

УДК 539.3:534.1

© 1993 г. А. М. МИЛЬЦЫН

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ И ИХ ВЛИЯНИЕ  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК  
(МНОГОФАКТОРНЫЙ ПОДХОД), Ч. II

Исследуются взаимодействия технологических несовершенств, комплексно проявляющихся на характере поведения оболочек в до- и за-критической областях нагружения осевыми сжимающими усилиями. Исследования проводятся путем декомпозиции полиномиальной модели второго порядка, описывающей связь параметров несущей способности и технологических несовершенств и полученной на основе многофакторного теоретико-экспериментального метода. Выявлена существенная нелинейность зависимости параметра несущей способности от технологических факторов, в силу которой характер влияния каждого из них качественно и количественно зависит от величины сопутствующих несовершенств. Выявлена возможность повышения несущей способности реальной тонкостенной оболочки за счет формирования на ней в процессе изготовления определенной комбинации технологических несовершенств.

Влияние единичных несовершенств гладкой круговой тонкостенной оболочки при осевом сжатии на величину ее критической нагрузки исследовалось рядом авторов [1 — 7]. Несущая же способность реальной конструкции, содержащей комплекс взаимосвязанных отклонений от идеальной формы, по-видимому, определяется не только влиянием обособленно действующих несовершенств, но и их взаимодействием. В литературе практически нет работ, рассматривающих хорошо известную задачу устойчивости гладкой тонкостенной оболочки с учетом комплекса технологических несовершенств, и публикуемая работа в этом смысле отвечает современным требованиям.

1. Математическая модель связи параметров несущей способности и технологических несовершенств  $\Delta e_i$  (при  $e_i = \text{const}$ , где  $e_i$  — первичные факторы, характеризующие невозмущенное состояние конструкции) в виде

$$K = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \Delta e_i^\circ + \sum_{i=1, j=1}^n b_{ij} \Delta e_i^\circ \Delta e_j^\circ + \sum_{i=1}^n b_{ii} \Delta e_i^{\circ 2} \quad (i = \overline{1, n})$$

$$\Delta e_i^\circ = (\Delta e_i - \overline{\Delta e}) / S(\Delta e_i) \quad (i \neq j)$$

была получена путем многофакторного теоретико-экспериментального анализа, коэффициенты которой определялись на основе многофакторного эксперимента с тонкостенными оболочками. Анализ и обработка эксперимента, поставленного в условиях влияния комплекса варьируемых по величине и форме технологических несовершенств, с введением в матрицу-план управляемых и неуправляемых факторов, характеризующих несовершенство, привели к многочлену вида

$$\begin{aligned} K = & 0,2168 + 0,0046l_\varphi^\circ + 0,0136A_T^\circ + 0,0250n_T^\circ - 0,0007w^\circ + 0,0151\alpha^\circ + \\ & + 0,0051l_L^\circ + 0,0102(a/b)^\circ - 0,0010(\delta_{\max} - \delta_{\min})^\circ + 0,0079(A_T^\circ)^2 + \\ & + 0,1220(n_T^\circ)^2 + 0,0198\alpha^\circ(\delta_{\max} - \delta_{\min})^\circ - 0,0064\alpha^\circ(a/b)^\circ - 0,0008\alpha^\circ l_L^\circ + \\ & + 0,0208A_T^\circ(\delta_{\max} - \delta_{\min})^\circ - 0,0038A_T^\circ(a/b)^\circ + 0,0044A_T^\circ l_L^\circ + \end{aligned}$$

$$+ 0,0139l_{\varphi}^{\circ}(\delta_{\max} - \delta_{\min})^{\circ} - 0,0083l_{\varphi}^{\circ}w^{\circ} + 0,0046l_{\varphi}^{\circ}n_T^{\circ} +$$

$$+ 0,0120(a/b)^{\circ}(\delta_{\max} - \delta_{\min})^{\circ} - 0,0090n_T^{\circ}(a/b)^{\circ} - 0,0046n_T^{\circ}l_L^{\circ} + 0,0111A_T^{\circ}n_T^{\circ}$$

где  $A_T$  — амплитуда неплоскостности,  $n_T$  — число волн ее,  $\alpha$  — конусность,  $a/b$  — овальность,  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  — разнотолщинность.

Начальная погрешность представлялась параметрами лунки, инициирующей потерю устойчивости, с глубиной  $w$ , длиной вдоль образующей  $l_L$ , длиной вдоль направляющей  $l_{\varphi}$  и параметрами остальной части поля погрешей в виде амплитуд гармоник, составляющих функции максимальных прогибов при разложении этих функций в ряды Фурье вдоль образующей  $A_i^L$  и направляющей  $A_i^{\varphi}$  для  $i = \overline{1, n}$ . При анализе этой математической модели оказалось, что на устойчивость и несущую способность влияют параметры инициирующей лунки  $w$ ,  $l_L$ ,  $l_{\varphi}$ , а уровень влияния амплитуд гармоник  $A_i^L$  и  $A_i^{\varphi}$  является незначимым.

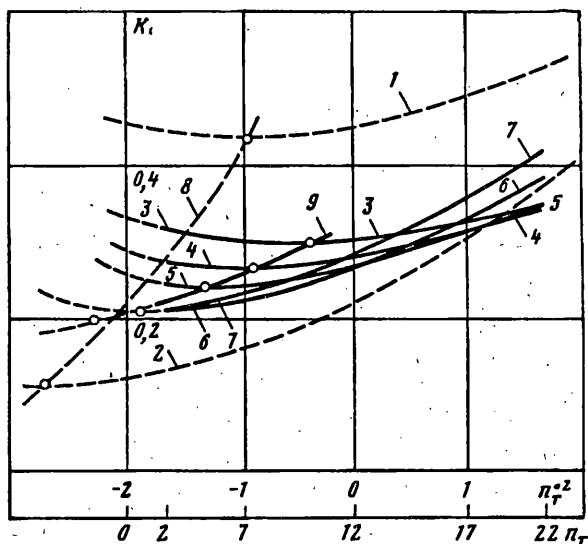
Адекватность и работоспособность модели подтверждалась статистическими и физическими критериями, а также интер- и экстраполяцией в области известных однофакторных экспериментов.

Для дальнейшего исследования уравнения, анализа и интерпретации механизма влияния факторов была произведена декомпозиция математической модели на систему взаимосвязанных двухфакторных зависимостей, являющихся пересечением гиперповерхности, соответствующей  $n$ -мерному метрическому пространству (в данном случае  $n = 9$ ), с гиперплоскостями  $\Delta e_i = \text{const}$  ( $i = \overline{1, k}$ ) при  $k = 8$ . Система двухфакторных уравнений рассматривалась при выполнении условий относительно уровня сопутствующих несовершенств.

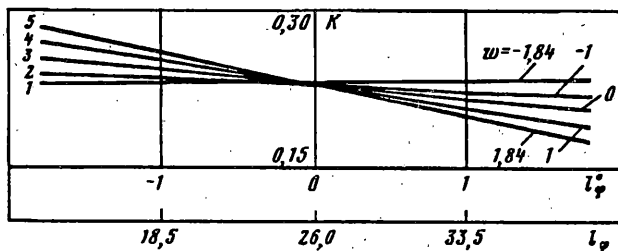
Наличие большого числа значимых парных взаимодействий исходных факторов определяют как существенную нелинейность частных моделей, так и их взаимосвязь между собой.

Рассмотрим особенности совместного влияния некоторых факторов на несущую способность тонкостенной оболочки. Как указывалось в [2, 4], существенное влияние на величину критической нагрузки оказывает неплоскостность торца, представленная в полученной модели параметром числа волн неплоскостности  $n_T$  и их амплитудой  $A_T$ . Анализ полученных поверхностей второго порядка показывает, что для всех уровней сопутствующих несовершенств наихудшая точка (точка экстремума) располагается в области малых значений  $n_T$  и больших  $A_T$ . При отсутствии прочих несовершенств  $w = l_{\varphi} = l_L = \alpha = a/b = (\delta_{\max} - \delta_{\min}) = 0$  и малом значении  $A_T = 0,098$  мм параметр  $n_T$  вначале снижает несущую способность ( $k = \text{min}$  достигается при  $n_T = 7$ ), а затем повышает ее (фиг. 1, линия 1), что хорошо согласуется с экспериментами для неоднородно сжатых оболочек [3]. При тех же условиях для  $A_T = 0,250$  мм с ростом  $n_T$  несущая способность повышается, хотя общий уровень безразмерных критических напряжений становится более низким, чем ранее (фиг. 1, линия 2). При этом наблюдается увеличение эффекта  $n_T$  до 38% от  $K = 0,605$  в диапазоне изменения  $n_T$  от 2 до 22. С увеличением уровня сопутствующих несовершенств наблюдается изменение характера влияния на  $K$  параметра  $A_T$  с ростом  $n_T$ . Так, при  $w^{\circ} = l_L^{\circ} = l_{\varphi}^{\circ} = \alpha^{\circ} = (\delta_{\max} - \delta_{\min})^{\circ} = -1$ ,  $(a/b)^{\circ} = 1$  при малом  $n_T$  увеличение  $A_T$  от 0,098 (фиг. 1, линия 3) до 0,250 (фиг. 1, линия 7) приводит к снижению несущей способности, а при большом  $n_T$  — к увеличению несущей способности, что рассматривается как новое явление.

На любом уровне сопутствующих несовершенств с ростом амплитуды неплоскостности  $A_T$  наблюдается смещение точки экстремума функции  $K = K(n_T)$  в область малых значений  $n_T$  (фиг. 1. линии 8 и 9). Это объясняется тем, что в неоднородном состоянии можно выделить два явления, снижающих несущую



Фиг. 1

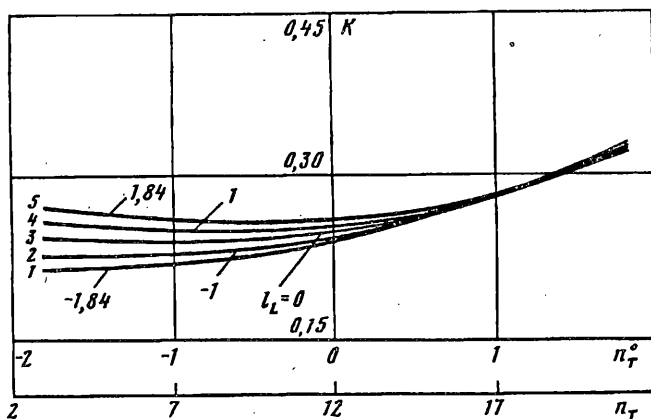


Фиг. 2

способность: уровень концентрации напряжений, определяемый величиной  $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$  и степень близости изменяемости напряженно-деформированного состояния оболочки к закритическому формообразованию. При малых значениях амплитуды  $A_T = 0,050 - 0,098$  мм неоднородность в среднем сечении оболочки проявляется слабо. Поэтому наиболее значимым явлением оказывается резонанс внутренних усилий и закритической формы. Это приводит к снижению критических напряжений при  $n_T = 7 - 9$ , что находит экспериментальное [3, 10] и теоретическое [7, 9] подтверждение.

При увеличении  $A_T$  до 0,250 мм усиливается концентрация напряжений, которая выступает главной причиной развития докритических прогибов и потери устойчивости. При этом наиболее опасным случаем является кратность числа волн закритическому волнообразованию и высокий уровень концентрации напряжений, который реализуется при меньшей, чем число закритических вмятин, изменяемости неплоскостности. Некоторые панели оболочки при этом оказываются недогруженными.

Параметры локальной лунки имеют различное влияние на несущую способность тонкостенной оболочки. Следует отметить, что из трех возможных взаимодействий параметров лунки  $l_p$ ,  $l_L$  и  $w$  в математическую модель входит лишь одно взаимодействие длины лунки вдоль направляющей  $l_p$  с ее глубиной  $w$ . Это указывает на нелинейность связи параметра несущей способности  $K$  с факторами инициирующей лунки. В то же время отсутствие в модели взаимодействий  $wl_L$



Фиг. 3

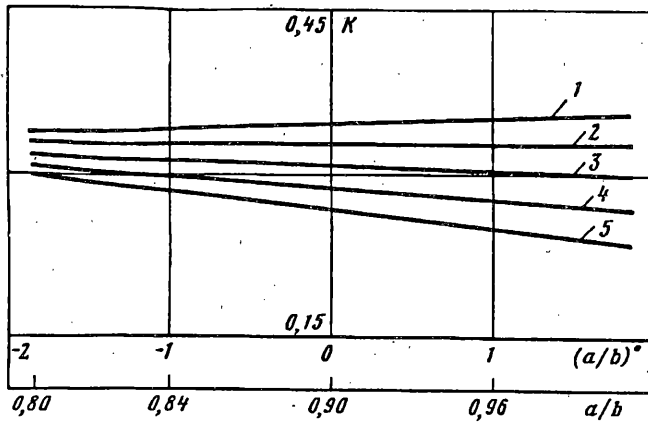
и  $l_L l_\phi$  дает основание говорить о раздельном влиянии глубины лунки и ее размеров в плане на устойчивость оболочки.

Рассмотрим зависимость несущей способности от параметров  $w$  и  $l_\phi$  (фиг. 2). Исследования показывают, что наивысшая несущая способность при малом уровне сопутствующих несовершенств наблюдается для оболочек с глубокой узкой лункой (фиг. 2, линии 4, 5). При малой величине  $l_\phi$  углубление лунки приводит к существенному росту несущей способности, т. е. при низком уровне сопутствующих несовершенств узкая лунка с глубиной в пределах  $2 < w/\delta < 7$  оказывает подкрепляющее воздействие. Развитие лунки вдоль направляющей при малом  $w$  в диапазоне  $0,026 < l_\phi / (2\pi R) < 0,089$  слабо снижает несущую способность. Механизм воздействия глубокой лунки на устойчивость продольно сжатой оболочки может быть интерпретирован аналогично механизму подкрепления гофром на части длины.

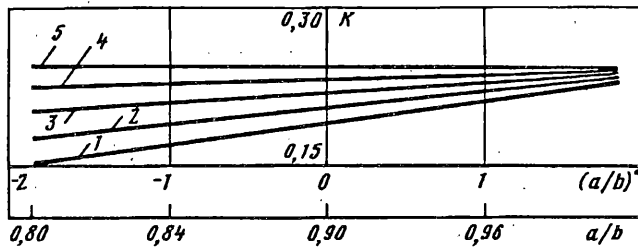
Влияние длины лунки вдоль образующей определяется взаимосвязью параметров локальной лунки и неплоскостности. Анализ взаимодействия  $l_L$  и  $n_T$  (фиг. 3) указывает на то, что подкрепляющее влияние длины лунки вдоль образующей как длины гофра реализуется при достаточно глубокой лунке (фиг. 3, линия 5) и неравномерной передаче усилий осевого сжатия на нее. Влияние фактора  $l_L$  существенно зависит от величины  $n_T$ : при достаточно высоком уровне сопутствующих несовершенств и при  $n_T = 2 - 5$  фактор  $l_L$  повышает несущую способность, а при  $n_T \geq 18$  незначительно снижает ее. При этом взаимное расположение локальной лунки и неплоскостности в многофакторном эксперименте было таково, что вертикальная ось лунки проходила через вершину одной из полуволн неплоскостности.

В целом анализ взаимного влияния параметров лунки на устойчивость цилиндрической оболочки позволяет по новому подойти к использованию результатов обмера погиби для прогнозирования несущей способности реальных тонкостенных конструкций.

2. Значительный интерес представляет совместное действие конусности  $\alpha$  и овальности  $a/b$ . На малых уровнях сопутствующих несовершенств  $w^\circ = l_\phi^\circ = l_L^\circ = n_T^\circ = A_T^\circ = (\delta_{\max} - \delta_{\min})^\circ = -1,84$  характер влияния овальности существенно зависит от уровня конусности (фиг. 4). При малых углах конусности ( $\alpha = 0^\circ - 0^\circ 56'$ ) увеличение овальности приводит к снижению несущей способности (фиг. 1, линии 1, 2), что соответствует известным теоретическим и экспериментальным данным [3, 11, 12]. С увеличением угла конусности характер влияния овальности изменяется (фиг. 4, линии 3, 4, 5). Так при  $\alpha = 3^\circ 16'$  (фиг. 4,



Фиг. 4



Фиг. 5

линия 5) увеличение овальности приводит к росту несущей способности на (0,10 — 0,12).

Для конусности наблюдается обратная зависимость: при малых уровнях сопутствующих несовершенств увеличение конусности  $\alpha$  приводит к снижению несущей способности, с ростом уровня сопутствующих несовершенств конусность  $\alpha$  изменяет характер влияния в зависимости от уровня  $a/b$ , и уже при среднем уровне сопутствующих несовершенств  $w^\circ = l_\varphi^\circ = l_L^\circ = n_T^\circ = A_T^\circ = (\delta_{\max} - \delta_{\min})^\circ = 0$  (фиг. 5) увеличение  $\alpha$  повышает критическое значение  $K$  (фиг. 5, линия 1 —  $\alpha = 0^\circ 56$ , линия 5 —  $\alpha = 3^\circ 16$ ). Повышение несущей способности с механической точки зрения объясняется следующим. Как было показано в [11, 12], овальная оболочка деформируется по схеме, близкой к деформированию четырех сопряженных цилиндрических панелей различной кривизны. Увеличение овальности приводит к уменьшению равнопрочности.

В случае конусной оболочки панели не только сжаты, но и подвержены изгибу; при этом наклон панелей различен. Известно, что большей деформированностью при изгибе обладают панели меньшей кривизны, а большей несущей способностью при действии осевого сжатия — панели большей кривизны. Поэтому, как было показано в [12], для чисто овальной оболочки панели большей кривизны в момент потери устойчивости оказываются недогруженными. Наличие конусности и, следовательно, изгибного состояния в отличие от чисто овальных оболочек приводит к тому, что наблюдается значительная деформативность в осевом направлении торцов панелей меньшей кривизны. Дополнительным фактором в данном случае является большая конусность для панелей меньшей кривизны. Таким образом, при данной схеме нагружения наблюдается перераспределение усилий, приводящих к догружению панелей большей кривизны.

Из общего уравнения видно, что параметр разнотолщинности является значимым фактором и связан с большим числом других несовершенств. В связи с

неуправляемым характером изменения  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  первоначально полагалось, что оценки коэффициентов уравнения, содержащих  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  смешаны с эффектами других неучтенных параметров погиби и неидеальности материала. Смешанность оценок  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  и параметров общей погиби не нашло подтверждения при сравнении коэффициентов уравнений, содержащих и не содержащих в качестве переменных амплитуды гармоник  $A_i^L, A_i^p$  ( $i = \overline{1, m}$ ) поля погиби. При этом введение гармоник практически не изменяет характера влияния разнотолщинности на параметр несущей способности  $K$ ; не изменяется и характер ее взаимосвязи с другими факторами.

Значимость большого числа парных взаимодействий  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  можно объяснить влиянием  $\alpha, A_T, l_p, n_T, a/b$  на механизм действия разнотолщинности. В целом увеличение  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  при низком уровне сопутствующих несовершенств приводит к существенному снижению несущей способности, что соответствует априорной информации. Увеличение  $(\delta_{\max} - \delta_{\min})$  при высоком уровне сопутствующих несовершенств приводит к увеличению параметра  $K$ . Это явление можно объяснить тем, что значительные по величине сопутствующие несовершенства нарушают закономерности, представленные, например, в [2], изменения толщины листового проката, из которого были изготовлены гладкие тонкостенные оболочки. В совокупности все несовершенства создают нерегулярную конструкцию с иным механизмом сопротивляемости действию внешних сил, по механическим свойствам отличающуюся от регулярной тонкостенной оболочки.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы: зависимость параметра несущей способности  $K$  тонкостенной цилиндрической оболочки от комплекса технологических несовершенств является существенно нелинейной; в силу нелинейности математической модели характер влияния каждого из технологических факторов качественно и количественно зависит от величины остальных; поэтому корректный анализ и интерпретация результатов однофакторных экспериментов должны сопровождаться оценкой уровня сопутствующих несовершенств; наличие одновременно двух или нескольких несовершенств может приводить как к существенному снижению критической нагрузки осевого сжатия, так и к повышению ее; повышение несущей способности происходит вследствие изменения механизма действия несовершенств при изменении характера напряженно-деформированного состояния реальной оболочечной конструкции; полученная нелинейная математическая модель может быть эффективно использована при диагностировании, прогнозировании несущей способности в системах контроля устойчивости и прочности реальных тонкостенных конструкций, для оптимизации технологии изготовления тонкостенных конструкций и обоснования допусков на изготовление.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моссаковский В. И. Влияние неоднородности напряженного состояния и начальных неправильностей на устойчивость цилиндрической оболочки // Тр. 7-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластинок. Днепропетровск, 1969. М.: Наука. 1970. С. 831—839.
2. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев: Наук. думка, 1977. 138 с.
3. Красовский В. Л. Экспериментальное исследование влияния конструктивных несовершенств и внешних возмущений на поведение и несущую способность круговых цилиндрических оболочек при правильном сжатии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Днепропетровск: ДГУ, 1973. 18 с.
4. Прокопало Е. Ф. Экспериментальное исследование влияния возмущающих факторов на несущую способность гладких цилиндрических оболочек: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Днепропетровск: ДГУ, 1972. 16 с.
5. Гайдученко А. П., Гудрамович В. С., Деменков А. Ф. Экспериментальное исследование влияния начальных отклонений формы на несущую способность цилиндрических оболочек // Прочность и надежность сложных систем. Киев: Наук. думка, 1979. С. 19—26.

6. *Аброш И.* Влияние начальных прогибов на устойчивость оболочек//Тонкостенные оболочечные конструкции. М.: Машиностроение, 1980. С. 222 — 259.
7. *Моссаковский В. И., Мильцын А. М., Олевский В. И.* Деформирование и устойчивость технологически несовершенных цилиндрических оболочек при неоднородном напряженном состоянии//Проблемы прочности. 1990. № 12. С. 28—32.
8. *Мильцын А. М.* Оценка комплексного влияния несовершенств на несущую способность тонкостенных оболочек на основе многофакторного анализа. Днепропетровск, 1986. 18 с. — Деп. ВИНТИ, № 6547-В86, 08.09.86.
9. *Андреев Л. В., Заварыкин Л. Г., Ободан Н. И.* Нелинейное деформирование и устойчивость цилиндрических оболочек при неосесимметричном продольном сжатии//Строит. механика и расчет сооружений. 1986. № 2. С. 37—39.
10. *Коноплев Ю. Г.* Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки под действием произвольного числа локальных осевых сил//Исследования по теории пластин и оболочек. Вып. VI — VII. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1970. С. 481—484.
11. *Новожилов В. В.* Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз. 1951. 344 с.
12. *Хатчинсон Дж.* Потеря устойчивости цилиндрической оболочки овального поперечного сечения под действием осевой сжимающей нагрузки и ее поведение в начальный период после потери устойчивости//Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Прикл. механика. 1968. № 1. С. 73—81.

Днепропетровск

Поступила в редакцию  
25.IX.1991