

УДК 539.3

© 1992 г. Д. Н. КЛИМОВА, К. И. ОГУРЦОВ

**УПРУГИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОЛЯ
НА ПОВЕРХНОСТИ СЖИМАЕМОГО
И НЕСЖИМАЕМОГО ТЕЛА ПРИ РАЗЛИЧНОЙ СКОРОСТИ
ДЕТОНАЦИИ НАКЛАДНОГО РАСПРЕДЕЛЕННОГО ЗАРЯДА**

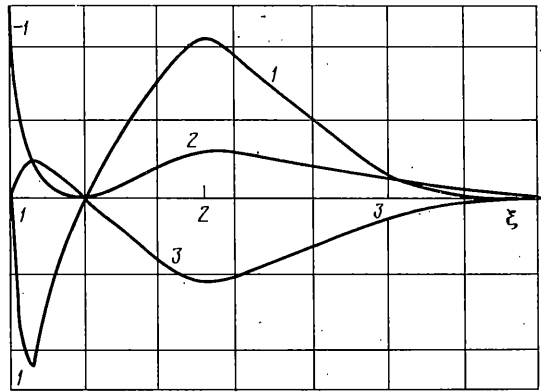
Модель динамики несжимаемого упругого твердого тела может применяться приближенно к сжимаемым средам, в которых скорость распространения поперечных волн в несколько раз меньше скорости распространения продольных волн. При этом динамические процессы в граничных точках оказываются почти одинаковыми, но в несжимаемой среде в качестве продольной волны, пренебрегая первым вступлением (предвестником), следует считать фазу первого экстремума, скорость которой лишь немного может превосходить скорость волны в тонкой пластине. Уточняются и дополняются исследования динамических полей для движущегося источника по границе сжимаемой среды, которые распространяются и на несжимаемую среду.

1. Несжимаемое твердое тело, плотность которого ρ , а модуль сдвига μ , по аналогии с несжимаемой жидкостью (для которой $\mu=0$) теоретически должно характеризоваться неограниченно большой скоростью распространения продольной волны $a = [2\mu(1-\nu)/\rho(1-2\nu)]^{0,5}$ (ν — коэффициент Пуассона). При этом значение ν должно приближаться к 0,5.

Заметим, что наиболее твердые реальные упругие тела характеризуются малым значением ν . Большое значение его чаще бывает у тел, слабо сопротивляющихся сжатию, но еще слабее сопротивляющихся сдвигу и характеризующихся малой скоростью распространения поперечных волн $b = (\mu/\rho)^{0,5}$, которая иногда во много раз оказывается меньше скорости продольных волн. Согласно экспериментальным данным [1], отношение $\gamma = b/a$ может достигать для осадочных горных пород значения 0,07, для льда — 0,05, а для резины [2] приводится значение порядка 0,025.

Среды, характеризующиеся слабым сопротивлением сдвигу, обычно сильно отличаются от линейно упругих. По своим свойствам они, по-видимому, могут приближаться и к тем, которые в [3] характеризуются как очень вязкие жидкости. Однако для наиболее простой и наглядной оценки влияния именно упругих свойств мы будем считать среду строго подчиняющейся закону Гука. Тем более, что для выполнения описанного нами выше эффекта условной несжимаемости совсем не нужно, чтобы скорость b была во много раз меньше a . Достаточно, если их отношение $\gamma = b/a$ будет порядка 1/3, 1/4, что соответствует значениям коэффициента Пуассона $\nu = (1-2\gamma^2)/2(1-\gamma^2)$ равным 7/16, 7/15.

2. Рассмотрим при плоской деформации динамическое поле на границе



Фиг. 1

полупространства $z \geq 0$, образуемое нормальной, включенной в момент $t=0$, единичной силой, которая распределена по закону

$$\tau_{xz}|_{z=0}=0, \quad \sigma_z|_{z=0}=-\varepsilon/\pi[\varepsilon^2+(x-Vt)^2], \quad \varepsilon>0 \quad (2.1)$$

Это движущийся со скоростью V распределенный источник, который при $\varepsilon \rightarrow 0$ сколь угодно близок к сосредоточенному [4]. В случае неподвижного источника ($V=0$) горизонтальная u и вертикальная w составляющие вектора скорости смещений, а также напряжения σ_x на границе $z=0$ в промежутке между фронтами продольных и поперечных волн определяются согласно [4] оценками

$$u \approx -2\xi^2 mnd/(\pi\mu tP), \quad w \approx -\xi^2 md^2/(\pi\mu tP) \quad (2.2)$$

$$\sigma_x \approx 8(1-\gamma^2)\xi mnd/(\pi tP), \quad 1 < \xi < \gamma$$

$$\xi = x/bt, \quad m = (1-\gamma^2\xi^2)^{1/2}, \quad n = (\xi^2-1)^{1/2}, \quad d = 2-\xi^2, \quad P = d^4 + 16m^2n^2 \quad (2.3)$$

Результаты расчетов по формулам (2.2) при значении $\gamma=1/4$ представлены графиками на фиг. 1 (кривая 1 — $\pi t\sigma_x$, кривая 2 — $\pi\mu tw$, кривая 3 — $\pi\mu tu$).

Дальнейшее уменьшение значения γ до нуля существенно не меняет результаты расчетов, представленных этими графиками. При $\xi \geq 4$ они оказываются во много раз меньше экстремальных значений, которые обнаруживаются при $\xi \approx 2$, и можно считать, что продольная волна при $\gamma \rightarrow 0$ характеризуется не вступлением фронта, мгновенно уходящего на бесконечность и несущего бесконечно малую интенсивность «предвестника», а некоторым моментом перед вступлением упомянутых экстремумов.

Анализируя предыдущие исследования теоретических осциллограмм [5, 6], нетрудно убедиться, что в случае соответствующих пространственных осесимметричных задач, как и при плоской деформации, аналогичные экстремумы распространяются со скоростью, почти совпадающей со скоростью продольных волн в пластине. Это является, очевидно, следствием того, что для области, примыкающей к границе в рассматриваемых задачах, граничные условия не очень сильно отличаются от условий, принимаемых при обобщенном плоском напряженном состоянии. При нем, как известно, вместо постоянной Ламе λ фигурирует постоянная $\lambda_n = 2\lambda\mu/(\lambda+2\mu)$.

	ρb^2	ρa^2	ρa_n^2	ρa_c^2
λ, μ	μ	$\lambda + 2\mu$	$\frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu}$	$\frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$
ν, E	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	$\frac{(1 - \nu)E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	$E/(1 - \nu^2)$	E
	$\gamma = b/a \geq 0$	$\gamma_n = b/a_n \geq 0,5$	$\gamma_c = b/a_c \geq 1/\sqrt{3}$	
λ, μ	$\left(\frac{\mu}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{\lambda + 2\mu}{4(\lambda + \mu)}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{\lambda + \mu}{3\lambda + 2\mu}\right)^{1/2}$	
ν, E	$\left(\frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}\right)^{1/2}$	$[(1 - \nu)/2]^{1/2}$	$(0,5/(1 + \nu))^{1/2}$	

Заметим, что подробный анализ решений динамических задач для пластины на основе строгих решений для упругого слоя имеется в [7, 8].

Если воздействие производится по нормали к ребру тонкой пластины, то очевидно, вместо λ_n следует брать $\lambda_c = 2\lambda_n\mu/(\lambda_n + 2\mu)$, что приводит к стержневой скорости распространения продольных волн. Вводя соответствующие обозначения скоростей волн в пластине и стержне a_n, a_c и отношений $\gamma_n = b/a_n, \gamma_c = b/a_c$, удобно взаимозависимость динамических параметров и упругих постоянных представить в виде таблицы.

Если момент прихода фронта поперечной волны принять за единицу, то момент прихода продольной волны при малых ν определяется значением γ , а при больших ν приближенно значением $\gamma_n \approx 1/2$ (в случае плоской деформации) или значением $\gamma_c \approx 1/\sqrt{3}$ (в случае нормального удара по ребру тонкой пластины). Таким образом, различие между сжимаемой и несжимаемой твердой средой (в отличие от жидкой) стирается, и переход к последней особых преимуществ не дает с точки зрения упрощения теоретического анализа динамических полей в области границы. Позади фронта поперечной волны интенсивность динамического поля в случае больших ν несколько меньше, чем в случае малых ν при одних и тех же ρ, μ . В качественном же отношении эти поля ничем не отличаются.

В заключение заметим, что в случае касательного воздействия исследования проводятся аналогично. Вертикальная составляющая скорости смещений при таком воздействии лишь знаком отличается от горизонтальной составляющей u при нормальном воздействии [4, 5].

3. Изучению динамических полей, возбуждаемых источником, движущимся по границе упругого полупространства, посвящена обширная литература. Плоским задачам посвящены, например [4, 9, 11]. Ссылки на иностранные работы имеются в [2].

Граничные условия в виде специально подобранного распределения напряжений (2.1), которые приняты в [4], характеризуются заметным преимуществом по сравнению со всеми остальными. Им соответствует решение, не противоречащее возможному практическому закону куполообразного распределения движущейся нагрузки, например, при взрыве детонирующего распределенного накладного заряда. Вместе с тем это решение имеет почти такой же простой вид, какой и решение при сосредоточенной нагрузке (когда $\epsilon = 0$). В целях уточнения, более полного анализа и наглядного представления физических явлений, связанных с движущимся источником, кажется полезным вновь вернуться к анализу этого решения.

Для наблюдателя, движущегося с любой скоростью, отличной от скорости движения источника, динамическое поле при малых ε получается приближенно умножением решения, соответствующего неподвижному источнику (например, формулы (2.2)), на $\xi/(\xi-V/b)$.

Особый интерес представляют оценки и сравнение динамических полей в окрестности источника, движущегося с произвольной постоянной скоростью V .

Возвращаясь к [4], проиллюстрируем в качестве примера оценки вертикальной скорости смещений w^* , при $b < V < a$, исправив попутно неточности, допущенные в формуле (2.17) этой работы:

$$w^* \approx b(\pi\mu)^{-1}(4\xi^3 m^2 n P^{-1} |_{\xi=0} L - \xi^3 d^2 m P^{-1} |_{\xi=0} M) \quad (3.1)$$

Здесь кроме (2.3) введены обозначения

$$\omega = V/b, \quad L = \varepsilon/[\varepsilon^2 + (x-Vt)^2], \quad M = (x-Vt)/[\varepsilon^2 + (x-Vt)^2] \quad (3.2)$$

Полагая $x-Vt = j\varepsilon$, равенство (3.1) представляем в виде

$$w^* = b\xi^3 m(\pi\mu\varepsilon P)^{-1}(4mn/(1+j^2) - d^2 j/(1+j^2)) |_{\xi=0} \quad (3.3)$$

Приравнявая производную от (3.3) по j нулю, получим квадратное уравнение, корни которого определяют значения j , соответствующие экстремальным значениям w^* :

$$w^* \pi\mu\varepsilon/b = -\xi^2 m P^{-1/2} (1+j_+^2)^{-1} |_{\xi=0} < 0, \quad j_+ = (4mn + P^{1/2}) d^{-2} |_{\xi=0} > 0 \quad (3.4)$$

$$w^* \pi\mu\varepsilon/b = \xi^2 m P^{-1/2} (1+j_-^2)^{-1} |_{\xi=0} > 0, \quad j_- = (4mn - P^{1/2}) d^{-2} |_{\xi=0} < 0$$

При $j=0$ (в центре источника) w^* определяется первым слагаемым формулы (3.3).

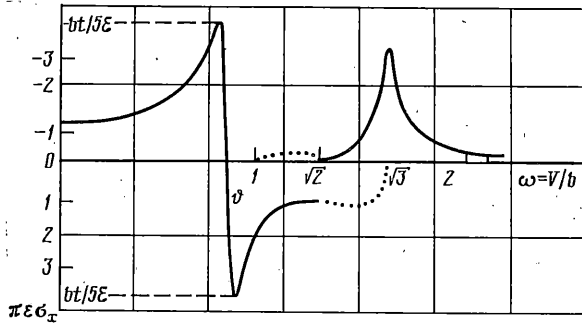
Так же, как w^* , не представляет труда определять экстремальные значения скоростей горизонтальных смещений u^* и напряжений σ_x , причем не только при $b < V < a$, но и при $V < b$, $V > a$.

На фиг. 2 представлены графики изменения экстремальных значений на границе $z=0$ напряжений σ_x при $v=0,25$ в движущемся источнике (с экстремальным значением σ_z , характеризующимся согласно (2.1) равенством $\text{tg} \sigma_z |_{x=v t} = -1$). Пунктирные линии характеризуют экстремальные значения второй фазы колебаний, которые соответствуют значениям $x < Vt$.

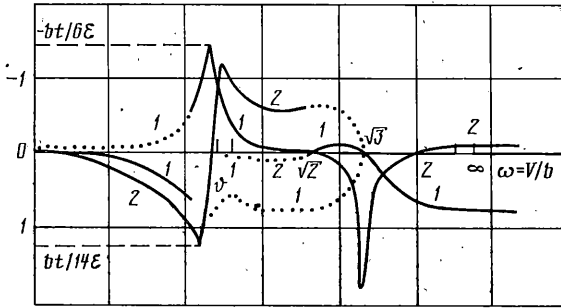
На фиг. 3 аналогично представлены графики для скоростей смещений вертикальных w^* (1) и горизонтальных u^* (2). При малых V оказывается $\sigma_x \approx \sigma_z$ и осуществляется квазистатический режим. С увеличением V сжимающие напряжения σ_x возрастают и во много раз превышают σ_z по мере приближения к скорости поверхностных волн θb . Возрастают также и скорости смещений. При этом w^* оказывается асимметричной с двумя экстремумами, а u^* симметричной относительно центра источника $x=Vt$, так же, как и σ_x .

Если $V = \theta b$, то как показывают графики, напряжение и скорости смещений возрастают пропорционально времени t . При этом w^* оказывается симметричной, а u^* , так же как и σ_x , асимметричной относительно центра источника. Частицы движутся по эллипсу: назад вверх и вперед вниз. При $\theta b \leq V \leq b$ значения оказываются теми же, что и при $V \leq \theta b$, но с обратными знаками.

При выполнении неравенств $b < V < a$ симметрия и асимметрия динамических полей нарушаются, но экстремальные значения оказываются по-прежнему разных знаков. Преобладающим является экстремум растягивающих напряжений σ_x . Лишь когда $V \rightarrow a$ ($\omega \rightarrow \sqrt{3}$) начинают преобладать сжимающие напряжения σ_x , которые в три раза превосходят σ_z . При значениях же $V > a$ эти сжимающие напряжения в три раза меньше. Скорости вертикальных и горизонтальных смещений оказываются почти



Фиг. 2



Фиг. 3

одинакового порядка. Лишь при $V=a$ преобладает горизонтальная скорость смещений. В случае $V>a$ вертикальные скорости смещений не менее чем в 10 раз превосходят горизонтальные скорости смещений, но они меньше скоростей вертикальных смещений, соответствующих неравенствам $b < V < a$.

При любом v в случае $V=\sqrt{2}b$ оказывается $u^*=-w^*$, а также $\sigma_x=-\sigma_z$ и, следовательно, имеет место чистый сдвиг, а вектор скорости смещений направлен по прямой вглубь и назад внутрь среды под углом 45° .

Приведенные оценки динамических полей могут быть полезны для управления действием взрыва на горные породы накладного заряда, детонирующего с разной скоростью. Они могут быть полезны также для более глубокого и полного анализа физических процессов при сварке взрывом. Использование только гидродинамической модели идеальной жидкости согласно экспериментальным данным [12] является недостаточным.

Нельзя разумеется пытаться изучить процесс сварки только в рамках линейной теории упругости. И все же, используя приведенные выше расчеты, можно, хотя бы в первом приближении качественно оценить «в чистом виде» возможную тенденцию изменения гидродинамической модели на основе динамических процессов в деформируемом твердом теле.

Для образования волнистой границы раздела свариваемых материалов, обеспечивающей эффективную сварку детонирующим зарядом, является условие, при котором площадка последовательных контактов привариваемого материала и полупространства перемещается со скоростью, меньшей скорости продольных волн ($V < a$). Кроме того, условием эффективной сварки является достижение определенного уровня давления σ_z на вышеупомянутой площадке.

Подтверждение первого условия вытекает из простого сравнения значений σ_z при малых V и при $V > a$. И если в случае идеальной жидкости

это условие теряет смысл ($a=\infty$), то в случае идеального несжимаемого упругого тела оно сохраняется: скорость a заменяется скоростью распространения волн в пластине a_n . Что же касается второго условия, то оно является явно недостаточным. Вместе с σ_z необходимо учитывать напряжение σ_x (или $\tau_m = (\sigma_x - \sigma_z)/2$), которое в зависимости от V может меняться в самых широких пределах и отличаться знаком, а также соотношения скоростей u и w , приводящих к различной форме искривления границы. Это искривление может, в свою очередь, вызывать обратную связь — влиять на V , нарушая его постоянство (при нахлестывании провариваемой пластины взрывом). Особое внимание привлекают динамические поля при $V=a$ и $V=\sqrt{2}b$. Но наиболее вероятной представляется возможность эффективного волнообразования на контактной площадке за счет динамического поля при совпадении V со скоростью волны Релея Φb и небольшим превышении ее. При этом возникают наибольшие растягивающие напряжения σ_x и скорости смещений, а линейное нарастание их от t может быть той «подшиткой» энергии, о которой упоминается в [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мологова Л. В., Васильев Ю. И. О величине отношения скоростей продольных и поперечных волн в горных породах // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1960. № 8. С. 1097–1116.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 509 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 202 с.
4. Именигова Ж. М., Огурцов К. И. О нестационарном динамическом поле, возбужденном источником, движущимся по границе упругой полуплоскости // Инж. ж. МТТ. 1967. № 3. С. 3–12.
5. Огурцов К. И. Количественные исследования волновых процессов в упругом полупространстве при различных типах воздействий // Учен. зап. ЛГУ. 1956. Вып. 30. № 208. С. 142–220.
6. Моoney Н. Some numerical solutions for Lamb's problem/Bull. Seism. Soc. Amer. 1974. V. 64. No. 2. P. 473–491.
7. Петрашень Г. И. К теории колебаний тонких пластин // Учен. зап. ЛГУ, 1951. Вып. 24. № 149. С. 172–249.
8. Петрашень Г. И. Проблемы инженерной теории колебаний вырожденных систем // Исследования по упругости и пластичности. Л.: Изд-во ЛГУ, 1966. Вып. 5. С. 3–33.
9. Мартиросян З. А. Плоская задача о распространении давления постоянного профиля в упругом полупространстве // Изв. АН АрмССР. Сер. физ.-мат. наук. 1964. Т. 17. № 1. С. 79–91.
10. Гольдштейн Р. В. Волны Рэлея и резонансные явления в упругих телах // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 3. С. 516–525.
11. Маркелова Е. Л. Нестационарная плоская задача о подвижной нагрузке на упругом полупространстве // Изв. АН СССР. МТТ, 1976. № 5. С. 120–126.
12. Дерibas А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск: Наука, 1972. 221 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
6.VI.1990