками. Как видно, переходные режимы, характеризующие динамические процессы при фиксации остаточных вмятин в результате импульсного воздействия, не влияют (в пределах разброса экспериментальных данных) на вид области устойчивости $T_I^*/T^* \sim I/I^*$. Из этого следует вывод, что представленная кривая позволяет выбрать безопасную комбинацию нагрузок как в случае последовательного нагружения, так и в случае совместного действия силовых факторов.

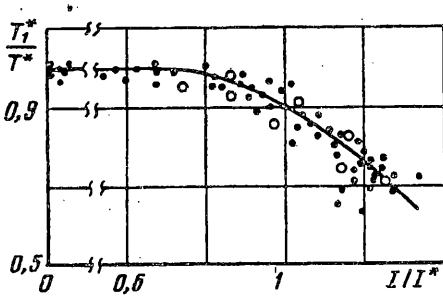
2. Регрессионный анализ экспериментальных данных. Для построения многофакторного критериального уравнения регрессии использовалась мультипликативная модель регрессии [5]. В качестве предикторных переменных принимались безразмерные комплексы, образованные из параметров оболочки и нагрузки на основе анализа размерностей [1]. Структура искомого уравнения регрессии будет иметь вид

$$\frac{\omega}{h} = \beta_0 \left(1 + \frac{r}{\kappa} \right)^{\beta_1} \left(\frac{r^2 R}{h^3 \sigma_T \rho} \right)^{\beta_2}, \quad \kappa = \sqrt{Rh} \quad (2.1)$$

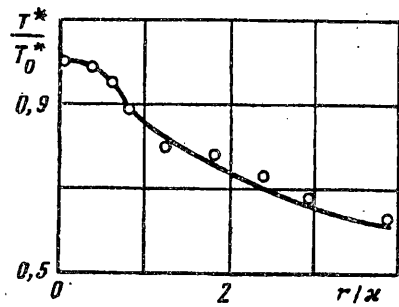
Коэффициенты β_i уравнения (2.1) вычислялись с использованием метода наименьших квадратов по формуле, записанной в матричной форме [5]:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.2)$$

где B — вектор-столбец искомых коэффициентов β_i ; X — матрица всех значений всех рассматриваемых факторов, полученных при проведении экспериментов; X^T — транспонированная по отношению к X матрица; Y — вектор-столбец экспериментальных значений $\ln(\omega/h)$.



Фиг. 3



Фиг. 4

В результате вычислений искомое уравнение примет вид

$$\frac{\omega}{h} = 0,54 \left(1 + \frac{r}{\kappa}\right)^{0,76} \left(\frac{I^2 R}{h^3 \sigma_T \rho}\right)^{0,78} \quad (2.3)$$

Путем несложных преобразований из уравнения (2.3) можно получить зависимость для вычисления величины критического импульса

$$I^* = \frac{1,48 (\rho \sigma_T h^3)^{1/2}}{(1 + r/\kappa)^{0,48} \kappa} \quad (2.4)$$

В случае нагружения оболочки без отверстия ($r=0$) результаты вычислений по уравнению (2.3) хорошо согласуются с уравнением

$$\omega/h = 0,482 R I^2 / (\rho \sigma_T h^3) \quad (2.5)$$

полученным в [1] для однородных оболочек.

3. Теоретико-экспериментальный метод. Теоретико-экспериментальный метод [6] основан на использовании экспериментальных данных для учета влияния факторов, осложняющих получение теоретического решения. Применительно к динамике оболочек с отверстиями один из вариантов реализации метода приводит к следующей структуре уравнения для критического импульса

$$I^* = I_0^* \Phi(r) \quad (3.1)$$

где I_0^* — критический импульс однородной оболочки, $\Phi(r)$ — неизвестная функция, характеризующая влияние размера отверстия.

Запишем исходное уравнение (3.1) в относительных параметрах

$$I^*/I_0^* = f(1 + r/\kappa) \quad (3.2)$$

В качестве выражения для определения I_0^* можно использовать достаточно точную для практических расчетов формулу, предложенную в [1]:

$$I_0^* = 1,44 R \sqrt{\rho \sigma_T} (h/R)^{1,5} \quad (3.3)$$

Неизвестную функцию $f(1 + r/\kappa)$ можно получить на основе аппроксимации экспериментальных данных в виде

$$I^*/I_0^* = k (1 + r/\kappa)^\alpha \quad (3.4)$$

Значения k и α вычисляются с помощью метода наименьших квадратов по формулам [5]:

$$\alpha = \frac{\sum \ln(1+r/\kappa)_i \ln(I^*/I_0^*)_i - \sum \ln(1+r/\kappa)_i/n - \sum \ln(I^*/I_0^*)_i}{\sum [\ln(1+r/\kappa)_i]^2 - \left[\sum \ln(1+r/\kappa)_i \right]^2 / n} \quad (3.5)$$

$$k = \exp \left[\left(\sum \ln(I^*/I_0^*)_i \right) / n - \alpha \sum \ln(1+r/\kappa)_i \right]$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

В результате вычислений получим

$$I^*/I_0^* = 1,25 (1+r/\kappa)^{-0,67} \quad (3.6)$$

Подставляя (3.3) в (3.6), получим зависимость для расчета величины критического импульса оболочки с круговым отверстием

$$I^* = 1,8R\sqrt{\rho\sigma_T} (h/R)^{1,5} (1+r/\kappa)^{-0,67} \quad (3.7)$$

4. Совместное статико-динамическое воздействие. Рассмотрим цилиндрическую оболочку с отверстием, которая в момент приложения импульса давления нагружена статической сжимающей силой. Для импульсного нагружения величину критического импульса связываем с остаточным прогибом, имеющем амплитуду, равную толщине оболочки.

Корреляционную связь между осевой силой и импульсом давления в их критическом сочетании при комбинированном нагружении будем искать в виде

$$T_I^*/T^* = k (I/I^*)^a \quad (4.1)$$

используя приведенные на фиг. 3 экспериментальные данные. Произведя вычисления по зависимостям типа (3.5), получим следующий вид уравнения:

$$T_I^*/T^* = 0,85 (I/I^*)^{-0,81} \quad (4.2)$$

Следует отметить, что область применимости выражения (4.2) ограничена диапазоном $0,7 \leq I/I^* \leq 1,5$. Именно в этом интервале параметр I/I^* оказывает существенное влияние на снижение критической силы при статическом сжатии. Для подбора безопасного сочетания факторов T_I и I необходимо выразить параметры T^* и I^* через параметры оболочки с отверстием. Выражение для I^* получено ранее, см. (3.7)

Следуя теоретико-экспериментальному методу, запишем структурный вид зависимости для осевой критической силы

$$T^* = T_0^* f(1+r/\kappa) \quad (4.3)$$

где T_0^* — критическая сила однородной оболочки, $f(1+r/\kappa)$ — функция, подлежащая определению на основе экспериментальных данных.

Для вычисления удельного критического усилия сжатия оболочки без отверстия можно использовать уравнение [6]:

$$T_0^* = cEh^2 / [R(1-\nu^2)^{0,5}] \quad (4.4)$$

Аппроксимируя экспериментальные данные, представленные на фиг. 4, функцией вида

$$T^*/T_0^* = k(1+r/\kappa)^a \quad (4.5)$$

подставляя (4.4) в (4.5) и разрешая относительно T^* , получим зависимость для вычисления удельного критического усилия оболочки с круговым отверстием

$$T^* = \frac{c0,85 (1+r/\kappa)^{-0,2} E h^2}{(1-\nu^2)^{0,5}} \quad (4.6)$$

Учитывая, что малые отверстия практически не влияют на величину критического усилия, следует отметить, что зависимость (4.6) с достаточной точностью описывает параметр T^* при изменении размера отверстия в пределах $0,3 \leq r/\kappa \leq 5$. Подставив (4.6) и (3.7) в (4.2), можно получить предельные безопасные значения нагрузок.

5. Сравнительный анализ полученных решений. На фиг. 2 приведены две кривые, характеризующие влияние параметра r/κ на величину критического импульса I^* . Кривая 1 построена по зависимости (2.4), кривая 2 — по зависимости (3.7). Как видно из рисунка, результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментальными данными. Однако в диапазоне малых отверстий $0 < r/\kappa \leq 0,3$ отмечается несоответствие результатов. Особенно это проявляется в случае вычислений на основе теоретико-экспериментального метода и объясняется тем, что неизвестная функция, описывающая влияние размера отверстия на величину критического импульса, определялась за пределами диапазона малых отверстий, наличие которых не влияет на выпучивание оболочки.

Предложенные зависимости для оценки критического импульса цилиндрической оболочки с отверстием получены в рамках различных подходов и различаются точностью, границей применимости и природой связей между параметрами (стохастической и функциональной).

Наиболее точными являются зависимости, полученные на основе регрессионного анализа. Отличительной особенностью является то, что в рамках данного подхода удалось получить уравнение регрессии для вычисления амплитуды остаточного прогиба. Для получения уравнения использовались данные опытов, полученные при конкретных условиях закрепления краев оболочки (близкое к шарнирному опиранию) и длительности воздействия. В связи с этим применение полученных зависимостей для иных условий может привести к возрастанию погрешности результатов вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нестационарная аэроупругость тонкостенных конструкций/А. В. Кармишин, Э. Д. Скурлатов, В. Г. Старцев, В. А. Фельдштейн. М.: Машиностроение, 1982. 240 с.
2. Андерсон, Линдберг. Динамическое выпучивание цилиндрических оболочек под действием нестационарного бокового давления//Ракетная техника и космонавтика. 1968. № 4. С. 16—27.
3. Перцев А. К., Платонов Э. Г. Динамика оболочек и пластин. Нестационарные задачи. Л.: Судостроение, 1987. 318 с.
4. Андреев Л. В., Дышко А. Л., Павленко И. Д. Динамика пластин и оболочек с сосредоточенными массами. М.: Машиностроение, 1988. 196 с.
5. Львовский Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул. М.: Высшая школа, 1988. 240 с.
6. Саченков А. В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казанс. ун-та, 1970. 433 с.

Днепропетровск

Поступила в редакцию
3.XII.1990