

УДК 539.375

© 1992 г. М. А. ГРЕКОВ, Ю. М. ДАЛЬ, В. А. КУРОЧКИН

**ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ
 С ВНУТРЕННЕЙ ТРЕЩИНОЙ**

Упругая полоса с трещиной рассматривалась во многих работах [1, 2]. Как правило, приведенные в них результаты носят частный характер, а сами решения, полученные традиционными методами (сведение к сингулярным интегральным уравнениям [3, 4] или уравнениям Фредгольма II рода [5]) громоздки и трудно воспроизводимы. Анализ напряженно-деформированного состояния около трещины существенно упрощается, если трещина расположена вблизи одной из границ полосы, и влиянием другой границы можно пренебречь [6]. Однако в этом случае, при замене полосы с трещиной соответствующей ей полуплоскостью с трещиной, остается невыясненным, насколько далеко от трещины должна быть другая граница полосы, чтобы оба решения давали близкие результаты.

В данной работе для трещины, расположенной в полосе со свободными кромками и раскрываемой нормальными равномерно распределенными усилиями, найдено условие, при котором такая замена практически не влияет на предельное состояние полосы с трещиной при хрупком разрушении. Решение задачи в общей постановке получено нетрадиционным методом, позволяющим представить компоненты напряжений и перемещений в аналитическом виде. Входящие в аналитические зависимости неизвестные постоянные находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений, полученной при удовлетворении граничных условиям в точках коллокации на берегах трещины. Предельное состояние полосы с трещиной оценивается при помощи критерия хрупкой прочности В. В. Новожилова [7].

1. Постановка задачи. Рассмотрим полосу $D = \{(\xi, \eta) : \xi \in R^1, -H \leq \eta \leq 0\}$ с трещиной-разрезом $\Gamma_0 = \{(x, y) : |x| \leq 1, y = 0\}$, наклоненной под углом α к ее границам Γ_1 и Γ_2 (фиг. 1). Безразмерные координаты x, y и ξ, η связаны соотношением $\xi = z \cdot e^{i\alpha} - i(h_1 + \sin \alpha)$, где $z = x + iy, \zeta = \xi + i\eta, i = \sqrt{-1}, 0 \leq \alpha \leq \pi, 0 < h_1 < H - 2 \sin \alpha$.

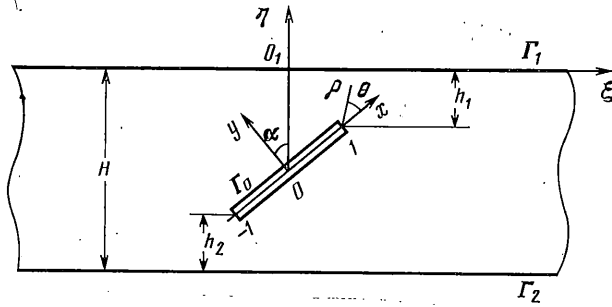
На берегах трещины заданы напряжения

$$\sigma_{yy}^{\pm} - i\sigma_{xy}^{\pm} = p_{yy}^0 - ip_{xy}^0 = p_0(x), \quad z \in \Gamma_0 \quad (1.1)$$

$$\sigma_{ij}^{\pm} = \lim_{y \rightarrow \pm 0} \sigma_{ij}(x, y) \quad \text{при } |x| \leq 1 \quad (i, j \rightarrow x, y)$$

На границах полосы Γ_k ($k=1, 2$) действуют усилия

$$\sigma_{\eta\eta} - i\sigma_{\xi\eta} = p_{\eta\eta}^{(k)} - ip_{\xi\eta}^{(k)} = p_k(\xi), \quad \zeta \in \Gamma_k \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Кроме того, выполняются условия на бесконечности

$$\lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\eta\eta} = \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\xi\eta} = 0, \quad \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\xi\xi} = a(\eta + H/2) + b \quad (1.3)$$

и условия равновесия

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (p_1 - p_2) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t (p_{\eta\eta}^{(1)} - p_{\eta\eta}^{(2)}) dt = 0$$

В (1.3) величина a определяет изгиб полосы моментом $M = aH^3/12$, b — продольное растяжение (сжатие) силой $P = bH$. Известные функции $p_0(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$ удовлетворяют условию Гельдера почти во всех точках областей задания и, кроме того, $\lim_{|t| \rightarrow \infty} p_k(t) = 0$ ($k=1, 2$).

2. Метод решения. Напряжения σ_{ij} и перемещения u_j исходной задачи представим в виде

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sigma_{ij}^{(k)}, \quad u_j = \sum_{k=1}^3 u_j^{(k)} \quad (i, j \rightarrow x, y) \quad (2.1)$$

где $\sigma_{ij}^{(1)}$, $u_j^{(1)}$ — решение плоской задачи для трещины, расположенной в неограниченной области и раскрываемой неизвестной самоуравновешенной нагрузкой $p(x)$:

$$\sigma_{yy}^{(1)\pm} - i\sigma_{xy}^{(1)\pm} = p_{yy} - ip_{xy} = p(x), \quad z \in \Gamma_0 \quad (2.2)$$

при нулевых напряжениях и угле поворота на бесконечности; $\sigma_{ij}^{(2)}$, $u_j^{(2)}$ — решение плоской задачи для полуплоскости $\eta \leq 0$ без трещины, на границе которой действуют усилия

$$\sigma_{\eta\eta}^{(2)} - i\sigma_{\xi\eta}^{(2)} = p_1 - \{\sigma_{\eta\eta}^{(1)} - i\sigma_{\xi\eta}^{(1)}\} = q(\xi), \quad \xi \in \Gamma_1 \quad (2.3)$$

при нулевых напряжениях и угле поворота на бесконечности; $\sigma_{ij}^{(3)}$, $u_j^{(3)}$ — решение плоской задачи для полосы D без трещины, на границах которой действуют усилия

$$\sigma_{\eta\eta}^{(3)} - i\sigma_{\xi\eta}^{(3)} \equiv 0, \quad \xi \in \Gamma_1 \quad (2.4)$$

$$\sigma_{\eta\eta}^{(3)} - i\sigma_{\xi\eta}^{(3)} = p_2 - \{\sigma_{\eta\eta}^{(1)} + \sigma_{\eta\eta}^{(2)} - i(\sigma_{\xi\eta}^{(1)} + \sigma_{\xi\eta}^{(2)})\} = r(\xi), \quad \xi \in \Gamma_2$$

$$\lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\eta\eta}^{(3)} = \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\xi\eta}^{(3)} = 0, \quad \lim_{|\xi| \rightarrow \infty} \sigma_{\xi\xi}^{(3)} = a(\eta + H/2) + b \quad (2.5)$$

Подставив (2.1) в (1.1), с учетом (2.2) получим уравнение для наход-

дения функции $p(x)$:

$$p(x) + \sigma_{yy}^{(2)}(p, x) - i\sigma_{xy}^{(2)}(p, x) + \sigma_{yy}^{(3)}(p, x) - i\sigma_{xy}^{(3)}(p, x) = p_0(x), \quad z \in \Gamma_0 \quad (2.6)$$

При этом краевые условия (1.2) и условия на бесконечности (1.3) выполняются автоматически.

Согласно [8, 9] решения первых двух задач (2.2) и (2.3) имеют вид

$$\sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{yy}^{(1)} = 4 \operatorname{Re} \Phi_1(z), \quad \sigma_{yy}^{(1)} - i\sigma_{xy}^{(1)} = \Phi_1(z) + \Phi_1(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi_1'(z)}$$

$$2\mu(u_x^{(1)} + iu_y^{(1)}) = \kappa \int \Phi_1(z) dz - \int \Phi_1(\bar{z}) d\bar{z} - (z - \bar{z}) \overline{\Phi_1(z)} \quad (2.7)$$

$$\sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{yy}^{(2)} = 4 \operatorname{Re} \Phi_2(\zeta)$$

$$\sigma_{yy}^{(2)} - i\sigma_{xy}^{(2)} = \Phi_2(\zeta) + (1 - e^{-2i\alpha}) \overline{\Phi_2(\zeta)} - e^{-2i\alpha} \Phi_2(\bar{\zeta}) + (\zeta - \bar{\zeta}) e^{-2i\alpha} \overline{\Phi_2'(\zeta)} \quad (2.8)$$

$$2\mu(u_x^{(2)} + iu_y^{(2)}) = \kappa \int \Phi_2(\zeta) d\zeta + \int \Phi_2(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} - (\zeta - \bar{\zeta}) \overline{\Phi_2(\zeta)}$$

где μ, κ — упругие постоянные

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\pi \sqrt{z^2 - 1}} \int_{-1}^1 \frac{p(t) \sqrt{1-t^2}}{t-z} dt \quad (2.9)$$

$$\Phi_2(\zeta) = \Phi_0(\zeta) + \begin{cases} \Phi_1[(\zeta + ih) e^{-i\alpha}], & \eta > 0 \\ -\Phi_1(\bar{\zeta}_2) - [\Phi_1(\zeta_2) - \overline{\Phi_1(\zeta_2)} - \\ - 2i(\zeta \sin \alpha - h \cos \alpha) \overline{\Phi_1'(\zeta_2)}] e^{2i\alpha}, & \eta < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\zeta_2 = (\zeta - ih) e^{i\alpha}, \quad h = h_1 + \sin \alpha, \quad \Phi_0(\zeta) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p_1(t)}{t-\zeta} dt$$

Черта сверху в (2.7)–(2.10) и ниже означает комплексное сопряжение.

Решение третьей задачи (2.4) построим приближенно, рассмотрев полосу конечной длины $2l$. Условимся считать при этом, что $l \gg \max\{H, 1\}$, а граничные условия на торцах выполняются в смысле Сен-Венана, т. е.

$$\int_{-H}^0 \sigma_{\xi\xi} d\eta = P, \quad \int_{-H}^0 (\eta + H/2) \sigma_{\xi\xi} d\eta = M, \quad \xi = \pm l$$

Учитывая сказанное, выразим компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij}^{(3)}$ через функцию напряжений $F(\xi, \eta)$:

$$\sigma_{\eta\eta}^{(3)} = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}, \quad \sigma_{\xi\xi}^{(3)} = \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + a(\eta + H/2) + b, \quad \sigma_{\xi\eta}^{(3)} = -\frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} \quad (2.11)$$

которую представим в виде ряда Фурье по переменной ξ :

$$F(\xi, \eta) = \frac{1}{2} f_0^c(\eta) + \sum_{m=1}^{\infty} [f_m^c(\eta) \cos \lambda_m \xi + f_m^s(\eta) \sin \lambda_m \xi] \equiv \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m(\eta) e^{i\lambda_m \xi} \quad (2.12)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$f_m(\eta) = (A_m + B_m \eta) \operatorname{ch} \lambda_m \eta + (C_m + D_m \eta) \operatorname{sh} \lambda_m \eta$$

$$f_m(\eta) = \overline{f_{-m}(\eta)} = (f_m^c - i f_m^s) / 2; \quad \lambda_m = \pi m / l, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Постоянные коэффициенты A_m, \dots, D_m определим из граничных условий (2.4). Обозначим

$$P_m = \frac{1}{l} \int_{-l}^l r_{\eta\eta}(t) e^{-i\lambda_m t} dt, \quad T_m = \frac{i}{l} \int_{-l}^l r_{\xi\eta}(t) e^{-i\lambda_m t} dt, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

В результате подстановки (2.11) и (2.12) в (2.4) имеем

$$A_m = 0, \quad B_m = -C_m \lambda_m$$

$$C_m = \frac{P_m (\operatorname{sh} \lambda_m H + \lambda_m H \operatorname{ch} \lambda_m H) + T_m \lambda_m H \operatorname{sh} \lambda_m H}{\lambda_m^2 (\operatorname{ch} 2\lambda_m H - 2\lambda_m^2 H^2 - 1)}$$

$$D_m = -\frac{P_m \lambda_m H \operatorname{sh} \lambda_m H + T_m (\lambda_m H \operatorname{ch} \lambda_m H - \operatorname{sh} \lambda_m H)}{\lambda_m (\operatorname{ch} 2\lambda_m H - 2\lambda_m^2 H^2 - 1)}$$

Предположим, что искомую функцию $p(x)$ можно с достаточной степенью точности аппроксимировать полиномом степени N с комплексными коэффициентами $c_n = a_n - ib_n$:

$$p(x) = \sum_{n=0}^N c_n x^n, \quad |x| \leq 1 \quad (2.13)$$

Подставив (2.13) в (2.8) и перейдя к интегрированию по замкнутому контуру, стягиваемому к отрезку $[-1, 1]$, на основании свойств интегралов типа Коши [8] находим

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^N c_n \varphi_n(z) \quad (2.14)$$

$$\varphi_n(z) = z^n - (z^2 - 1)^{-1/2} \sum_{k=0}^{n+1-2k \geq 0} \gamma_{2k} z^{n+1-2k}$$

$$\gamma_0 = 1, \quad \gamma_2 = -1/2, \quad \gamma_{2k} = -\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2k)} \quad (k = 2, 3, 4, \dots)$$

Подставив (2.13) в (2.7), (2.8) и (2.11) выразим компоненты напряжений $\sigma_{ij}^{(k)}$ ($k=1, 2$) через функции φ_n и неизвестные постоянные c_n :

$$\sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{yy}^{(1)} = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=0}^N c_n \varphi_n(z) \quad (2.15)$$

$$\sigma_{yy}^{(1)} - i\sigma_{xy}^{(1)} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \{c_n [\varphi_n(z) + \varphi_n(\bar{z})] + 2iy \bar{c}_n \varphi_n'(\bar{z})\}$$

$$\sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{yy}^{(2)} = 4 \operatorname{Re} \Phi_0(\zeta) - 2 \operatorname{Re} \sum_{n=0}^N \{c_n e^{2i\alpha} \varphi_n(\zeta_2) - \bar{c}_n [(e^{2i\alpha} - 1) \varphi_n(\zeta_2) + 2ie^{2i\alpha} (\zeta \sin \alpha - h \cos \alpha) \varphi_n'(\zeta_2)]\} \quad (2.16)$$

$$\sigma_{yy}^{(2)} - i\sigma_{xy}^{(2)} = \sum_{n=0}^N \{c_n U_n(\zeta) + \bar{c}_n V_n(\zeta)\} + q_0(\zeta)$$

$$U_n(\zeta) = \frac{1}{2} \{ (e^{-2i\alpha} - e^{-4i\alpha} - 1) \varphi_n(\bar{\zeta}_2) - e^{2i\alpha} \varphi_n(\zeta_2) + e^{-2i\alpha} [2i(e^{-2i\alpha} - 1) (\bar{\zeta} \sin \alpha - h \cos \alpha) + e^{-i\alpha} (\zeta - \bar{\zeta}) (e^{-2i\alpha} - 2ie^{-i\alpha} \sin \alpha - 1)] \varphi_n'(\bar{\zeta}_2) - 2i(\zeta - \bar{\zeta}) (\zeta \sin \alpha - h \cos \alpha) e^{-5i\alpha} \varphi_n''(\bar{\zeta}_2) \}$$

$$V_n(\xi) = 1/2 \{ (e^{2i\alpha} - 1) \varphi_n(\xi_2) + e^{-2i\alpha} (e^{-2i\alpha} - 1) \varphi_n(\bar{\xi}_2) - \\ - (\xi - \bar{\xi}) e^{-5i\alpha} \varphi_n'(\bar{\xi}_2) + 2i(\xi \sin \alpha - h \cos \alpha) e^{2i\alpha} \varphi_n'(\xi_2) \} \\ q_0(\xi) = \Phi_0(\xi) + (1 - e^{-2i\alpha}) \overline{\Phi_0(\xi)} - e^{-2i\alpha} \Phi_0(\bar{\xi}) + (\xi - \bar{\xi}) e^{-2i\alpha} \overline{\Phi_0'(\xi)}$$

При помощи соотношений (2.15) и (2.16) решение третьей задачи также выразим через постоянные c_n . Для этого введем обозначения

$$i(\sigma_{\xi\eta}^{(1)} + \sigma_{\xi\eta}^{(2)}) - \sigma_{\eta\eta}^{(1)} - \sigma_{\eta\eta}^{(2)} = \left\{ \begin{array}{l} \alpha_n(\xi), c_n = 1, c_k = 0, k \neq n \\ \beta_n(\xi), c_n = -i, c_k = 0, k \neq n \end{array} \right\}, \quad \xi \in \Gamma_2$$

Тогда

$$F(\xi, \eta) = F_0(\xi, \eta) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \{ c_n G_n(\xi, \eta) + \bar{c}_n H_n(\xi, \eta) \} \quad (2.17)$$

$G_n(\xi, \eta) = F_{\alpha n}(\xi, \eta) + iF_{\beta n}(\xi, \eta)$, $H_n(\xi, \eta) = F_{\alpha n}(\xi, \eta) - iF_{\beta n}(\xi, \eta)$ функции $F_0, F_{\alpha n}, F_{\beta n}$ находятся из (2.12) соответственно при $r(\xi) = p_2(\xi)$, $r(\xi) = -\alpha_n(\xi)$, $r(\xi) = \beta_n(\xi)$.

Подставив (2.17) в (2.11), получим решение третьей задачи

$$\sigma_{xx}^{(3)} + \sigma_{yy}^{(3)} = \Delta F_0 + \sum_{n=0}^N \{ c_n \Delta G_n + \bar{c}_n \Delta H_n \} + a(\eta + H/2) + b \quad (2.18)$$

$$\sigma_{xy}^{(3)} - i\sigma_{xy}^{(3)} = LF_0 + \sum_{n=0}^N \{ c_n LG_n + \bar{c}_n LH_n \} + \frac{1}{2} (1 - e^{-2i\alpha}) [a(\eta + H/2) + b]$$

$$L = \frac{1}{2} (1 - e^{-2i\alpha}) \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (1 + e^{-2i\alpha}) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + ie^{-2i\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta}$$

где Δ — оператор Лапласа. С учетом (2.15), (2.16) и (2.18) граничное уравнение (2.6) принимает вид

$$\sum_{n=0}^N \{ c_n R_n(x) + \bar{c}_n S_n(x) \} = p_0(x) - Q_0(x), \quad |x| \leq 1 \quad (2.19)$$

$$R_n(x) = x^n + U_n(\xi_0) + LG_n|_{\xi=\xi_0}, \quad S_n(x) = V_n(\xi_0) + LH_n|_{\xi=\xi_0}$$

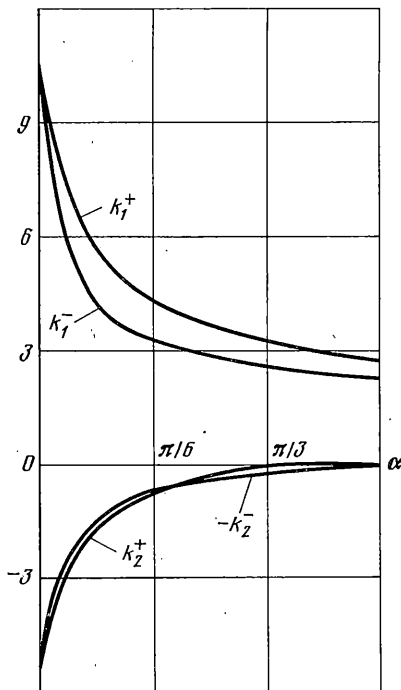
$$Q_0(x) = q_0(x) + LF_0|_{\xi=\xi_0} + 1/2 (1 - e^{-2i\alpha}) [a(x \sin \alpha + H/2 - h) + b], \quad \xi_0 = xe^{i\alpha} - h$$

При $F_0 = G_n = H_n = 0$ и $a = 0$ соотношение (2.19) соответствует задаче для трещины в полуплоскости.

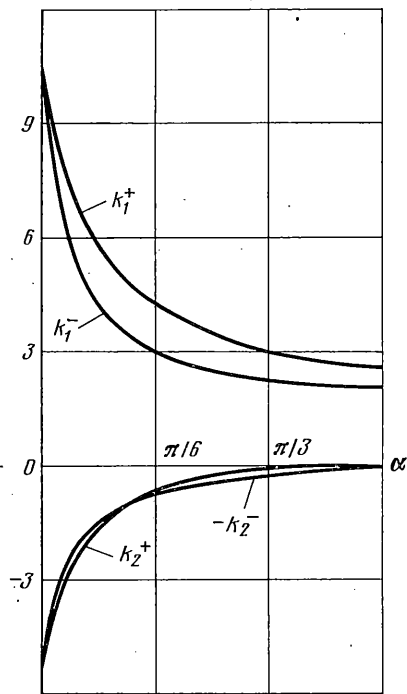
Удовлетворяя равенству (2.19) в $N+1$ точках коллокации $x_j = \cos(\pi j/N)$ при $j = 0, 1, \dots, N$ (точках экстремума многочлена Чебышева) приходим к системе $N+1$ линейных алгебраических уравнений для определения комплексных неизвестных c_n . После разделения вещественных и мнимых частей получим систему $2N+2$ уравнений относительно неизвестных a_n и b_n . Число этих коэффициентов зависит от точности аппроксимации функции $p_0(x) - Q_0(x)$ левой частью равенства (2.19). В качестве условия достаточной точности аппроксимации примем точность вычисления коэффициентов интенсивности напряжений K_1^\pm и K_2^\pm при увеличении N . Будем считать необходимую точность достигнутой, если при удвоении числа узловых точек последующие значения K_1^\pm и K_2^\pm отличаются от предыдущих менее, чем на 1%.

Согласно [10] имеем

$$K_1^\pm - iK_2^\pm = -\sqrt{\pi} \sum_{n=0}^N c_n \sum_{k=0}^{n+1-2k \geq 0} \gamma_{2k}(\pm 1)^{n-2k} \quad (2.20)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

где знаки (+) и (-) отвечают соответственно правому ($x=+1$) и левому ($x=-1$) концам трещины.

3. Предельное состояние. Следуя [7], запишем критерий хрупкого разрушения

$$\int_0^d \sigma_{\theta_*\theta_*} d\rho \leq \sigma_c d \quad (3.1)$$

где σ_c — теоретический предел прочности материала полосы; d — некоторый структурный параметр.

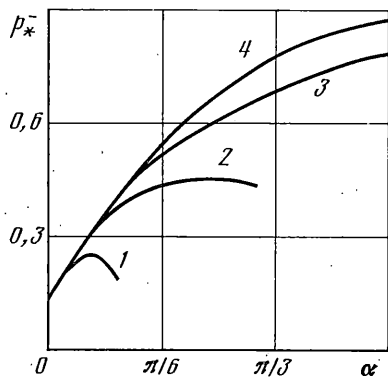
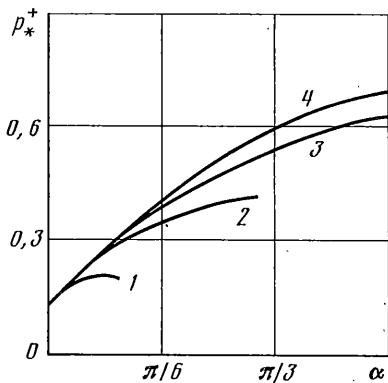
Знак равенства в (3.1) соответствует моменту начала распространения трещины по плоскости, на которой действует максимальное нормальное растягивающее напряжение $\sigma_{\theta_*\theta_*}$. Значение полярного угла θ_* с центром в вершине трещины, определяющего наклон искомой плоскости к оси Ox , вычисляется по формуле [11]:

$$\theta_* = 2 \arctg \left[\frac{(1 - \sqrt{1 + 8\lambda^2})}{(4\lambda)} \right], \quad \lambda = K_2^\pm / K_1^\pm$$

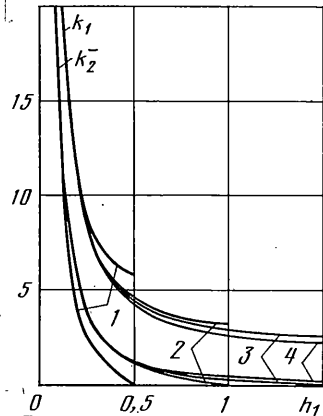
Необходимо, однако, отметить, что применение критерия В. В. Новожилова в виде (3.1) допустимо, если на расстоянии $\rho \leq d$ от вершины трещины направления главных осей тензора напряжений не зависит от ρ . В частности, если при $\rho \leq d$ справедливы асимптотические формулы построенного решения с главным членом разложения, то из (3.1) получим предельное значение p_c^* характерного параметра p_c нагрузки $p_0(x)$:

$$p_c^{*\pm} = \frac{[1 + \operatorname{tg}^2(\theta_*/2)]^{3/2}}{\sqrt{2[1 - 3\lambda \operatorname{tg}(\theta_*/2)]} k_1^\pm} \sigma_c \sqrt{\pi d}, \quad k_1^\pm = K_1^\pm / p_c \quad (3.2)$$

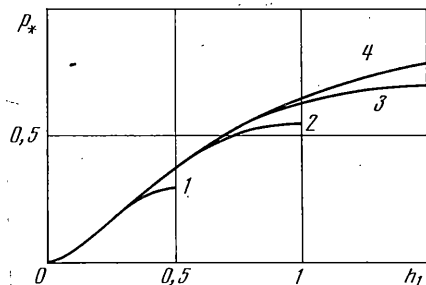
4. Пример. На фигурах 2—6 представлены результаты численных расчетов при раскрытии трещины нормальными равномерно распределенными



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

усилиями интенсивности p_c и свободных от напряжений краяхах полосы Γ_1 и Γ_2 ($p_1(\xi) \equiv p_2(\xi) \equiv 0$). Принято также, что $\lim \sigma_{xi} = 0$ при $|\xi| \rightarrow \infty$, т. е. $a=b=0$. При этом введены обозначения $k_1^\pm = K_1^\pm/p_c$, $k_2^\pm = K_2^\pm/p_c$; $p_*^\pm = p_c^{*\pm} \sqrt{2}/(\sigma_c \sqrt{a})$; цифрам 1, 2, 3, 4 на фигурах 4–6 отвечает полоса ширины $H=1, 2, 3$ и полуплоскость $H=\infty$ соответственно.

Длина полосы $2l$ в расчетах бралась исходя из требуемой точности вычислений коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) k_1^\pm и k_2^\pm и в зависимости от ширины полосы варьировалась от 8 до 16.

Заметим, что согласно формуле (3.2) $\lim p_*^\pm = 1$ при $h_1 h_2 \rightarrow \infty$. Таким образом, значение $p_*^\pm = 1$ соответствует трещине в плоскости.

Результаты расчетов показывают, что при изменении величины h_1 (расстояния от правого конца трещины ($x=1$) до ближайшей верхней границы полосы) характер зависимостей КИН k_1^\pm , k_2^\pm и предельной нагрузки p_*^\pm от угла наклона трещины α качественно не меняется. Эти зависимости приведены на фигурах 2–4 для $h_1=0.2$, причем кривые на фиг. 2 соответствуют полосе $H=3$, а кривые на фиг. 3 — полуплоскости.

Из фигур 2–4 следует, что, во-первых, наиболее опасной трещиной, с точки зрения хрупкого разрушения, является трещина, параллельная границе полосы, и, во-вторых, при $h_2 \geq 0.75 H$ предельные нагрузки p_*^\pm для полосы и полуплоскости практически совпадают независимо от ориентации трещины и ширины полосы (погрешность не превышает 1%). Последний вывод справедлив в том числе и для трещины, параллельной границе полосы (фиг. 5, 6), независимо от расстояния до верхней границы h_1 . Таким образом, при $h_2 \geq 0.75 H$ полосу с трещиной можно рассматривать как

полуилоскость с аналогичной трещиной. Этот важный результат позволяет существенно упростить анализ поведения трещины в полосе, если трещина не выходит за пределы указанного ограничения.

В заключение отметим, что кривые на фиг. 5 хорошо согласуются с соответствующими зависимостями, полученными в работе [4] для трещины, параллельной границе полосы, при $H=1.5$, а численные значения КИН k_1^\pm и k_2^\pm для полуилоскости с трещиной совпадают со значениями, приведенными в справочнике [1], до третьего знака включительно.

Авторы выражают признательность К. Ф. Черных за участие в обсуждении работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саврук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами.— Киев: Наук. думка, 1988.— 566 с./Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2/.
2. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 1. (Под ред. Ю. Муроками).— М.: Мир, 1990.— 448 с.
3. Krenk S. On the elastic strip with an internal crack // Int. J. Solids and struct.— 1975.— V. 11, N. 6.— P. 693–708.
4. Cinar A., Erdogan F. The crack and welding problem for an orthotropic strip // Int. J. Fract., 1983.— V. 23, N. 2.— P. 83–102.
5. Маргынюк П. А., Поляк Э. Б. О равновесии изолированной трещины в упругой полосе // Журн. прикл. мех. и техн. физики.— 1978, № 4.— с. 175–183.
6. Гольдштейн Р. В., Морозова Т. М., Павловский Б. Р. Модель возникновения структур разрушения в сталях при наводораживании // Изв. АН СССР. МТТ, 1989.— № 4.— с. 131–138.
7. Новожилов В. В. Вопросы механики сплошной среды.— Л.: Судостроение, 1989.— 400 с.
8. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.— М.: Наука, 1966.— 707 с.
9. Греков М. А. Об одном методе решения плоских задач теории упругости для полуилоскости с разрезом // Новожиловский сборник.— С.— Пб.: Судостроение, 1992.— с. 11–19.
10. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения.— М.: Наука, 1974.— 640 с.
11. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения // Разрушение. Т. 2.— М.: Мир, 1975.— с. 83–203.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
5.IV.1990