

УДК 629.12:532.59

© 1993 г. Ю. В. РАЗУМЕЕНКО

**ВОПРОСЫ ПЕРЕНОСА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ,
ОПРЕДЕЛЕННЫХ МЕТОДАМИ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ,
НА КОЛЕБАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫЕ ИЛИ ВОЗДЕЙСТВИЕ ВОЛН
НА ПОДВОДНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ (ПТО)**

Обсуждаются вопросы применимости методов свободных затухающих и вынужденных колебаний при определении коэффициентов присоединенных масс и демпфирования и использования их в задачах качки подводных технических объектов под воздействием волн.

Производится непосредственное сопоставление коэффициентов, полученных на оригинальных экспериментальных установках, дающих синхронную запись затухающих и вынужденных колебаний тел и действующих на них сил. Показывается, что выбором соответствующих осредненных скоростей и ускорений затухающего процесса и предложенных критериев перехода можно надежно использовать более простой метод свободных затухающих колебаний для определения необходимых для расчета качки коэффициентов. Предлагаются различные формы обезразмеривания экспериментально определенных инерционных и демпфирующих сил. Показывается недопустимость применения гипотезы стационарности при определении гидродинамических коэффициентов методами колебаний.

1. Введение. В статье [1] и докладе¹ методами затухающих колебаний в однородной и стратифицированной жидкости на специальных экспериментальных установках определялись коэффициенты присоединенных масс (моментов инерции) k_{ij} и демпфирования r_{ij} тел вращения, цилиндров и поплавков с экспоненциальной образующей $x = \pm ae^{-\mu|y|}$. Эксперименты выявили зависимость k_{ij} и r_{ij} от начального отклонения и частоты колебаний. Была показана возможность вполне удовлетворительной идентификации реального затухающего процесса методом сшивки двух линейных колебательных звеньев, коэффициенты k_{ij} и r_{ij} которых находятся раздельно для начального участка траектории и развитых колебаний.

Возникает вопрос, можно ли коэффициенты k_{ij} и r_{ij} , определенные методами затухающей качки, переносить на вынужденные колебания того же тела или воздействия на него волн. Законность такой операции в последнее время подвергается сомнениям, которые имеют под собой реальную почву. Коэффициенты k_{ij} и особенно r_{ij} , определенные методами за-

¹ Разумеев Ю. В., Червяков А. Н., Болдырев В. Н. Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования и присоединенных инерций цилиндров и тел вращения в однородной и стратифицированной жидкости методом затухающей качки // Тез. докл. на Всесоюз. научно-техн. конф. по экспериментальной гидромеханике судна. Л.: Судостроение, 1988. С. 131.

затухающих и вынужденных колебаний, различаются на 20–30%, а иногда и более. Причины этих расхождений окончательно не выяснены. Среди экспериментаторов формируется точка зрения, что метод затухающих колебаний применим только при «слабом» демпфировании, а при большом следует применять метод вынужденных колебаний.

Есть и крайняя точка зрения [2], что метод свободных затухающих колебаний в принципе непригоден для определения адекватных вынужденной качке коэффициентов k_{ij} и r_{ij} , так как при вынужденных колебаниях тело движется в собственном вихревом следе постоянной интенсивности, а при затухающих амплитуда постепенно уменьшается, а кроме того, между силой и скоростью колебательного процесса есть сдвиг фаз, который, якобы, не может быть определен методами затухающей качки.

Однако простота методов затухающей качки, не требующих для своей реализации сложных и дорогостоящих устройств, продолжает привлекать экспериментаторов. Вопросы применимости этих методов были предметом обсуждения двух Всесоюзных конференций². Здесь на основе докладов, одобренных конференциями, дается анализ причин расхождения величин k_{ij} и r_{ij} , определенных разными методами, указываются пути их согласования, излагаются результаты прямого сопоставления сил, измеренных в сходственных точках затухающих и незатухающих колебаний одних и тех же тел на специально созданных экспериментальных установках, рассматриваются вопросы переноса лабораторных данных на натуру.

2. Вопросы сопоставления затухающих и незатухающих колебаний. Важным обстоятельством переноса коэффициентов, определенных методом затухающих колебаний, на вынужденные является соответствие мгновенных скоростей и ускорение в характерных точках переходного процесса. Для их нахождения будем исходить из следующих постулатов: силы (моменты) взаимодействия могут быть разделены на силы отрывной и инерционной природы, пропорциональные ускорениям, скоростные (демпфирующие), пропорциональные скоростям, и архимедовы, пропорциональные перемещениям (последние имеют значение для качки тела в стратифицированной жидкости); затухающий процесс в пределах по крайней мере одного размаха может быть аппроксимирован линейным уравнением

$$(m+\lambda)\ddot{\varphi} + N_v\dot{\varphi} + R_\varphi\varphi = 0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0 \quad (1)$$

где φ — вертикальное или угловое отклонение; m — масса или момент инерции ПТО; λ — присоединенная масса (момент инерции); N_v — коэффициент демпфирования вертикальной или килевой качки; R_φ — коэффициент восстанавливающей силы (момента).

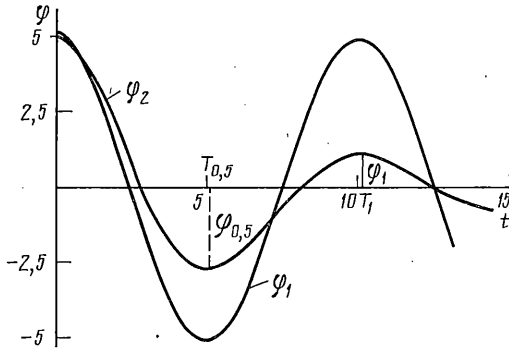
Уравнению (1) соответствует стандартное уравнение колебательного звена

$$\ddot{\varphi} + 2r\dot{\varphi} + n^2\varphi = 0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0 \quad (2)$$

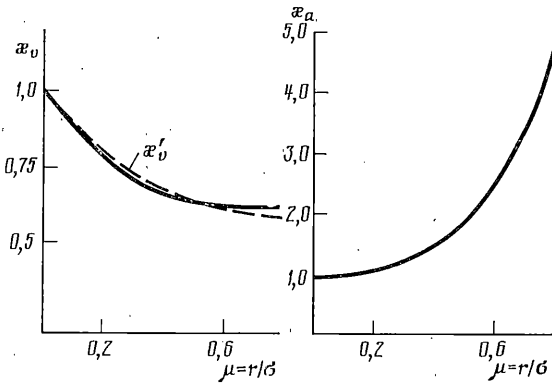
где $r = N_v/2(m+\lambda)$ — коэффициент относительного демпфирования; $n^2 = R_\varphi/(m+\lambda)$ — квадрат частоты колебаний без сопротивления.

Основные идеи сопоставления затухающих и незатухающих процессов (см. фиг. 1):

² Луговский В. В., Красницкий А. Д., Полухин К. В., Ткебучаева С. А. Возможность экспериментального определения гидродинамических характеристик продольной качки методом затухающих колебаний // Тез. докл. на Всесоюз. научно-техн. конф. по экспериментальной гидромеханике судна. Л.: Судостроение, 1988. С. 35–36; Разумеевко Ю. В. Вопросы переноса гидродинамических коэффициентов, определенных методами затухающей качки, на вынужденные колебания или воздействие волн на подводные технические объекты: Докл. на Всесоюз. научно-техн. конф. Калининград, 1990; Разумеевко Ю. В., Червяков А. Н. Сопоставление коэффициентов присоединенных масс и демпфирования тела, определенных методами затухающей и вынужденной качки. Там же.



Фиг. 1



Фиг. 2, 3

1. Из сравнения незатухающего $\varphi_1 = A_0 \cos \sigma_1 t$ и затухающего $\varphi_2(t) = A_k e^{-r_k t} (\cos \sigma_2 t + \frac{r_k}{\sigma_2} \sin \sigma_2 t)$ процесса, в котором r_k — коэффициент демпфирования в пределах одного полупериода, для амплитуды A_0 находится полуразмах $A_k' = 0,5 |A_k - A_{k+1}|$, где A_k и A_{k+1} — две соседние магнитуды, в частном случае начальное отклонение и отклонения через полпериода.

2. Находятся скорости процессов $\dot{\varphi}_1(t) = -A_0 \sigma_1 \sin \sigma_1 t$ и $\dot{\varphi}_2(t) = -A_k' \sigma_2 [1 + (r_k/\sigma_2)^2] e^{-r_k t} \sin \sigma_2 t$, их наибольшие значения $\dot{\varphi}_{1\max} = -A_0 \sigma_1$ для незатухающих и $\dot{\varphi}_{2\max}$ для затухающих колебаний, которые наступят при $t_0 = (\arctg \sigma_2/r_k)/\sigma_2$. Введением $\mu = r_k/\sigma_2$ по двум соседним магнитудам получаем сопоставимую с $\dot{\varphi}_{1\max}$ осредненную наибольшую скорость затухающего процесса $\dot{\varphi}_{2\max} \approx A_k' \sigma_2 \kappa_v$, где $\kappa_v = (1 + \mu^2) e^{-\mu \arctg \mu^{-1}} \sin \arctg \mu^{-1}$ — коэффициент редуцирования скорости, который является только функцией μ . Его значение построено на фиг. 2. Видно, что κ_v в районе $\mu \approx 0,7$ имеет размытый минимум $\kappa_v \approx 0,623$, затем κ_v начинает медленно возрастать. Для упрощения расчетов было подобрано более простое и наглядное выражение $\bar{\kappa}_v \approx (1 + \mu^2) e^{-1,3\mu}$, дающее хорошее приближение к точному при $\mu < 0,7$. Оно на фиг. 2 нанесено пунктиром.

3. С учетом сопоставления скоростей сравнивается средняя за период амплитуда демпфирующей силы $\langle R_2^2 \rangle \approx 1/2 N_v (|A_0| + |A_{0,5}|) \sigma_2 \kappa_v$ в затухающих колебаниях с амплитудой демпфирующей силы в вынужденных колебаниях $R_1^2 = N_v A_0 \sigma_1$ или скоростной компонентой воздействия волны с частотой ω на неподвижное тело $R_w = N_v A_w \omega$. Теперь становится ясно.

что для переноса коэффициента демпфирования, определенных методами затухающей качки, на незатухающие процессы необходимо соблюсти условие

$$A_0\sigma_1 = 0,5(|A_0| + |A_{0,5}|)\sigma_2\kappa_v \quad (3)$$

А поскольку $\kappa_v < 1$, то полуразмах и частота первого затухающего колебания должен быть больше амплитуды и частоты вынужденных колебаний. Соблюдение условия (3), когда безразмерный коэффициент демпфирования обнаруживает зависимость от амплитуды и частоты колебаний, видимо, сможет обеспечить адекватность одного метода другому.

4. Находится наибольшее ускорение в незатухающем процессе $\varphi_1'' = -A_0\sigma_1^2$ и сопоставляется с наибольшим ускорением в затухающем процессе. Для этого, очевидно, необходимо найти производную от $\varphi_2''(t)$, приравнять ее к нулю и найти время t_0 , при котором $\varphi_2''(t)$ достигает максимума, и подставить t_0 в $\varphi_2''(t)$: Опуская тривиальные операции дифференцирования, поиска t_0 , запишем конечное выражение для наибольшего ускорения $\varphi_{2\max}'' = A_0\sigma_2^2\kappa_a$, где

$$\kappa_a = (1 + \mu^2) \exp -\mu \arctg 2(\mu - \mu^{-1})^{-1} \cdot [\cos \arctg 2(\mu - \mu^{-1})^{-1} - \mu \sin \arctg 2(\mu - \mu^{-1})^{-1}] \quad (4)$$

На фиг. 3 построен поправочный множитель κ_a для переноса ускорения от затухающего к незатухающему процессу. По аналогии с (3) можно записать условие равенства осредненного за период наибольшего ускорения затухающего процесса наибольшему ускорению в незатухающем процессе

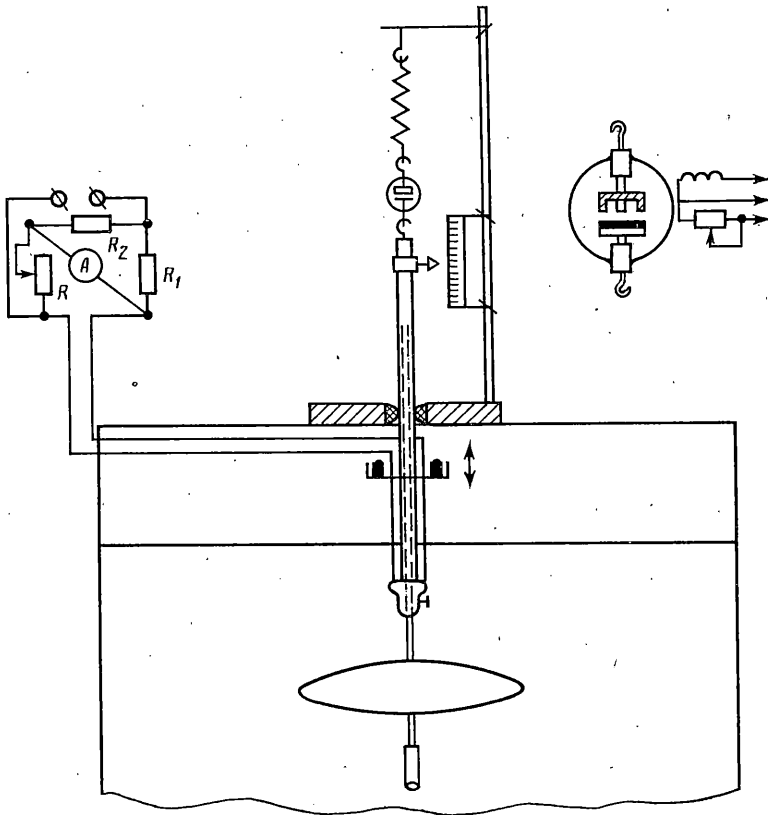
$$A_0\sigma_1^2 = 0,5(|A_0| + |A_{0,5}|)\sigma_2^2\kappa_a \quad (5)$$

Поскольку $\kappa_a > 1$, то затухающая качка для определения присоединенных инерций должна проводиться при меньших частотах и амплитудах, чем при вынужденной качке. Причина этого в том, что с увеличением демпфирования растет торможение качке и как следствие растут отрицательные ускорения.

Условия (3) и (5) применимы ко всем видам качки: вертикальной, килевой и бортовой. В этом случае под A_0 и σ_1 ; $A_{0,5}$ и σ_2 должны пониматься соответствующие величины. Однако нужно отметить, что условия (3) и (5) в одном опыте по затухающей качке несовместимы. Для получения коэффициентов демпфирования нужно проводить качку на частоте $\sigma_2 > \sigma_1$, а для получения присоединенных масс — на частоте $\sigma_2 < \sigma_1$. Поэтому для получения коэффициентов, пригодных для задач вынужденной качки, необходима серия экспериментов по затухающей качке на разных частотах и с разными начальными отклонениями.

3. Методика эксперимента по затухающей качке. Для исследования закономерностей затухающих процессов была изготовлена специальная установка затухающей вертикальной качки (УЗВК), которая позволяла путем изменения упругости подвески модели легко варьировать частоту колебаний. Подробное описание УЗВК дано в [1]. В последующем установка была усовершенствована введением силомерительного датчика (СИД). Усовершенствованная УЗВК показана на фиг. 4. Она позволяла произвести синхронную запись на осциллографе затухающих колебаний модели и действующих на нее при этом сил. На УЗВК производились серии экспериментов с глубоко погруженными цилиндрами, телами вращения пластинами, а также специальными поплавками с экспоненциальной образующей $x = \pm ae^{-\mu|y|}$, описанных в [1].

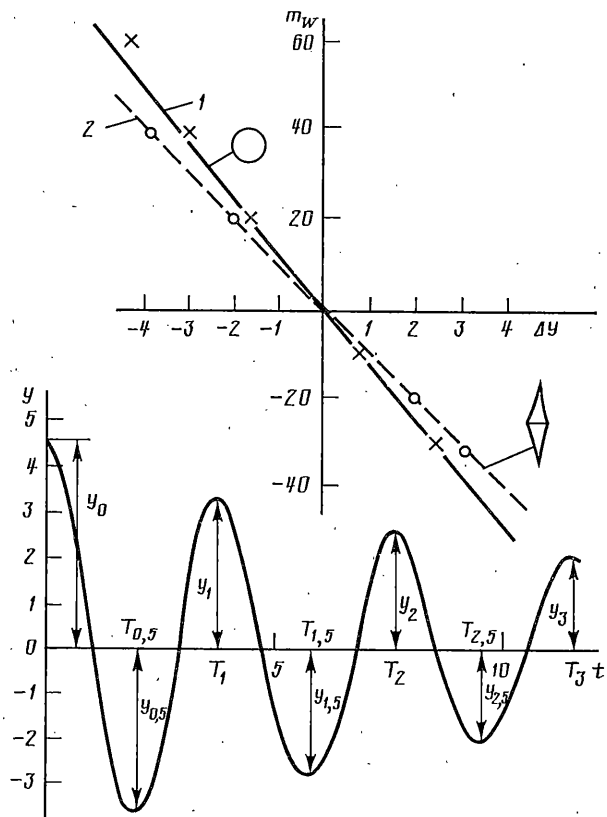
Методика проводимых опытов: модель вывешивалась на исследуемом горизонте на выбранном числе кордовых резинок при помощи подвесного балласта и тарировочных грузов в чашке так, чтобы резинки были полурастянуты. Путем снятия тарировочных грузов из чашки и дополнитель-



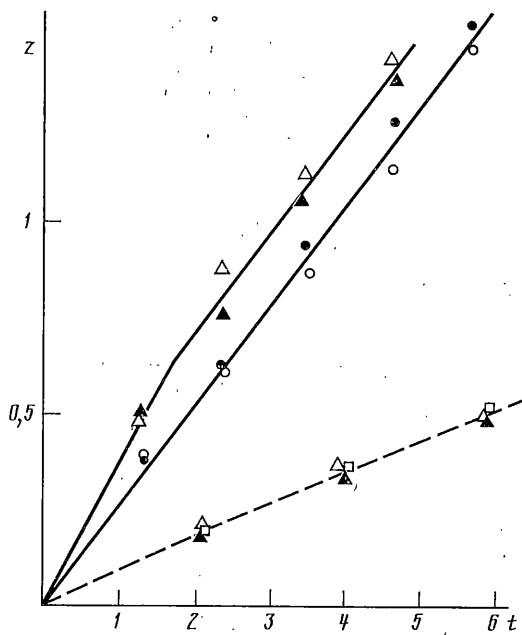
Фиг. 4

ного нагружения проводилась грузовая тарировка упругой подвески модели и определялся коэффициент жесткости $dR/dy = g\Delta m_{nc}/\Delta y$ (дин/см) колеблющейся системы. Образец такой тарировки показан на фиг. 5. По оси абсцисс — г, по оси ординат — см. Прямая 1 — горизонтальный цилиндр на трех резинках, прямая 2 — экспоненциальный поплавок на двух резинках. Затем делалась балансировка измерительной схемы регистрации вертикальных колебаний и тарировка датчика этих колебаний. После тарировки модель отклонялась от состояния равновесия и отпускалась. В опытах варьировались начальные отклонения y_0 от ± 2 до ± 10 см, а также периоды колебаний от 2 до 16 с. Типовой затухающий процесс и его характерные точки показаны на фиг. 6. По оси абсцисс — см, по оси ординат — с.

4. Рекомендуемая методика обработки эксперимента. Имея в виду перенос τ_{ij} и k_{ij} на вынужденные колебания, в [1] было предложено определять декремент затухания через натуральный логарифм отношения первого размаха к последующим, который строится в функции времени. Образцы такой обработки показаны на фиг. 7. На нем по оси абсцисс отложен $z = \ln(|y_0| + |y_{0,5}|) / (|y_k| + |y_{k+1}|)$, а по оси ординат — время t в с. Две верхние прямые относятся к качке горизонтального цилиндра на двух резинках в стратифицированной жидкости, где темные точки соответствуют $y_0 = 2,3$ см, светлые — $y_0 = -2,4$ см, темные треугольники — $y_0 = 5,5$ см, а светлые — $y_0 = -6$ см. Нижняя прямая относится к затухающей качке хорошо обтекаемого поплавка в однородной жидкости, здесь темные треугольники соответствуют $y_0 = 5$ см, светлые — $y_0 = -5$ см, светлые квадраты — $y_0 = -8,6$ см.



Фиг. 5, 6



Фиг. 7

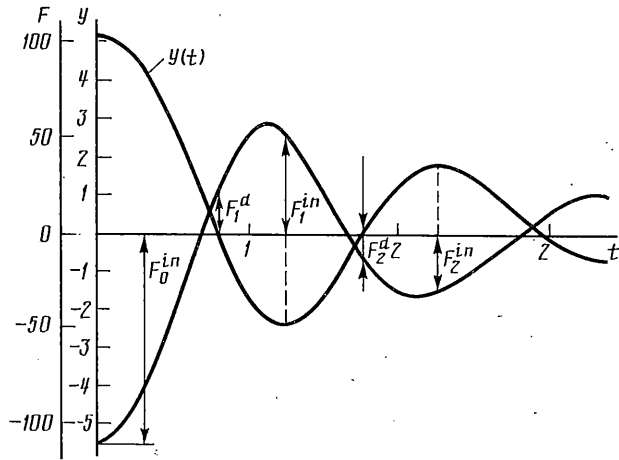
Для получения обобщенных зависимостей для серии опытов рекомендуется объединить опыты с близкими начальными отклонениями разного знака и проводить осредняющие лучи, наклон которых определяет $r_i = \Delta f_i / \Delta T$ в разные фазы колебаний. Предложенный алгоритм при постоянных k_i и r_i идентичен традиционному $\ln|y_0|/|y_{0,5}| = \ln|y_{0,5}|/|y_1| = \dots = \ln|y_k|/|y_{k+1}| = r_y T_{0,5}$. Но при дрейфе нуля тензостанции или остаточной деформации упругой подвески предложенная схема сглаживает статическую ошибку, позволяет полуразмах $y_0' = 0,5(|y_0| + |y_{0,5}|)$ сопоставить с амплитудой незатухающих колебаний, а при нелинейном демпфировании выделить область больших начальных отклонений и малых, внутри которых весь процесс можно считать линейным. Для всей группы близких начальных отклонений рекомендуется определять среднее начальное отклонение $\langle y_0 \rangle = (|y_{0,1}| + \dots + |y_{0,n}|) / n$ и средний полуразмах $\langle y_0' \rangle = (|y_{0,1}| + |y_{0,5}| + |y_{0,2}| + |y_{0,5,2}| + |y_{0,n}| + |y_{0,5,n}|) / 2n$.

Имея из опытов dR/dy , $\sigma = 2\pi/T_i$, r_i и используя связь $n_y^2 = \sigma^2 + r^2$ (что обязательно при большом демпфировании), можно найти присоединенную массу всей колеблющейся системы $\lambda_{22} = dR/dy / (\sigma^2 + r_y^2)$. Вычтя из нее массу самой модели m_0 , державки m_s , подвешенного к модели балласта m_b (при его использовании), тарировочных грузов m_w и присоединенную массу державки и балласта, можно найти присоединенную массу ~~державки с балластом~~ λ_{22}^s можно найти присоединенную массу λ_{22}^0 собственно модели. Для получения коэффициентов присоединенных масс и демпфирования державки с балластом k_{22} и r необходимо по той же методике провести с ними опыты по затухающей качке без модели. Имея результаты опытов двух серий, можно найти размерный коэффициент условного линейного демпфирования модели $N_v^s \approx 2r_y (dR/dy) / (\sigma^2 + r_y^2) - 2r_y^s (m_s + m_b + \lambda_{22}^s)$. При этом желательно использовать осредненные значения $\langle r_y \rangle$ и $\langle r_y^s \rangle$ для равных частот.

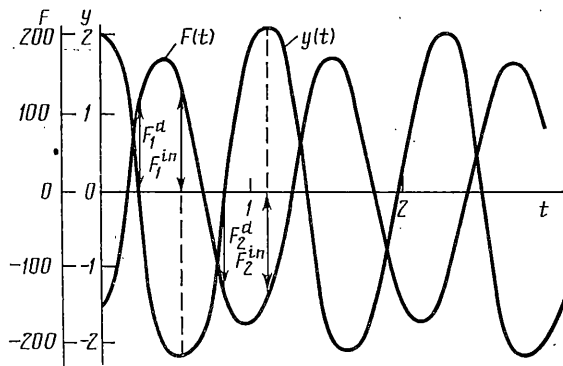
5. Эксперимент по качке с силоизмерением. Методика опытов по затухающей качке с силоизмерительным датчиком отличалась лишь тарировкой датчика, которая производилась одновременно с грузовой тарировкой упругой подвески. В характере записи сил $F(t)$ в начальный момент имело значение, за что отклонялась система — за державку модели (в этом случае СИД регистрирует восстанавливающую силу) или за верхний рым СИДа (в этом случае СИД не нагружен, и сила на нем появляется с началом движения). Образец получающихся записей для горизонтального цилиндра с $d=5,8$ см и $l=60$ см показан на фиг. 8. На нем по оси абсцисс отложена сила F в г. с. и перемещение y в сантиметрах, а по оси ординат — время t в секундах. Подобные опыты проводились и с экспоненциальными поплатками, и тонкими пластинами, колеблющимися вдоль своей плоскости.

Были также проведены опыты по вынужденной качке цилиндров и тел вращения на другой установке вынужденной качки, осуществляющей вертикальные колебания по закону $y=A \cos \sigma t$ с одновременной записью перемещений и действующих на модель сил с помощью другого СИД. Образец записи колебаний тела вращения массой $m_0 \approx 3300$ г и действующих на него сил показан на фиг. 9. На нем по оси абсцисс отложены сила F в г. с. и перемещение y , см, а по оси ординат — время t , с.

В обоих экспериментах уделялось особое внимание согласованию знаков записи колебаний и сил, так как здесь это имело принципиальное значение. Для «привязки» знака силы и перемещения державки учитывалось, что при законе перемещения $y=A \cos \sigma t$ вертикальная скорость $y' = -A\sigma \sin \sigma t$, ускорение $y'' = -A\sigma^2 \cos \sigma t$, а инерционные и демпфирующие силы должны действовать в противоположную от них сторону. Поэтому демпфирующая сила должна иметь знак, обратный y' , а инерционная — обратный y'' . Тот же принцип соблюдался в затухающих коле-



Фиг. 8



Фиг. 9

баниях тел на упругих элементах. Полученные записи позволяют в соответствующих фазах процесса сопоставить инерционные F^{in} и демпфирующие F^d силы с ускорениями и скоростями колебательного процесса. Эти силы обозначены на фиг. 8 и 9.

6. Некоторые закономерности затухающих процессов. Проведенные эксперименты выявили следующее. При малых начальных отклонениях $|y_0| < 0,6d$, где d — диаметр, весь процесс затухания даже плохо обтекаемого горизонтального цилиндра подчиняется линейному уравнению (2), и по результатам опытов (см. фиг. 7) из начала координат можно провести один луч, определяющий осредненное для всего процесса значение $\langle r_v \rangle$. При больших начальных отклонениях на первом полуразмахе наклон $\ln(|y_0| + |y_{0,5}|) / (|y_{0,5}| + |y_1|) / T_{0,5}$ больше, чем в последующие фазы колебаний.

Обычно после вхождения $y(t)$ в зону $|y| < 0,6d$ точки для $y_1, y_{1,5}, y_2, \dots$ ложатся так, что наклон луча для них оказывается таким же, как при малых начальных отклонениях. Предложенная обработка данных эксперимента позволяет выделить зону нелинейного и линейного демпфирования.

Если коэффициенты демпфирования и присоединенных масс $k_{22} = \lambda_{22}^0 / \rho V$ (где V — объем цилиндра) определять отдельно для начального интервала и последующих, то методом «сшивки» весь переходный процесс можно удовлетворительно описать линейными уравнениями (2), но со своими r_i и σ_i на этих интервалах.

Во всех экспериментах в однородной жидкости выявлена одна общая закономерность: первая половина периода всегда на 5—7% больше, чем последующие. Только большим демпфированием начального интервала это не объяснить. Расчет показывает, что в начальный момент движения присоединенная масса тела больше, чем при развитых колебаниях. Прирост $\Delta\lambda_{22}$ может достигать 15%. Объяснением этого может служить предположение, что в момент срагивания модели с места инерционное и вязкое сопротивление тела заметно превосходят их значение при развитом переходном процессе. Имеет место своеобразная «присоединенная масса покоя». Другое объяснение, которое предложено В. А. Некрасовым, — увеличение инерционности связано с затратами дополнительной энергии на развитие пограничного слоя. Но в любом случае обнаруженный факт имеет практические следствия: во-первых, расчет разгонных участков в переходных гидродинамических процессах требует, по-видимому, учета больших значений присоединенной инерционности, чем это следует из потенциальных решений; во-вторых, при использовании k_{ij} и r_{ij} , определенных методами затухающей качки, для расчета воздействия на ПТО волн необходимо дифференцированно относиться к этим коэффициентам. Для воздействия регулярных волн, очевидно, нужно брать значения k_{ij} и r_{ij} на участке развитых колебаний, а для воздействия солитона — на начальном.

Экспериментально определенное в реальной вязкой жидкости значение k_{22} оказывается на 15—20% меньше, чем теоретическое значение k_{22} для идеальной жидкости. Результат этот не является неожиданным. Еще ранее [3] были предложены так называемые «нестационарные составляющие второго рода», которые, как было показано позднее экспериментами [4], имеют знак, обратный присоединенным массам, и уменьшают фактическую инерционность тела в вязкой жидкости по сравнению с идеальной.

Сравнение затухающей вертикальной качки горизонтального цилиндра и экспоненциального поплавка (см. фиг. 7), обладающего большой смоченной поверхностью и плавными обводами, показывает, что главный вклад в демпфирование плохо обтекаемого цилиндра вносит не трение, а вихревые и отрывные явления.

Для выявления роли предыстории движения на параметры затухающей качки были проведены сопоставительные опыты по качке моделей из состояния равновесия и после предварительной раскачки. Принципиальной разницы, выходящей за рамки погрешности эксперимента, в этих процессах не обнаружено. Поэтому утверждение [2] об особой роли предыстории в величине r_{ij} подтверждения не находит.

7. Некоторые выводы из прямого силоизмерения. Сопоставленные $y(t)$ и $F(t)$ как в затухающих, так и в незатухающих процессах (см. фиг. 8 и 9) отчетливо показывает, что в $F(t)$ для поперечного обтекания цилиндров и тел вращения доминируют инерционные, а не демпфирующие силы, и $\max F(t)$ лежит вблизи $\max y''(t)$, а не вблизи $\max y'(t)$. Имеет место двухчленный закон взаимодействия $F(t) = F^{in}(t) + F^d(t)$, не дающий никаких оснований для применения в задачах качки гипотезы стационарности как при малых, так и при больших отклонениях.

Когда же вопреки результатам опытов эта гипотеза все же применяется [2] и суммарная сила в эксперименте по вынужденной качке представляется в виде

$$F^d(t) \approx C_y^d \frac{\rho}{2} A^2 \Omega \sigma_1^2 \sin \sigma_1 t$$

где Ω — смоченная поверхность, неизбежно приходится вводить сдвиг фаз между $\max y'(t)$ и $\max F(t)$. Однако этот сдвиг (а точнее опереже-

ние) не следствие какого-то вновь открытого явления, а именно незаконного применения гипотезы стационарности.

Есть и вторая некорректность игнорирования инерционной силы. Когда по определенной из эксперимента F_{\max} определяют коэффициент сопротивления $\zeta = F_{\max} / (1/2 \rho A^2 \sigma^2 \Omega)$, то неизбежно появляется ошибка, связанная с тем, что в составе $F_{\max} \approx [(F_{\max}^{in})^2 + (F_{\max}^d)^2]^{0.5}$ инерционная сила, определяемая ускорением $F_{\max}^{in} \approx -(m + \lambda_{22}) A \sigma^2$ зависит от амплитуды колебаний в первой степени. Делят же F_{\max} на A^2 . К сожалению, можно назвать немало экспериментальных работ, в которых именно так получают коэффициент сопротивления.

Если по-иному интерпретировать результаты опытов [2], то они при $\max y'(t)$ (когда $y=0$) дадут наибольшую силу демпфирования F_{\max}^d , из которой можно найти $\zeta = F_{\max}^d / (1/2 \rho A^2 \sigma^2 \Omega)$, а при $\max y''$ (когда $y'(t)=0$) определяют наибольшую инерционную силу $F_{\max}^{in} = -\lambda_{22} y_{\max} = -\lambda_{22} A \sigma^2$. В нее войдут как потенциальные, так и нестационарные вязкие компоненты. Нужно отметить, что в опытах [2] путем специальной балансировки СИД была компенсирована инерционная сила самой модели, по сила от присоединенной инерционности оставалась. Именно она и вызвала сдвиг фаз между $\max y'(t)$ и $\max F(t)$ в опытах [2] порядка 70–80°. Это свидетельствует о том, что главным во взаимодействии пластины, колеблющейся перпендикулярно своей плоскости в вязкой жидкости, является инерционная сила, а не демпфирующая.

Представляют интерес сравнительные опыты по затухающей качке с силоизмерением цилиндра $d=8$ см, $l=90$ см и $m_0=4700$ г и тонкой ($\delta=2$ мм) равновеликой ему пластины $12,6 \times 90$ см. Оказалось, что вязкость на 15–20% уменьшает присоединенную массу цилиндра по сравнению с идеальной жидкостью, но она же формирует присоединенную инерционность пластины (в идеальной жидкости ее не должно быть). Поэтому широко применяемое в прикладной гидромеханике определение присоединенных масс в рамках теоретических решений в идеальной жидкости не всегда оправдано.

8. Безразмерная форма коэффициентов и перенос лабораторных данных на натуру. Для присоединенных масс естественной нормировкой является их коэффициент $k_{22} = \frac{\lambda_{22}^0}{\rho V}$. В реальной жидкости он зависит от

параметров колебаний. Если ускорения при затухающей качке разделить на (g) и домножить на y_0'/d , можно получить обобщенный критерий переноса k_{22} , определенного методами затухающей качки на вынужденную,

от модели к натуре $K^2 = \frac{(y_0')^2}{gd} \sigma^2 \kappa_a = \frac{A^2}{gd} \sigma_1^2$. Выражение $K_{FR} = y_0' \sigma_2 \kappa_a^{0.5} /$

$/(gd)^{0.5} = A_1 \sigma_1 / (gd)^{0.5}$ приобретает смысл числа Фруда для колебательных процессов, что для инерционных сил естественно. Структура K_{FR} аналогична и числу Кулегана – Карпентера [5], что раскрывает его физический смысл с другой стороны. Значение K_{FR} учитывает влияние на k_{22} относительной амплитуды, что проявляется при $A > 0,6d$.

При малых амплитудах весь процесс колебаний подчиняется линейным уравнениям, и тогда в качестве функционального критерия для присоединенных масс может выступать условная безразмерная частота $\bar{\sigma}_a = \sigma_2 \kappa_a^{0.5} (d/g)^{0.5}$, которая должна приравняться к $\sigma_1 (d/g)^{0.5}$. Заметим, что в $\bar{\sigma}_a$ входит $\kappa_a^{0.5}$, а не κ_a . Обработка серии экспериментов с рядом горизонтальных цилиндров, проведенная С. В. Ивановым, показала, что экспериментальные точки по ним хорошо аппроксимируются выражением $k_{22} \approx K_{FR} / (0,04 + 0,90 K_{FR})$, коэффициент корреляции $R \approx 0,87$. При

сравнительно большом $K_{FR} \rightarrow 0,1$ значение $k_{22} \rightarrow 0,77$. От $\bar{\sigma}_a$ зависимость несколько хуже $k_{22} \approx \bar{\sigma}_a / (-1,83 + 1,61\bar{\sigma}_a)$, коэффициент корреляции $R \approx 0,8$.

Для коэффициентов демпфирования можно предложить две нормировки: для малых амплитуд и частот и линейного демпфирования $\bar{r}_v = N_v^0 / \rho V \sigma_2 \kappa_v$, для больших амплитуд и частот и нелинейном демпфировании $C_v^d = N_v^0 / 0,5 \rho y_0' \sigma_2 \kappa_v S$. С учетом того, что $N_v^0 = 2r_v (1 + k_{22}) \rho V$, а для цилиндра $V = \pi d^2 l / 4$ и $S = \pi d l$, существует связь $C_v^d = \bar{r}_v d / y_0'$, из которой видно, что приведение N_v^0 к C_v^d учитывает отношение амплитуды колебаний к диаметру цилиндра.

Определяющим критерием для величины C_v^d оказалось число Рейнольдса в виде $Re = y_0' \sigma_2 \kappa_v d / \nu$ для затухающих колебаний и $Re = A \sigma_1 d / \nu$ для незатухающих. Для малых амплитуд и частот приемлемым показателем может выступить безразмерная частота $\bar{\sigma}_v = \sigma_2 \kappa_v (d/g)^{0,5} = \sigma_1 (d/g)^{0,5}$.

Отработка экспериментальных данных позволила установить следующие эмпирические зависимости для горизонтальных цилиндров: $C_v^d \approx Re / (-1390 + 1,44 Re)$, коэффициент корреляции $R = 0,96$, $\bar{r}_v \approx \sigma_v / (-0,28 + 3,7 \bar{\sigma}_v)$, коэффициент корреляции $R = 0,72$. С использованием предложенных коэффициентов может быть записано выражение для сил сопротивления при гармонических колебаниях:

$$F^d(t) \approx \bar{r}_v \rho V A \sigma_1^2 \sin \sigma_1 t$$

при этом значение \bar{r}_v нужно брать при близких к натуре $\bar{\sigma}_v$:

$$F^d(t) \approx C_v^d \frac{\rho}{2} A^2 S \sigma_1^2 \sin \sigma_1 t$$

Значение C_v^d следует брать при близких к натуре Re .

В заключение отметим, что метод свободных затухающих колебаний вполне применим в задачах вынужденных колебаний, но требует учета соответствующих им редуцированных коэффициентов для скоростей и ускорений. В возмущающем воздействии на плохообтекаемое тело реальной жидкости доминируют инерционные, а не демпфирующие силы. Это ставит под сомнение применимость гипотезы стационарности в задачах качки таких тел, даже при малых амплитудах колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пыльнев Ю. В., Разумеев Ю. В. Исследование затухающих колебаний глубокопогруженного поплавка специальной формы в однородной и стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 4. С. 71–79.
2. Модников В. П. Экспериментальное исследование вихревого сопротивления плоских выступающих частей корпуса, совершающих гармонические колебания в жидкости // Тр. ВНТО им. акад. А. Н. Крылова. Материалы по обмену опытом. Л.: Судостроение, 1986. Вып. 432. С. 15–25.
3. Паграшев А. Н., Кивако Л. А., Гожий С. И. Прикладная гидромеханика. М.: Воениздат, 1970.
4. Колосов В. Д., Разумеев Ю. В. Влияние учета нестационарности гидродинамических характеристик на параметры неустановившегося движения судов // Тр. НТО Судпрома им. А. Н. Крылова. Семинар по динамике корабля. Вып. 200. Л.: Судостроение, 1973.
5. Вреббия К., Уокер С. Динамика морских сооружений. Л.: Судостроение, 1983.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
23.XI.1996