МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 · 1992

УДК 534.1

© 1992 г. Н. Н. БОЛОТНИК, Н. В. ГОРБАЧЕВ, А. Г. ШУХОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ С МИНИМАКСНЫМ КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА

В [1] для электромеханической системы с одной степенью свободы строится оптимальное (в определенном классе функций) управление, минимизирующее время приведения системы в заданное терминальное состояние при отсутствии перерегулирования и при выполнении ограничений на управляющее напряжение и ток в цепи якоря электродвигателя. Рассмотренный класс функций состоит из управлений, содержащих участки, где напряжение или ток в цепи якоря двигателя принимают максимально допустимые значения, и участки, на которых действует линейный регулятор.

В данной статье методика оптимизации, развитая в [1, 2], распространена на случай неполной информации о динамических параметрах управляемой системы. При этом используется гарантированный (минимаксный) подход, который состоит в определении управления, минимизирующего максимум времени приведения системы в требуемое состояние. Максимум здесь берется по всем допустимым значениям неопределенных параметров системы.

1. Постановка задачи управления. Рассматривается электромеханическая система, состоящая из электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением, редуктора и инерционного выходного звена (механической нагрузки) на его выходном валу. Для определенности будем рассматривать случай, когда выходное звено представляет собой абсолютно твердое тело и совершает вращательное движение. Описанную систему можно, например, трактовать как простейшую модель электромеханического манипулятора с одной степенью свободы. Выходным звеном при этом является рука манипулятора с перемещаемым грузом, закрепленным в ее схвате.

Если пренебречь быстрыми переходными процессами, обусловленными явлением самоиндукции в цепи якоря электродвигателя, то уравнение описанной выше системы представляется в виде

$$(I+Jn^2)R\Phi^{\cdot\cdot}+bkn^2\Phi^{\cdot}=bnu \tag{1.1}$$

Здесь I — момент инерции выходного звена вместе с ведомой шестерней редуктора, J — момент инерции якоря электродвигателя (вместе с ведущей шестерней редуктора), n — передаточное число редуктора, Φ — угол поворота выходного звена, R — электрическое сопротивление обмотки якоря двигателя, u — управляющее напряжение, b и k — постоянные параметры двигателя.

Обозначим совокупность параметров I, J, R, b, k через α: $\alpha=(I, J, R, b, k)$. Будем считать, что известен интервал возможных значений для каждого из перечисленных выше параметров, т. е.

$$\alpha \in A=[I_1, I_2]\times[J_1, J_2]\times[R_1, R_2]\times[b_1, b_2]\times[k_1, k_2] \tag{1.2}$$

Здесь I_s, J_s, R_s, b_s, k_s, $s=1, 2$ — заданные положительные числа.

Поставим задачу оптимального управления системой (1.1) в некотором классе V функций $u(u\in V)$. Конкретно классы функций V будут определены ниже. Целью управления является перевод системы (1.1) из начального состояния покоя

$$\Phi(0)=\Phi_0, \qquad \Phi^{\cdot}(0)=0 \tag{1.3}$$

в заданное терминальное состояние

$$\Phi=\Phi_1, \qquad \Phi^{\cdot}=0 \tag{1.4}$$

Поскольку система (1.1) инвариантна относительно сдвига по координате Φ, а также относительно одновременной смены знака переменных Φ и u, без ограничения общности положим в (1.3), (1.4) $\Phi_0>0$, $\Phi_1=0$. На управляющее напряжение u и ток $j=|u-kn\Phi^{\cdot}|/R$, см. [3, 4], налагаются естественные ограничения

$$|u|\leqslant U_0 \tag{1.5}$$

$$|u-kn\Phi^{\cdot}|\leqslant Rj_{\max} \tag{1.6}$$

Здесь U_0, $j_{\max}$ — заданные максимально допустимые значения напряжения и тока в цепи якоря электродвигателя.

Кроме того, наложим ограничение на качество переходного процесса, а именно потребуем, чтобы позиционирование выходного звена происходило без перерегулирования, т. е. для всех t выполнялось неравенство

$$\Phi(t)\geqslant 0 \tag{1.7}$$

Введем окрестность терминального положения

$$|\Phi-\Phi_1|<\delta \tag{1.8}$$

характеризующую точность позиционирования выходного звена. Обозначим через $T(u, \alpha, \delta)$ момент первого попадания системы (1.1) в окрестность (1.8) при управлении $u\in V$ и векторе параметров $\alpha\in A$.

Задача. Найти управление $u_0\in V$, удовлетворяющее ограничениям (1.5)—(1.7) при всех $\alpha\in A$ и условию оптимальности

$$\max_{\alpha\in A} T(u_0, \alpha, \delta)=\min_{u\in V}\max_{\alpha\in A} T(u, \alpha, \delta) \tag{1.9}$$

Такая постановка задачи оптимального управления отвечает минимизации гарантированного (не ухудшаемого при самой неблагоприятной реализации параметров $\alpha\in A$) времени попадания системы (1.1) на множество (1.8). В последующих пунктах дается решение поставленной задачи для частных случаев, характеризующихся выбором класса допустимых управлений V, множества возможных значений параметров A и набора ограничений (1.5), (1.6).

Случай 1. Пусть в (1.2) $k_1=k_2=k$, т. е. параметр k известен точно. Положим $j_{\max}=\infty$ в (1.6), что означает отсутствие ограничения на ток. Класс V определим как множество непрерывных функций вида

$$u(t)=-U_0, \quad t\leqslant\tau; \qquad u(t)=-c_1\Phi^{\cdot}-c_2\Phi, \quad t>\tau \tag{1.10}$$

$$u(t)=\max\{-U_0, k'n\Phi^{\cdot}-Rj_{\max}\}, \qquad t\leqslant\tau$$

Случай 2. Класс допустимых управлений определяется как множество непрерывных функций вида

$$u(t)=-c_1\Phi^{\cdot}-c_2\Phi, \qquad t>\tau, \quad k'\in[k_1,k_2] \tag{1.11}$$

Поясним выбор множества допустимых управлений. При $t\leqslant\tau$ закон управления (1.11) совпадает с оптимальным (в классе кусочно-непрерывных функций) законом, обеспечивающим приведение системы (1.1) при $k=k'$ из начального состояния (1.3) в терминальное состояние (1.4) за минимальное время, если выполнены ограничения (1.5), (1.6), см. [3, 4]. Если $t>\tau$, то управление системой происходит по закону классического линейного регулятора. Управление (1.10) формально получается из (1.11) при $k_1=k_2=k$, $j_{\max}=\infty$. Отметим, что определение оптимальных управлений в случаях 1 и 2 сводится к параметрической оптимизации, что значительно упрощает решение задачи.

2. Решение минимаксной задачи управления в случае 1. Перейдем к безразмерным переменным и параметрам:

$$\begin{gathered}\Phi'=\Phi/\Phi_0, \qquad t'=U_0t/(kn\Phi_0)\\ u'=u/U_0, \quad c_1'=c_1/(kn), \quad c_2'=c_2/U_0\\ D_1=(I+Jn^2)RU_0/(k^2bn^3\Phi_0)\end{gathered} \tag{2.1}$$

В дальнейшем штрихи при обозначении безразмерных переменных для удобства записи будут опускаться. В новых переменных (2.1) уравнение (1.1), начальные условия (1.3) и ограничение (1.5) принимают вид

$$D_1\Phi^{\cdot\cdot}+\Phi^{\cdot}=u, \qquad \Phi(0)=1, \qquad \Phi^{\cdot}(0)=0 \tag{2.2}$$

$$|u|\leqslant1 \tag{2.3}$$

Из (1.2), (2.1) вытекает, что

$$D_1\in[d,D], \qquad d=(I_1+J_1n^2)R_1U_0/(k^2b_2n^3\Phi_0)$$

$$D=(I_2+J_2n^2)R_2U_0/(k^2b_1n^3\Phi_0)$$

Введем параметры $\varkappa, a, \varepsilon$, задаваемые равенствами

$$\varkappa=D_1/D, \quad \varkappa\in[d/D, 1], \quad c_1=2Da-1, \quad c_2=\varepsilon a^2D \tag{2.4}$$

С учетом (2.4) уравнение (2.2) и управление (1.10) перепишутся в виде

$$\varkappa D\Phi^{\cdot\cdot}+\Phi^{\cdot}=u \tag{2.5}$$

$$u=-1, \qquad t\leqslant\tau \tag{2.6}$$

$$u=(1-2Da)\Phi^{\cdot}-\varepsilon a^2D\Phi, \qquad t>\tau$$

Из условия отсутствия перерегулирования (1.7) при любых $\varkappa\in[d/D, 1]$ вытекает, что $a>0$, $0<\varepsilon\leqslant1$.

Для системы (2.5) и класса допустимых управлений (2.6) задача оптимизации, поставленная в п. 1, состоит в нахождении параметров a_0, ε_0 при которых управление (2.6) удовлетворяет ограничениям (2.3), (1.7) для любых $\varkappa\in[d/D, 1]$ и, кроме того, выполняется условие оптимальности

$$\max_\varkappa T(\varepsilon_0, a_0, \varkappa D, \delta)=\min_{a,\varepsilon}\max_\varkappa T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta) \tag{2.7}$$

Здесь $T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)$ — момент первого попадания системы (2.5) в окрестность (1.8) при заданных значениях параметров $\varepsilon, a, \varkappa, D, \delta$.

Найдем область Λ изменения допустимых значений параметров ε, a, при которых удовлетворяются ограничения (2.3), (1.7) для всех $\varkappa \in [d/D, 1]$. Заметим, что область Λ непуста. В самом деле, нетрудно проверить, что для любого фиксированного ε ограничения (2.3), (1.7) удовлетворяются при достаточно малых $a>0$.

В частности, отсюда следует, что одна из границ области Λ (нижняя) задается уравнением $a=0$. Найдем теперь верхнюю границу Λ, то есть для заданного ε найдем максимальное значение a, принадлежащее Λ. Для этого воспользуемся следующим утверждением из [5].

Теорема 1. Пусть система описывается уравнением (2.5) с $\varkappa=1$. Оптимальное по быстродействию управление в классе (2.6) при фиксированном $\varepsilon \in (0, 1]$ определяется параметрами $a=a_0(\varepsilon, D)$, $\tau_0=\tau_0(\varepsilon, D)$. Здесь

$$a_0=-\mu/z(\tau_0) \tag{2.8}$$

$$z=D\Phi^{\cdot}+\Phi \tag{2.9}$$

τ_0 определяется из соотношения

$$\mu D(\varepsilon\mu\Phi-2\Phi^{\cdot}z)=(1+\Phi^{\cdot})z^2 \tag{2.10}$$

при условии $z<0$. Константа $\mu=\mu(\varepsilon)$ — единственный корень уравнения

$$c(c+1)^c[(\mu+1)c-\mu]^{\frac{1}{2}(c-1)}=(c-1)^c[(\mu+1)c+\mu]^{\frac{1}{2}(c+1)} \tag{2.11}$$

$$c=(1+\varepsilon)^{-1/2}$$

Кроме того, при любом $a \leqslant a_0(\varepsilon, D)$, и только в этом случае, управление (2.6) удовлетворяет ограничениям (2.3), (1.7).

Замечание. Оптимальность по быстродействию в теореме 1 означает, что при любом $t \geqslant 0$ выполняется неравенство $\Phi(t, \varepsilon, a_0(\varepsilon, D)) \leqslant \Phi(t, \varepsilon, a)$, где $\Phi(t, \varepsilon, a)$ — решение уравнения (2.5) с $\varkappa=1$ при управлении (2.6) с параметрами a, ε.

Следующее утверждение полностью характеризует область Λ допустимых параметров ε, a.

Теорема 2. $(\varepsilon, a) \in \Lambda \Leftrightarrow \varepsilon \in (0, 1]$, $a \in (0, a_0(\varepsilon, D))$.

В самом деле, пусть $(\varepsilon, a) \in \Lambda$. Покажем, что

$$0<a \leqslant a_0(\varepsilon, D) \tag{2.12}$$

Пара (ε, a) является допустимой для любого $\varkappa$, в частности для $\varkappa=1$. Неравенство (2.12) вытекает из теоремы 1, поскольку $a_0(\varepsilon, D)$ является максимально возможным значением a.

Наоборот, пусть выполнено неравенство (2.12). Покажем, что $(\varepsilon, a) \in \Lambda$, то есть соответствующее управление (2.6) удовлетворяет ограничениям (2.3), (1.7) при каждом $\varkappa$.

Зафиксируем $\varkappa \in [d/D, 1]$. Положим $a_+=a/\varkappa$ и перепишем (2.6) в виде

$$u=-1, \quad t \leqslant \tau \tag{2.13}$$

$$u=(1-2\varkappa Da_+)\Phi^{\cdot}-\varepsilon\varkappa a_+^2(\varkappa D)\Phi, \quad t>\tau$$

Из теоремы 1 следует, что для системы (2.5) с управлением (2.13) при фиксированном произведении $\varepsilon\varkappa \in (0, 1]$ существует оптимальный параметр $a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D)$. Зафиксируем $a=a^*$, удовлетворяющее (2.12) и положим $a_+^*=a^*/\varkappa$. Так как $a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D)$ является максимально возможным значением a_+, то, в силу теоремы 1, достаточно показать, что

$$a_+^* \leqslant a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D), \quad a^* \leqslant \varkappa a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D) \tag{2.14}$$

В силу (2.12) для доказательства (2.14) достаточно установить, что

$$a_0(\varepsilon, D) \leqslant \varkappa a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D) \tag{2.15}$$

Положим

$$f_\varepsilon(\varkappa)=\varkappa a_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D) \qquad (2.16)$$

Неравенство (2.15) эквивалентно неравенству

$$f_\varepsilon(1)\leqslant f_\varepsilon(\varkappa) \qquad (2.17)$$

Для доказательства (2.17) выведем с помощью (2.8)–(2.11) уравнение, решением которого будет являться функция $f_\varepsilon(\varkappa)$.

Подставим решение задачи Коши

$$\varkappa D\Phi''+\Phi'=-1, \quad \Phi(0)=1, \quad \Phi'(0)=0 \qquad (2.18)$$

в (2.9), (2.10), где коэффициент D заменен на $\varkappa D$, а ε – на $\varkappa\varepsilon$. Тогда из (2.8), (2.9), (2.16) получим

$$z(\tau_0)=1-\tau_0, \quad \tau_0=1+\mu\varkappa/f_\varepsilon(\varkappa) \qquad (2.19)$$

Уравнение (2.10) при этом неявно определяет зависимость $\tau_0=\tau_0(\varepsilon\varkappa, \varkappa D)$. Подставляя (2.19) в (2.10), получим

$$(\eta^2-2\eta+\varepsilon_-)/[\varepsilon_--(2+\varepsilon_--\mu)\eta]=\exp[\eta\mu+\varepsilon/(\varepsilon_-D)] \qquad (2.20)$$
$$\eta=1/(Df_\varepsilon(\varkappa)), \quad \varepsilon_-=\varepsilon\varkappa$$

Неравенство (2.17) можно теперь доказать, исследуя (единственное) решение $\eta=\eta(\varepsilon_-)$ уравнения (2.20) при фиксированных ε и D. А именно, (2.17) эквивалентно монотонности функции $\eta(\varepsilon_-)$: $\eta(\varepsilon_-)\leqslant\eta(\varepsilon)$, $0<\varepsilon_-\leqslant\varepsilon$. Последнее неравенство вытекает из анализа уравнения (2.20) и равенства (2.11), определяющего функцию μ.

Наряду с описанием множества допустимых параметров Λ для нахождения оптимальных значений ε_0, a_0 в (2.7) потребуется следующее утверждение.

Теорема 3. Для любых $\varkappa\in[d/D, 1]$, δ справедливо равенство

$$\min_{(\varepsilon,a)\in\Lambda} T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)=T(1, a_0(1, D), \varkappa D, \delta) \qquad (2.21)$$

Доказательство теоремы разбивается на два этапа. Сначала показывается, что функция $T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)$ монотонно убывает с ростом параметра a. В случае $\varepsilon=1$, $\varkappa=1$ этот факт был установлен в [2]. При произвольных $\varepsilon, \varkappa$ $(0<\varepsilon\leqslant1,\ \varkappa\in[d/D, 1])$ доказательство проводится аналогично. Отсюда и из теоремы 2 следует, что минимум в (2.21) может достигаться только на паре вида $(\varepsilon, a_0(\varepsilon, D))\in\Lambda$.

На втором этапе изучаются управления вида (2.6) с параметрами $\varepsilon, a_0(\varepsilon, D)$. Для доказательства (2.21) достаточно установить, что при любом $t>0$ справедливо неравенство

$$\Phi(t, 1, a_0(1, D), \varkappa)\leqslant\Phi(t, \varepsilon, a_0(\varepsilon, D), \varkappa) \qquad (2.22)$$

где, как и выше, $\Phi(t, \varepsilon, a_0(\varepsilon, D), \varkappa)$ – решение уравнения (2.5) при управлении (2.6) с параметрами $\varepsilon, a_0(\varepsilon, D)$.

Обозначим через $\tau(\varepsilon, D, \varkappa)$ момент переключения τ в управлении (2.6) при $a=a_0=a_0(\varepsilon, D)$.

Предположим, что имеет место равенство

$$\max_\varepsilon \tau(\varepsilon, D, \varkappa)=\tau(1, D, \varkappa) \qquad (2.23)$$

Тогда очевидно, что неравенство (2.22) справедливо при $t\leqslant\tau(1, D, \varkappa)$. А при $t>\tau(1, D, \varkappa)$ и любом $\varepsilon>0$ функция $\Phi(t, \varepsilon, a_0(\varepsilon, D), \varkappa)$ является решением линейного уравнения и соотношение (2.22) доказывается по той же схеме, что и утверждение $A3$ из [2]. Таким образом, для завершения доказательства теоремы достаточно убедиться в справедливости (2.23).

Напомним, что момент $\tau=\tau(\varepsilon, D, \varkappa)$ определяется из условия непрерывности $(1-2Da_0)\Phi^\cdot-\varepsilon Da_0^2\Phi=-1$, где Φ — решение задачи Коши (2.18). Подставляя в это равенство явное решение задачи (2.18), получим

$$e^{-y}=\frac{-a_1^2\varepsilon_-y+a_1^2\varepsilon_--2a_1+\varepsilon_-a_1^2/(\varkappa D)}{a_1^2\varepsilon_--2a_1+1} \tag{2.24}$$

$$y=\tau(\varepsilon, D, \varkappa)/(\varkappa D), \qquad a_1=Da_0(\varepsilon, D), \qquad \varepsilon_-=\varepsilon\varkappa$$

Для доказательства (2.23) достаточно проверить, что y (решение уравнения (2.24)) есть монотонно возрастающая функция ε_-.

Перепишем (2.24) в виде

$$[e^{-y}(a_1^2\varepsilon-2a_1+1)+a_1^2\varepsilon_-y-a_1^2\varepsilon_-+2a_1]/(\varepsilon_-a_1^2)=1/(\varkappa D) \tag{2.25}$$

Из (2.25) видно, что $dy/d\varepsilon_-$ не зависит от $\varkappa$. Поэтому достаточно показать, что $dy/d\varepsilon_->0$ при $\varkappa=1$. А это, по существу, было сделано в [5] при доказательстве оптимальности управления, отвечающего $\varepsilon=1$.

Следствие. Для любого δ $\min\limits_{\varepsilon,a}\max\limits_{\varkappa} T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)$ реализуется при $\varepsilon=1$, $a=a_0(1, D)$ и равен $\max\limits_{\varkappa}\min\limits_{\varepsilon,a} T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)$.

В самом деле, из теоремы 3 вытекает, что при любых $\varkappa$, δ

$$T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)\geqslant T(1, a_0(1, D), \varkappa D, \delta)$$

Следовательно,

$$F(\varepsilon, a, \delta)=\max\nolimits_\varkappa T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)\geqslant$$
$$\geqslant\max\nolimits_\varkappa T(1,\ a_0(1,\ D),\ \varkappa D,\ \delta)=F(1,\ a_0(1,\ D),\ \delta)$$

Отсюда $\min_{\varepsilon,a}F(\varepsilon, a, \delta)\geqslant F(1, a_0(1, D), \delta)$. А так как противоположное неравенство очевидно, то $\min_{\varepsilon,a} F(\varepsilon, a, \delta)=F(1, a_0(1, D), \delta)$. Таким образом,

$$\min_{\varepsilon,a}\max_{\varkappa} T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)=\max_{\varkappa} T(1, a_0(1, D), \varkappa D, \delta)=\max_{\varkappa}\min_{\varepsilon,a} T(\varepsilon, a, \varkappa D, \delta)$$

Итак, оптимальные значения параметров ε и a управления (2.6), удовлетворяющие условию (2.7), есть $\varepsilon=1$, $a=a_0(1, D)$.

Это означает, что величины коэффициентов линейного регулятора, минимизирующие гарантированное время приведения системы (2.2) в окрестность (1.8) с учетом неопределенности параметра D_1, совпадают с соответствующими величинами, полученными в [2] в случае отсутствия указанной неопределенности, где следует положить параметр D_1 равным максимально возможному значению D.

Момент переключения τ, обеспечивающий непрерывность управления (2.6), зависит от реализации неизвестного параметра D_1 и не может быть вычислен заранее. Однако, измеряя фазовые переменные Φ, $\Phi^\cdot$, момент переключения τ можно практически определить из условия обращения в нуль выражения $1+(1-2Da_0(1, D))\Phi^\cdot-a_0^2(1, D)\Phi$.

Замечание. Выше для простоты предполагалось, что в (1.2) $k_1=k_2=k$, т. е. параметр k известен точно. Если отказаться от этого предположения, то после перехода к соответствующим безразмерным переменным уравнение (1.1), начальные условия (1.3) и ограничение (1.5) можно привести к виду

$$r\Phi^{\cdot\cdot}+k\Phi^\cdot=u, \qquad \Phi(0)=1, \qquad \Phi^\cdot(0)=0, \qquad |u|\leqslant 1 \tag{2.26}$$

Интервалы возможных значений параметров представятся в форме

$$r\in[r_1, r_2], \qquad k\in[k_1, k_2] \tag{2.27}$$

Граничные значения r_1, r_2, k_1, k_2 зависят от конкретного способа перехода к безразмерным переменным.

Решение задачи (1.9) для системы (2.26), (2.27) в классе допустимых управлений (1.10) при $U_0=1$ строится следующим образом: 1) в системе (2.26) полагается $r=r_2$, $k=k_1$; 2) рассчитываются оптимальные параметры c_1, c_2 линейного регулятора при фиксированных $r=r_2$ и $k=k_1$ в соответствии с процедурой, описанной в [2].

Полученные таким образом значения коэффициентов c_1, c_2 оказываются оптимальными и для минимаксной задачи (1.9). Доказательство этого факта по существу повторяет приведенное выше доказательство аналогичного утверждения в случае, когда параметр k известен точно. Однако выкладки получаются более громоздкими и здесь не приводятся.

3. Решение задачи управления в случае 2. Как и в случае 1, введением безразмерных переменных уравнение движения с начальными условиями можно привести к виду (2.26), а ограничения на напряжение и ток — к виду

$$|u|\leqslant 1, \qquad |k\Phi^{\cdot}-u|\leqslant\eta \tag{3.1}$$

Интервалы возможных значений параметров r, k по-прежнему представляются в форме (2.27). Комбинированное управление (1.11) в безразмерных переменных выглядит так:

$$u(t)=\max\{-1, k'\Phi^{\cdot}-\eta\}, \qquad t\leqslant\tau$$
$$u(t)=-c_1\Phi^{\cdot}-c_2\Phi, \qquad t>\tau, \qquad k'\in[k_1, k_2] \tag{3.2}$$

Параметры c_1, c_2 линейного регулятора в управлении (3.2) предлагается рассчитывать согласно следующему алгоритму: 1) в (2.26), (3.1), (3.2) полагаем $r=r_2$, $k=k_1$, $k'=k_1$; 2) рассчитываются оптимальные параметры c_1, c_2 при фиксированных $r=r_2$, $k=k_1$, $k'=k_1$ в соответствии с процедурой, описанной в [1].

Из результатов [1] вытекает, что в пространстве параметров k, r, η существуют области, в которых «активными» является либо только ограничение на напряжение (в этом случае максимально допустимое значение тока не достигается ни в какой момент времени), либо только ограничение на ток. В этих областях параметры c_1, c_2, рассчитанные согласно описанному выше алгоритму, оптимальны для минимаксной задачи (1.9) в классе управлений (3.2). Доказательство оптимальности аналогично приведенному в п. 2 для случая 1. Для остальных значений определяющих параметров задачи оптимальность коэффициентов c_1, c_2 в управлении (3.2) носит характер правдоподобного утверждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болотник Н. Н., Горбачев Н. В., Шухов А. Г.* Комбинированное субоптимальное управление электромеханической системой // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1991. № 6. С. 192–202.

2. *Горбачев Н. В., Сафонов А. В., Шухов А. Г.* Синтез и оптимизация алгоритмов управления на основе концепции обратных задач // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1990. № 2. С. 3–14.

3. *Chernousko F. L., Akulenko L. D., Bolotnik N. N.* Time – optimal control for robotic manipulators // Optimal Control Applications and Methods. 1989. V. 10. No. 4. P. 293–311.

4. *Болотник Н. Н., Черноусько Ф. Л.* Оптимизация управления манипуляционными роботами // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1990. № 1. С. 189–238.

5. *Горбачев Н. В., Ким Д. П., Шухов А. Г.* Синтез алгоритмов управления на основе решения обратной задачи динамики с учетом ограничения на управление // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 4. С. 164–168.

Москва

Поступила в редакцию
21.V.1991