

© 1992 г. Н. Н. БОЛОТНИК, Г. Ч. НАНДИ

ОБ УПРАВЛЕНИИ РАВНОВЕСИЕМ РОБОТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

Выводятся условия равновесия шагающего робота вертикального перемещения с вакуумными стопами с учетом управляющих моментов, действующих в шарнирах его ног. Ставится задача оптимального расположения стоп робота на вертикальной плоскости и распределения управляющих моментов, обеспечивающих удержание аппарата в заданном положении при минимально возможной степени разрежения воздуха в полостях вакуумных схватов. Поставленная задача решается для робота «симметричной» конструкции.

1. Краткие сведения о роботах вертикального перемещения. Роботы вертикального перемещения — новый тип мобильных (шагающих) роботов, предназначенных для передвижения и производства различных работ на вертикальных поверхностях или поверхностях, наклоненных под большим углом к горизонту. Возможная область применения таких машин достаточно широка: окраска или иная обработка стен высоких сооружений, мытье оконных стекол, выполнение сварочных и монтажных операций на высотных зданиях, обследование состояния поверхностей различных резервуаров, тушение пожаров в нефтяных и газовых хранилищах и др.

Отличительной особенностью роботов вертикального перемещения, по сравнению с другими шагающими машинами, является наличие специальных схватов на стопах ног робота, которые предназначены для надежного удержания аппарата на вертикальной поверхности. В настоящее время разрабатываются и используются схваты двух принципиально различных типов: магнитные и вакуумные. В магнитных схватах применяются как постоянные, так и электромагниты. Управление силой притяжения таких схватов к поверхности осуществляется путем изменения положения постоянных магнитов или изменения токов в обмотках электромагнитов. Достоинства магнитных схватов: простота управления, отсутствие сложных технических устройств (типа вакуумных насосов), обеспечивающих их функционирование. Последнее обстоятельство значительно облегчает конструирование автономных роботов, не связанных специальными коммуникациями с пультом управления или источником энергии, расположенными вне робота. Существенный недостаток магнитных схватов — их неуниверсальность, пригодность только для ферромагнитных поверхностей.

Притяжение вакуумных схватов к поверхности происходит из-за разности давлений воздуха в полости схвата, накрывающей участок поверхности, и во внешней атмосфере. Для создания разности давлений робот должен быть снабжен специальными насосами, способными эффективно откачивать воздух из полостей схватов. Основным достоинством вакуумных схватов является их универсальность, возможность использовать на поверхностях, отделанных различными материалами. Кроме того, вакуумные схваты, в отличие от электромагнитных, не требуют электротехнического оборудования, что исключает искробразование и повышает пожаробезопасность робота при использовании, например, для обследования внутренних поверхностей газовых или нефтяных резервуаров. Недостатком представляется необходимость достаточно мощных вакуумных насосов, которые, как правило, имеют большую массу. Это является серьезным препятствием при

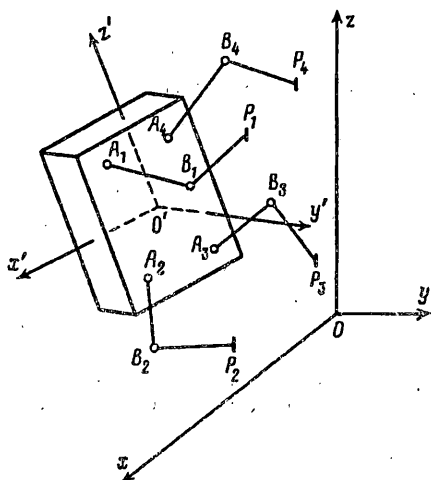
конструировании автономных роботов. Поэтому на многих современных роботах вертикального перемещения с вакуумными схватами насосы располагаются вне аппарата и связаны с ним специальными шлангами. Кроме того, вакуумные схваты весьма чувствительны к качеству рабочей поверхности. Если поверхность сильно шероховата, имеет полости или трещины, то из-за неплотного прилегания в местах упомянутых дефектов происходит подсасывание воздуха в полости схватов, вследствие чего снижается надежность удержания робота на поверхности.

Конструкции и применению роботов вертикального перемещения как с магнитными, так и вакуумными схватами посвящен ряд работ советских и зарубежных авторов, см. например, [1—7].

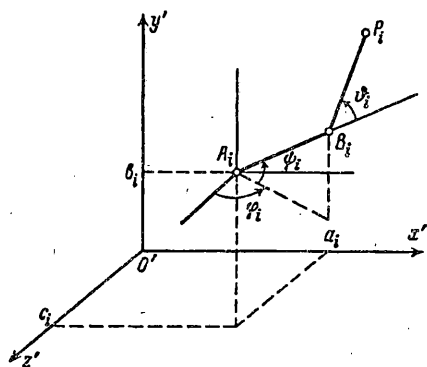
Важной прикладной научной проблемой, связанной с созданием и эксплуатацией роботов вертикального перемещения, является анализ возможностей надежного удержания таких аппаратов на рабочей поверхности и поиск принципиальных подходов для их наиболее полной реализации. Если стопы робота не снабжены специальными выступами или штырями, внедряющимися в рабочую поверхность, то удержание аппарата на вертикальной плоскости происходит за счет сил сухого трения, действующих между схватами и поверхностью. В [8] анализируются общие условия равновесия абсолютно твердого тела, находящегося в контакте с плоской поверхностью, под действием внешних активных сил, сил нормальной реакции поверхности и сухого трения. Вводится понятие гарантированного равновесия, реализующегося при любых допустимых распределениях сил реакции, удовлетворяющих уравнениям статики (это распределение неединственно вследствие статической неопределенности задачи в общем случае). Формулируются условия гарантированного равновесия в терминах компонент главного вектора и главного момента активных сил, а также геометрических параметров зоны контакта. В [4] этот подход используется для анализа возможностей удержания на рабочей поверхности робота вертикального перемещения с вакуумными схватками. Кроме того, здесь выведены условия равновесия робота на основе учета упругой податливости его ног. Оценена степень вакуума в полостях схватов робота, необходимая для надежного удержания аппарата.

В [4] считается, что, находясь в равновесии на рабочей поверхности, робот «абсолютно пассивен», все суставы его ног арретированы и моменты в них никак не регулируются. Однако, управляя моментами в суставах ног робота, можно перераспределять реакции поверхности в местах контакта со схватами, добиваясь наилучших (в определенном смысле) условий равновесия. В публикуемой статье выводятся условия равновесия робота вертикального перемещения с учетом управляющих моментов, формулируется оптимизационная задача об определении положения стоп робота на поверхности и распределении управляющих моментов, минимизирующую степень вакуума в полостях схватов, необходимую для удержания аппарата. Приводится решение поставленной задачи для робота симметричной конструкции при некоторых упрощающих предположениях.

2. Механическая модель робота и кинематические соотношения. Рассмотрим достаточно общую модель робота вертикального перемещения, состоящую из корпуса (абсолютно твердого тела), на котором при помощи двухступенных шарниров (тазобедренных суставов) укреплено N ног (фиг. 1). Каждая нога, в свою очередь, состоит из двух абсолютно жестких прямолинейных стержней (бедро и голени), соединенных цилиндрическим шарниром (коленным суставом), причем ось этого шарнира перпендикулярна плоскости, в которой лежат стержни, при произвольном их взаимном положении. К концу голени при помощи шарового шарнира (голеностопного сустава) прикреплена стопа, представляющая собой вакуумный хват (присоску), который служит для удержания робота на вертикальной поверхности. К осям тазобедренного и коленного суставов могут быть приложены управляющие моменты, генерируемые приводами. Будем в дальнейшем для простоты считать, что неподвижные (относительно корпуса робота) оси всех тазобедренных суставов параллельны.



Фиг. 1



Фиг. 2

Свяжем жестко с корпусом робота правую декартову систему координат $O'x'y'z'$, ось $O'y'$ которой направим параллельно неподвижным осям тазобедренных суставов. Обозначим: A_i — точка расположения тазобедренного сустава i -й ноги на корпусе робота; B_i — коленный сустав i -й ноги; P_i — голеностопный сустав i -й ноги; $L_i = |A_i B_i|$ и $l_i = |B_i P_i|$ — длины бедра и голени i -й ноги соответственно, $i = 1, \dots, N$. Для определения положения i -й ноги относительно системы координат $O'x'y'z'$ введем три линейные и три угловые величины: a_i, b_i, c_i — x' -, y' - и z' -координаты тазобедренного сустава A_i ; φ_i — угол поворота подвижной оси тазобедренного сустава A_i относительно неподвижной (угол между проекцией бедра i -й ноги на плоскость $O'x'z'$ и осью $O'z'$); ψ_i — угол поворота бедра i -й ноги относительно подвижной оси тазобедренного сустава (угол между бедром и плоскостью $O'x'z'$); ϑ_i — угол между бедром и голенью. Введение параметров a_i, b_i, c_i и переменных $\varphi_i, \psi_i, \vartheta_i$ поясняется на фиг. 2.

Наряду с системой координат $O'x'y'z'$, связанной с корпусом робота, рассмотрим правую декартову систему координат $Oxyz$, связанную с рабочей поверхностью (вертикальной плоскостью Oxz). Ось Oz ориентируем по вертикали в направлении, противоположном вектору поля сил тяжести. Будем описывать положение робота относительно рабочей поверхности, используя в качестве обобщенных координат декартовы координаты x, y, z точки O' (полюса системы координат $O'x'y'z'$) в системе $Oxyz$ и три угла Крылова (первого рода) α, β, γ [9], характеризующие относительную ориентацию осей систем координат $Oxyz$ и $O'x'y'z'$. Компоненты единичных векторов e_x, e_y, e_z осей Ox, Oy, Oz соответственно в системе координат $O'x'y'z'$ выражаются через углы α, β, γ следующим образом:

$$\begin{aligned} \{e_x\}_{O'x'y'z'} &= \begin{Bmatrix} \cos \beta \cos \gamma \\ -\cos \beta \sin \gamma \\ \sin \beta \end{Bmatrix}, \quad \{e_y\}_{O'x'y'z'} = \begin{Bmatrix} \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \\ -\cos \beta \sin \alpha \end{Bmatrix} \\ \{e_z\}_{O'x'y'z'} &= \begin{Bmatrix} -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma \\ \cos \beta \cos \alpha \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь и в дальнейшем символом $\{a\}$ обозначается координатное представление вектора a в системе координат, указанной в индексе.

Матрица перехода $\Gamma(\alpha, \beta, \gamma)$ от системы координат $Oxyz$ к системе координат $O'x'y'z'$ имеет вид

$$\Gamma(\alpha, \beta, \gamma) \left\| \left\{ e_x \right\}_{O'x'y'z'} \left\{ e_y \right\}_{O'x'y'z'} \left\{ e_z \right\}_{O'x'y'z'} \right\| \quad (2.2)$$

Между координатными представлениями произвольного вектора \mathbf{a} в системах $Oxyz$ и $O'x'y'z'$ имеется связь

$$\left\{ \mathbf{a} \right\}_{O'x'y'z'} = \Gamma \left\{ \mathbf{a} \right\}_{Oxyz}, \quad \left\{ \mathbf{a} \right\}_{Oxyz} = \Gamma^T \left\{ \mathbf{a} \right\}_{O'x'y'z'} \quad (2.3)$$

Верхний индекс T в (2.3) обозначает транспонирование матрицы Γ .

3. Условия равновесия робота на рабочей поверхности. Как уже отмечалось в п. 1, робот вертикального перемещения может применяться для таких работ, как окраска стен, чистка оконных стекол, обследование состояния поверхностей резервуаров и т. п. При производстве подобных работ робот в течение сравнительно продолжительного времени должен удерживаться в заданном положении на рабочей поверхности, пока расположенный на нем манипулятор выполняет предписанные действия. Поэтому практически важным представляется анализ условий равновесия робота и поиск наиболее эффективных способов его удержания на вертикальной поверхности.

Пусть робот находится в состоянии равновесия, и его стопы P_i при этом располагаются на рабочей поверхности (плоскости Oxz) в точках, радиусы-векторы OP_i которых имеют следующие координатные представления:

$$\left\{ OP_i \right\}_{Oxyz} = \left\| \begin{array}{c} \xi_i \\ 0 \\ \eta_i \end{array} \right\|, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

Из геометрии системы (см. п. 2) вытекают равенства

$$OP_i = OO' + O'A_i + A_iP_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

В соответствии с обозначениями п. 2 векторы OO' , $O'A_i$, A_iP_i имеют следующие координатные представления:

$$\left\{ OO' \right\}_{Oxyz} = \left\| \begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right\|, \quad \left\{ O'A_i \right\}_{O'x'y'z'} = \left\| \begin{array}{c} a_i \\ b_i \\ c_i \end{array} \right\| \quad (3.3)$$

$$\left\{ A_iP_i \right\}_{O'x'y'z'} = \left\| \begin{array}{c} [L_i \cos \psi_i + l_i \cos(\psi_i + \vartheta_i)] \sin \varphi_i \\ L_i \sin \psi_i + l_i \sin(\psi_i + \vartheta_i) \\ [L_i \cos \psi_i + l_i \cos(\psi_i + \vartheta_i)] \cos \varphi_i \end{array} \right\| \quad (i = 1, \dots, N)$$

Введенные в п. 2 переменные (обобщенные координаты) $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \varphi_i, \psi_i, \vartheta_i$ ($i = 1, \dots, N$) позволяют описать произвольную конфигурацию рассматриваемой механической системы, т. е. положение корпуса робота, его ориентацию и конфигурацию всех ног. Однако при фиксированных положениях стоп перечисленные переменные не являются независимыми, они подчинены N векторным ($3N$ скалярным) уравнениям связи (3.2). В системе координат $Oxyz$ уравнения (3.2) с учетом (3.1), (3.3), (2.3) представляются в виде

$$\Gamma^T(\alpha, \beta, \gamma) \left\| \begin{array}{c} a_i + [L_i \cos \psi_i + l_i \cos(\psi_i + \vartheta_i)] \sin \varphi_i \\ b_i + L_i \sin \psi_i + l_i \sin(\psi_i + \vartheta_i) \\ c_i + [L_i \cos \psi_i + l_i \cos(\psi_i + \vartheta_i)] \cos \varphi_i \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{c} x - \xi_i \\ y \\ z - \eta_i \end{array} \right\| = 0 \quad (3.4)$$

Матрица $\Gamma(\alpha, \beta, \gamma)$ определяется равенствами (2.1), (2.2).

Напомним некоторые сведения из аналитической статики. Рассмотрим произвольную голономную склерономную механическую систему, конфигурация которой определяется набором из n обобщенных координат $q = (q_1, \dots, q_n)$. Обозначим через $Q = (Q_1, \dots, Q_n)$ набор обобщенных сил, отвечающих этим координатам. Пусть на систему наложено m дополнительных связей вида

$$f_s = f_s(q) = f_s(q_1, \dots, q_n) = 0, \quad s = 1, \dots, m < n \quad (3.5)$$

В таком случае, если система находится в состоянии равновесия, то выполнены соотношения

$$Q_j + \sum_{s=1}^m \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial q_j} = 0 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3.6)$$

Здесь $\lambda_s (s = 1, \dots, m)$ — неопределенные множители Лагранжа. Обобщенные координаты, отвечающие положению равновесия, а также соответствующие множители Лагранжа находятся из решения системы уравнений (3.5), (3.6). Таким образом, совокупность уравнений (3.5), (3.6) представляет собой условия равновесия механической системы со связями. Сумма

$$\sum_{s=1}^m \lambda_s \frac{\partial f_s}{\partial q_j}$$

выражает обобщенную силу реакции всех связей (3.5), соответствующую обобщенной координате q_j . Отдельное слагаемое этой суммы $\lambda_s (\partial f_s / \partial q_j)$ есть обобщенная сила реакции связи $f_s = 0$, отвечающая обобщенной координате q_j .

Запишем уравнения равновесия вида (3.6) для робота вертикального перемещения. Для рассматриваемой системы вектор обобщенных координат q содержит $6 + 3N$ компонент. Занумеруем их следующим образом:

$$q_1 = x, \quad q_2 = y, \quad q_3 = z, \quad q_4 = \alpha, \quad q_5 = \beta, \quad q_6 = \gamma \quad (3.7)$$

$$q_{4+3i} = \varphi_i, \quad q_{5+3i} = \psi_i, \quad q_{6+3i} = \vartheta_i \quad (i = 1, \dots, N)$$

Предположим в общем случае, что к корпусу робота кроме силы тяжести приложены внешние активные силы, главный вектор и главный момент (относительно точки O') которых равны соответственно F и M . Эти силы могут, например, вызываться взаимодействием манипулятора с объектом манипулирования или с поверхностью.

Подсчитаем потенциальную энергию робота в поле сил тяжести. Обозначим: m_0 — масса корпуса робота, m_{1i} — масса бедра i -й ноги, m_{2i} — масса голени i -й ноги; L_C^i — расстояние от тазобедренного сустава A_i до центра масс бедра i -й ноги; l_C^i — расстояние от коленного сустава B_i до центра масс голени i -й ноги. Для удобства поместим полюс системы координат $O'x'y'z'$ в центре масс корпуса робота.

Потенциальная энергия (относительно фиксированной точки O) произвольной механической системы в однородном поле сил тяжести имеет вид

$$\Pi = -mg (R_C^0 \cdot e_z)$$

Здесь m — масса механической системы, g — величина ускорения силы тяжести, R_C^0 — радиус-вектор центра масс системы относительно точки O , e_z — единичный вектор, ориентированный в направлении действия силы тяжести. Для рассматриваемого в этой статье робота в соответствии с выбором систем координат $Oxyz$ и $O'x'y'z'$ и введенными выше ограничениями имеем

$$\begin{aligned} R_C^0 &= OO' + R_C^{O'}, \quad e_z = -e_z \\ m \{R_C^0\}_{O'x'y'z'} &= \sum_{i=1}^N m_{1i} \left\| \begin{array}{l} a_i + L_C^i \cos \psi_i \sin \varphi_i \\ b_i + L_C^i \sin \psi_i \\ c_i + L_C^i \cos \psi_i \cos \varphi_i \end{array} \right\| + \\ &+ \sum_{i=1}^N m_{2i} \left\| \begin{array}{l} a_i + [L_i \cos \psi_2 + l_C^i \cos (\psi_i + \vartheta_i)] \sin \varphi_i \\ b_i + [L_i \sin \psi_i + l_C^i \sin (\psi_i + \vartheta_i)] \\ c_i + [L_i \cos \psi_i + l_C^i \cos (\psi_i + \vartheta_i)] \cos \varphi_i \end{array} \right\| \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\Pi = mgz + mg(RC^0, e_z), \{e_z\}_{O'x'y'z'} = \left\| \begin{array}{c} -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma \\ \cos \alpha \cos \beta \end{array} \right\|$$

Отметим, что второе слагаемое в выражении для Π зависит только от угловых переменных $\alpha, \beta, \gamma, \varphi_i, \psi_i, \vartheta_i, (i = 1, \dots, N)$ и не зависит от координат x, y, z .

Обобщенная сила, обусловленная действием поля тяготения и соответствующая обобщенной координате q_j (см. (3.7)) есть

$$Q_j^g = -\partial \Pi / \partial q_j, \quad (j = 1, \dots, 6 + 3N) \quad (3.9)$$

Кроме обобщенных сил (3.9) к системе приложены также обобщенные силы $Q_j^*(j = 1, \dots, 6 + 3N)$, которые обусловлены действием упомянутых выше внешних активных сил и управляющих моментов в шарнирах ног робота. Обобщенным координатам $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$, определяющим положение корпуса робота, отвечают обобщенные силы, обусловленные действием внешних активных сил:

$$Q_1^* = Q_x^* = F_x, \quad Q_2^* = Q_y^* = F_y, \quad Q_3^* = Q_z^* = F_z$$

$$Q_4^* = Q_\alpha^* = M_x, \quad Q_5^* = Q_\beta^* = M_y \cos \alpha + M_z \sin \alpha \quad (3.10)$$

$$Q_6^* = Q_\gamma^* = M_x \sin \beta - M_y \sin \alpha \cos \beta + M_z \cos \alpha \cos \beta$$

Через $F_x(M_x), F_y(M_y), F_z(M_z)$ в (3.10) обозначены проекции главного вектора (главного момента) внешних активных сил соответственно на оси Ox, Oy, Oz системы $Oxyz$, связанной с рабочей поверхностью.

Обобщенным координатам $\varphi_i, \psi_i, \vartheta_i, (i = 1, \dots, N)$, определяющим конфигурации ног, отвечают обобщенные силы, обусловленные действием управляющих моментов в суставах:

$$Q_{4+3i}^* = Q_{\varphi_i}^* = \tau_{\varphi_i}, \quad Q_{5+3i}^* = Q_{\psi_i}^* = \tau_{\psi_i}, \quad (3.11)$$

$$Q_{6+3i}^* = Q_{\vartheta_i}^* = \tau_{\vartheta_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

Здесь $\tau_{\varphi_i}, \tau_{\psi_i}$ — управляющие моменты, приложенные соответственно к неподвижной и подвижной осям тазобедренного сустава A_i , τ_{ϑ_i} — управляющий момент, действующий в коленном суставе B_i .

Обозначим через $f_{3i-2}(q), f_{3i-1}(q), f_{3i}(q)$ соответственно первую, вторую и третью компоненту левой части векторного уравнения связи (3.4), отвечающего фиксированному значению индекса $i (i = 1, \dots, N)$. Тогда уравнения связей (3.4) представляются в форме (3.5), где $n = 6 + 3N, m = 3N$.

Таким образом, конкретизация уравнений статики (3.5), (3.6) для рассматриваемой в данной статье механической системы состоит в подстановке вместо $f_s (s = 1, \dots, m = 3N)$ соответствующих выражений из левых частей уравнений (3.4), а вместо Q_j — суммы $Q_j^g + Q_j^* (j = 1, \dots, 6 + 3N)$, где Q_j^g и Q_j^* определяются равенствами (3.8) — (3.11).

До сих пор все рассуждения проводились в предположении, что положения стоп P_i зафиксированы на рабочей поверхности и определяются равенствами (3.1). Однако удержание стоп в фиксированных положениях происходит в результате физического взаимодействия вакуумных схватов с аппаратом и рабочей поверхностью. Выпишем условия равновесия стопы, считая ее размеры малыми по сравнению с размерами корпуса робота и его ног и трактуя стопу как материальную точку. Будем для определенности считать, что робот расположен в полупространстве $y < 0$. На схват P_i действуют следующие силы: сила F_i^g , обусловленная атмосферным давлением и прижимающая стопу к поверхности;

сила N_i нормальной реакции поверхности; сила F_i^{fr} трения (сухого) между поверхностью и стопой; сила R_i взаимодействия с голенью.

Силы F_i^{σ} и N_i направлены по нормали к плоскости Oxz , сила трения F_i^{fr} , напротив, действует в плоскости Oxz и следовательно

$$\{F_i^{\sigma}\}_{Oxyz} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \rho_i S_i \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{F_i^{fr}\}_{Oxyz} = \begin{Bmatrix} F_{ix}^{fr} \\ 0 \\ F_{iz}^{fr} \end{Bmatrix}, \quad \{N_i\}_{Oxyz} = \begin{Bmatrix} 0 \\ N_i \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad N_i \leq 0 \quad (3.12)$$

Здесь ρ_i — разность давлений воздуха во внешней атмосфере и в полости схвата, S_i — площадь поверхности, «накрываемой» стопой i -й ноги. Неравенство $N_i \leq 0$ есть следствие одностороннего контакта стопы с рабочей поверхностью и предположения, что робот расположен в полупространстве $y < 0$. Условие равновесия стопы i -й ноги под действием перечисленных выше сил выражается векторным равенством

$$F_i^{\sigma} + F_i^{fr} + N_i + R_i = 0 \quad (3.13)$$

С учетом (3.12) координатная запись уравнения (3.13) в системе $Oxyz$ имеет вид:

$$F_{ix}^{fr} + R_{ix} = 0, \quad F_{iz}^{fr} + R_{iz} = 0 \quad (3.14)$$

$$\rho_i S_i + R_{iy} + N_i = 0, \quad N_i \leq 0 \quad (3.15)$$

Здесь R_{ix} , R_{iy} , R_{iz} — x -, y - и z -компоненты вектора R_i . В соответствии с кулоновской моделью сухого трения уравнения (3.14) выполняются тогда и только тогда, когда имеет место неравенство

$$|\mu_i N_i| \geq (R_{ix}^2 + R_{iz}^2)^{1/2} \quad (3.16)$$

где μ_i — коэффициент сухого трения между стопой i -й ноги робота и рабочей поверхностью.

Из (3.15) и (3.16) вытекает, что условия равновесия стопы i -й ноги можно окончательно представить в виде неравенств

$$\rho_i S_i + R_{iy} \geq 0, \quad \mu_i (\rho_i S_i + R_{iy}) \geq (R_{ix}^2 + R_{iz}^2)^{1/2} \quad (3.17)$$

По третьему закону Ньютона сила R_i , с которой i -я нога робота действует на схват, противоположна силе R_i^- , приложенной к этой ноге со стороны схвата, а последняя сила обуславливается реакциями связей (3.4) для фиксированного i (номера ноги). С учетом принятой выше нумерации связей (3.4) и того факта, что функция $f_{3i-2}(q)$ не зависит от координат y , z , функция $f_{3i-1}(q)$ — от координат x , z , а функция $f_{3i}(q)$ — от координат x , y , имеем

$$R_{ix}^- = \lambda_{3i-2} \partial f_{3i-2} / \partial x = \lambda_{3i-2}$$

$$R_{iy}^- = \lambda_{3i-1} \partial f_{3i-1} / \partial y = \lambda_{3i-1}, \quad R_{iz}^- = \lambda_{3i} \partial f_{3i} / \partial z = \lambda_{3i}$$

Таким образом, неравенства (3.17) можно переписать в виде

$$\rho_i S_i - \lambda_{3i-1} \geq 0, \quad \mu_i (\rho_i S_i - \lambda_{3i-1}) \geq (\lambda_{3i-2}^2 + \lambda_{3i}^2)^{1/2}, \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.18)$$

Резюмируя изложенное в данном разделе, перечислим полный набор условий равновесия робота на рабочей поверхности. Эти условия содержат

1) уравнения связей вида (3.5), где набор и нумерация обобщенных координат определяются равенствами (3.7), а функции $f_{3i-2}(q)$, $f_{3i-1}(q)$, $f_{3i}(q)$ представляют собой соответственно первую, вторую и третью компоненты векторного уравнения связи (3.4), отвечающего фиксированному значению индекса i ($i = 1, \dots, N$); полное число уравнений связей равно $m = 3N$;

2) уравнения равновесия сил (3.6), где следует положить $n = 6 + 3N$, $m = 3N$, $Q_j = Q_j^* + Q_j^*$; Q_j^* и Q_j^* определяются равенствами (3.8) — 3.11);

3) неравенства (3.18), ограждающие односторонний характер связей стоп с рабочей поверхностью и условия непроскальзывания.

4. Постановка задачи оптимизации. Выведенные в предыдущем разделе условия равновесия могут быть использованы для нахождения наилучшего (в определенном смысле) расположения робота на рабочей поверхности и распределения управляющих моментов в шарнирах его ног. Обратим внимание, что, изменяя моменты в шарнирах ног, можно управлять силами реакции связей (3.4), а следовательно, и силами взаимодействия голени со стопами робота. Это позволяет добиваться наилучших условий для функционирования вакуумных схватов.

Важной операционной характеристикой вакуумного схвата является степень разрежения воздуха в его полости, которая характеризуется разностью p , атмосферного давления и давления в полости вакуумного схвата. Чем выше степень разрежения, тем надежнее удерживается робот на рабочей поверхности. Однако создание высокого вакуума сопряжено со значительными трудностями. Для этого требуются мощные насосы, откачивающие воздух. Если робот представляет собой автономное устройство, то эти насосы должны быть размещены непосредственно на корпусе робота. Увеличение мощности насосов, как правило, связано с увеличением их массы и, следовательно, массы всей конструкции. Положение усугубляется еще и тем, что если поверхность имеет шероховатость (а на практике это почти всегда так), то неизбежно происходит «подсасывание» атмосферного воздуха в полость схвата из-за неплотного его прилегания. В этом случае добиться высокой степени разрежения еще труднее и часто практически невозможно. Естественным поэтому представляется искать такие режимы управления роботом и такие его конфигурации, которые позволяют надежно удерживать робот на вертикальной поверхности при сравнительно невысокой степени вакуума. Поставим оптимизационную задачу нахождения минимальной степени вакуума, достаточной для удержания робота на поверхности при заданном положении его корпуса.

Задача. Пусть фиксированы положение и ориентация корпуса робота относительно рабочей поверхности, т. е. заданы значения обобщенных координат $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$. Пусть заданы главный вектор F и главный момент M внешних активных сил, приложенных к корпусу робота. Требуется определить конфигурации ног (т. е. углы $\varphi_i, \psi_i, \vartheta_i, i = 1, \dots, N$), положения стоп (т. е. параметры $\xi_i, \eta_i, i = 1, \dots, N$) и управляющие моменты $\tau_{\varphi_i}, \tau_{\psi_i}, \tau_{\vartheta_i} (i = 1, \dots, N)$, удовлетворяющие всем условиям равновесия и доставляющие минимум функционалу

$$J = \max \left[\max_{0 \leq i \leq N} \left(\frac{\lambda_{3i-1}}{S_i} + \frac{(\lambda_{3i-2}^2 + \lambda_{3i}^2)^{1/2}}{\mu_i S_i} \right), 0 \right] \quad (4.1)$$

Как следует из (3.18), функционал (4.1) равен минимальному значению разности давлений воздуха во внешней атмосфере и в полостях вакуумных схватов, достаточному для удержания робота на поверхности при заданном распределении реакций связей.

Поставленная задача отвечает требованию максимальной надежности удержания робота в заданном положении на рабочей поверхности при производстве сравнительно продолжительных операций. Ниже эта задача решается для частного случая четырехногого робота симметричной конструкции.

5. Решение задачи оптимизации для четырехногого робота. Рассмотрим четырехногий робот ($N=4$) описываемой ниже конструкции (см. фиг. 1). Тазобедренные суставы $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ног этого робота лежат в одной плоскости и определяют прямоугольник $A_1 A_2 A_3 A_4$. Ноги 1 и 4 (2 и 3) имеют одинаковые конструктивные параметры, т. е.

$$L_1 = L_4, \quad l_1 = l_4, \quad L_2 = L_3, \quad l_2 = l_3 \quad (5.1)$$

$$L_c^1 = L_c^4, \quad l_c^1 = l_c^4, \quad L_c^2 = L_c^3, \quad l_c^2 = l_c^3$$

$$m_{11} = m_{14}, \quad m_{21} = m_{24}, \quad m_{12} = m_{13}, \quad m_{22} = m_{23}$$

Назовем плоскость, перпендикулярную плоскости прямоугольника $A_1A_2A_3A_4$, проходящую через его центр и параллельную сторонам A_1A_2 , A_3A_4 , плоскостью конструктивной симметрии робота. Будем считать, что центр масс робота лежит в плоскости конструктивной симметрии.

Выберем систему координат $O'x'y'z'$, связанную с корпусом робота (см. раздел 2), следующим образом: полюс O' совместим с центром масс корпуса; ось $O'z'$ расположим в плоскости конструктивной симметрии параллельно плоскости прямоугольника $A_1A_2A_3A_4$ и ориентируем ее в направлении от стороны A_2A_3 к стороне A_1A_4 ; ось $O'x'$ ориентируем перпендикулярно плоскости конструктивной симметрии в направлении от стороны A_3A_4 к стороне A_1A_2 ; ось $O'y'$ дополняет систему координатных осей до правой ортогональной тройки. В так выбранной системе координат выполняются следующие равенства:

$$a_1 = -a_4, \quad a_2 = -a_3, \quad b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b$$

$$c_1 = c_4, \quad c_2 = c_3 \quad (5.2)$$

Здесь $a_i, b_i, c_i (i = 1, 2, 3, 4)$ — координаты тазобедренного сустава i -й ноги в системе координат $O'x'y'z'$ (см. раздел 2 данной статьи).

Сделаем ряд упрощающих предположений:

1) робот располагается на рабочей поверхности таким образом, что плоскость его конструктивной симметрии параллельна вектору силы тяжести и перпендикулярна рабочей поверхности (при этом $\beta = 0, \gamma = 0$);

2) плоскости всех ног робота параллельны плоскости конструктивной симметрии, при этом $\varphi_i = 0 (i = 1, 2, 3, 4)$;

3) ноги 1 и 4 (2 и 3) имеют одинаковые конфигурации, т. е. $\psi_1 = \psi_4, \vartheta_1 = \vartheta_4, \psi_2 = \psi_3, \vartheta_2 = \vartheta_3$;

4) на систему не действуют никакие внешние активные силы, кроме силы тяжести;

5) масса корпуса робота много больше массы его ног, и при вычислении потенциальной энергии системы массы звеньев ног можно считать равными нулю;

6) стопы всех четырех ног одинаковы, а рабочая поверхность — физически однородна, при этом $S_i = S, \mu_i = \mu, i = 1, 2, 3, 4$;

7) управляющие моменты распределены «симметрично» относительно плоскости конструктивной симметрии, а именно $\tau_{\varphi_1} = -\tau_{\varphi_4}, \tau_{\varphi_1} = \tau_{\varphi_4}, \tau_{\vartheta_1} = \tau_{\vartheta_4}, \tau_{\varphi_2} = -\tau_{\varphi_3}, \tau_{\varphi_2} = \tau_{\varphi_3}, \tau_{\vartheta_2} = \tau_{\vartheta_3}$.

Решим задачу оптимизации, сформулированную в разделе 4, при сделанных выше предположениях. Условия равновесия (3.5), (3.6) с учетом (3.4), (3.8) — (3.11) принимают вид

$$a_i + x_i - \xi_i = 0 \quad (5.3)$$

$$b_i \cos \alpha - c_i \sin \alpha - L_i \sin (\psi_i - \alpha) + l_i \sin (\psi_i + \vartheta_i - \alpha) + y = 0 \quad (5.4)$$

$$b_i \sin \alpha + c_i \cos \alpha + L_i \cos (\psi_i - \alpha) + l_i \cos (\psi_i + \vartheta_i - \alpha) + z - \eta_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.5)$$

$$\sum_{i=1}^4 \lambda_{3i-2} = 0, \quad \sum_{i=1}^4 \lambda_{3i-1} = 0, \quad \sum_{i=1}^4 \lambda_{3i} = mg \quad (5.6)$$

$$\sum_{i=1}^4 \{ \lambda_{3i-1} [-b_i \sin \alpha - c_i \cos \alpha - L_i \cos (\psi_i - \alpha) - l_i \cos [(\psi_i + \vartheta_i - \alpha)] + \lambda_{3i} [b_i \cos \alpha - c_i \sin \alpha + L_i \sin (\psi_i - \alpha) + l_i \sin (\psi_i + \vartheta_i - \alpha)] \} = 0 \quad (5.7)$$

$$\sum_{i=1}^4 \{ \lambda_{3i-2} [c_i + L_i \cos \psi_i + l_i \cos (\psi_i + \vartheta_i)] + \lambda_{3i-1} a_i \sin \alpha - \lambda_{3i} a_i \cos \alpha \} = 0 \quad (5.8)$$

$$\sum_{i=1}^4 \{ \lambda_{3i-2} [-b_i - L_i \sin \psi_i - l_i \sin (\psi_i + \vartheta_i)] + \lambda_{3i-1} a_i \cos \alpha + \lambda_{3i} a_i \sin \alpha \} = 0 \quad (5.9)$$

$$\lambda_{3i-2} [L_i \cos \psi_i + l_i \cos (\psi_i + \vartheta_i)] + \tau_{\varphi_i} = 0 \quad (5.10)$$

$$\lambda_{3i-1} [L_i \cos (\psi_i - \alpha) + l_i \cos (\psi_i + \vartheta_i - \alpha)] + \lambda_{3i} [-L_i \sin (\psi_i - \alpha) - l_i \sin (\psi_i + \vartheta_i - \alpha)] + \tau_{\psi_i} = 0 \quad (5.11)$$

$$\lambda_{3i-1} l_i \cos (\psi_i + \vartheta_i - \alpha) - \lambda_{3i} l_i \sin (\psi_i + \vartheta_i - \alpha) + \tau_{\vartheta_i} = 0 \quad (5.12)$$

С учетом (5.3) — (5.5) равенства (5.7) — (5.9) представляются в виде

$$\sum_{i=1}^4 [-\lambda_{3i} y - \lambda_{3i-1} (\eta_i - z)] = 0 \quad (5.13)$$

$$\sum_{i=1}^4 [\lambda_{3i-2} (\eta_i - z) - \lambda_{3i} (\xi_i - x)] = 0 \quad (5.14)$$

$$\sum_{i=1}^4 [\lambda_{3i-2} y + \lambda_{3i-1} (\xi_i - x)] = 0 \quad (5.15)$$

Соотношения (5.13) — (5.15) имеют простую механическую интерпретацию. Они выражают равенство нулю суммы моментов всех сил реакции относительно центра масс робота. Отметим, что уравнения (5.13) — (5.15) справедливы и в более общем случае, а именно, для этого достаточно, чтобы выполнялись только предположения 4) и 5).

Если отказаться и от предположения 4), то в правых частях равенств (5.13) — (5.15) появятся соответственно величины $-M_x, -M_y, -M_z$, где M_x, M_y, M_z — x -, y - и z -компоненты главного момента внешних активных сил, отличных от силы тяжести.

Из (5.2), (5.3) и предположений 1) — 3) вытекает, что

$$\eta_1 = \eta_4, \quad \eta_2 = \eta_3 \quad (5.16)$$

$$\xi_1 - x = \xi_2 - x = -(\xi_3 - x) = -(\xi_4 - x)$$

С учетом (5.16) уравнения (5.6), (5.13) — (5.15) представляются в следующем виде:

$$\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_7 + \lambda_{10} = 0 \quad (5.17)$$

$$\lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_8 + \lambda_{11} = 0 \quad (5.18)$$

$$\lambda_3 + \lambda_6 + \lambda_9 + \lambda_{12} = mg \quad (5.19)$$

$$mgy + (\lambda_2 + \lambda_{11}) \eta_1 + (\lambda_5 + \lambda_8) \eta_2 = 0 \quad (5.20)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_{10}) \eta_1 + (\lambda_4 + \lambda_7) \eta_2 - [(\lambda_3 + \lambda_6) - (\lambda_9 + \lambda_{12})] (\xi_1 - x) = 0 \quad (5.21)$$

$$[(\lambda_2 + \lambda_5) - (\lambda_8 + \lambda_{11})] (\xi_1 - x) = 0 \quad (5.22)$$

Из (5.18), (5.22) вытекают равенства

$$\lambda_2 + \lambda_5 = \lambda_8 + \lambda_{11} = 0 \quad (5.23)$$

а из (5.1), (5.2), (5.10) — (5.12) и предположения 7), что

$$\lambda_2 = \lambda_{11}, \quad \lambda_5 = \lambda_8 \quad (5.24)$$

$$\lambda_3 = \lambda_{12}, \quad \lambda_6 = \lambda_9 \quad (5.25)$$

$$\lambda_1 + \lambda_{10} = 0, \quad \lambda_4 + \lambda_7 = 0 \quad (5.26)$$

Разрешив уравнения (5.20), (5.23), (5.24) относительно $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_8, \lambda_{11}$, получим

$$\lambda_2 = \lambda_{11} = -\lambda_5 = -\lambda_8 = -mgy / [2(\eta_1 - \eta_2)] \quad (5.27)$$

Из (5.19), (5.25) имеем

$$\lambda_3 = \lambda_{12} = 1/2 mg - \lambda_6 = 1/2 mg - \lambda_9 \quad (5.28)$$

С учетом (5.26) — (5.28) и предположения б) минимизируемый функционал (4.1) представляется в виде

$$J = J(\Delta, \lambda_1, \lambda_3, \lambda_4) = \frac{1}{S} \max \left\{ \frac{mgh}{2\Delta} + \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_3^2)^{1/2}}{\mu}, \right. \\ \left. -\frac{mgh}{2\Delta} + \frac{[\lambda_4^2 + (1/2 mg - \lambda_3)^2]^{1/2}}{\mu} \right\} \\ h = -y > 0, \quad \Delta = \eta_1 - \eta_2 \quad (5.29)$$

Для решения оптимизационной задачи, сформулированной в разделе 4, нужно найти минимум J по переменным $\Delta, \lambda_1, \lambda_3, \lambda_4$ при условиях (5.1), (5.4), (5.5), (5.16), а затем, используя соотношения (5.3) — (5.5), (5.10) — (5.12), (5.26) — (5.28), вычислить искомые значения $\xi_i, \eta_i, \psi_i, \vartheta_i, \tau_{\varphi_i}, \tau_{\psi_i}, \tau_{\vartheta_i}, i = 1, 2, 3, 4$.

Оба выражения в (5.29), заключенные в фигурные скобки, монотонно возрастают с увеличением λ_1^2, λ_3^2 . Следовательно, величина J не убывает с ростом λ_1^2, λ_3^2 , и ее минимум достигается при $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$. В этом случае с учетом (5.26) имеем

$$\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_7 = \lambda_{10} = 0 \quad (5.30)$$

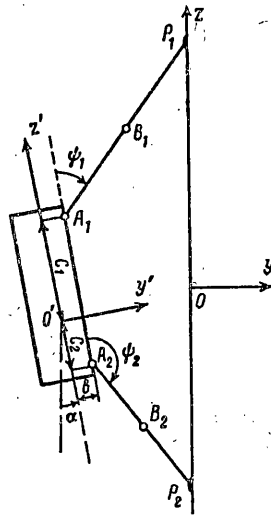
Несложный анализ показывает, что

$$\min_{\lambda_3} J(\Delta, 0, \lambda_3, 0) = J(\Delta, 0, \lambda_3^0, 0) = \begin{cases} mgh / (2S |\Delta|), & \text{если } |\Delta| \leq 2h\mu \\ mg / (4\mu S), & \text{если } |\Delta| > 2h\mu \end{cases} \quad (5.31)$$

$$\lambda_3^0 = mg(1 - 2h\mu / \Delta) / 4, \text{ если } |\Delta| > 2h\mu$$

$$\lambda_3^0 = 0, \text{ если } 0 < \Delta \leq 2h\mu$$

$$\lambda_3^0 = mg / 2, \text{ если } -2h\mu \leq \Delta < 0$$



Фиг. 3

Из (5.31) вытекает, что если при выполнении соотношений (5.1), (5.2) и предположений 1) — 7) для любых совместимых со связями (5.3) — (5.5) конфигураций системы расстояние между стопами ног 1 и 2 (или, что то же, 3 и 4) не превышает $2h\mu$, то при оптимальном расположении стоп на рабочей поверхности величина $|\Delta| = |\eta_1 - \eta_2|$ должна принимать максимально возможное значение.

Найдем конфигурацию, отвечающую максимуму $|\Delta|$. Она единственна и отвечает распрямленным ногам, которые расположены так, как изображено на фиг. 3. Расчеты показывают, что при этом

$$\begin{aligned} \xi_i &= a_i + x, \quad \eta_{1(4)} = z + b \sin \alpha + c_1 \cos \alpha + \\ &+ [(L_1 + l_1)^2 - (c_1 \sin \alpha - b \cos \alpha - y)^2]^{1/2} \\ \eta_{2(3)} &= z + b \sin \alpha + c_2 \cos \alpha - [(L_2 + l_2)^2 - (c_2 \sin \alpha - b \cos \alpha - y)^2]^{1/2} \\ \Delta = \eta_1 - \eta_2 &= (c_1 - c_2) \cos \alpha + \sum_{i=1}^2 [(L_i + l_i)^2 - (c_i \sin \alpha - b \cos \alpha - y)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \psi_1 = \psi_4 &= \arcsin [(c_1 \sin \alpha - b \cos \alpha - y)/(L_1 + l_1)] + \alpha \\ \psi_2 = \psi_3 &= \pi + \alpha - \arcsin [(c_2 \sin \alpha - b \cos \alpha - y)/(L_1 + l_1)] \end{aligned}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta_3 = \vartheta_4 = 0$$

Для того, чтобы облегчить понимание формул (5.32), поясним геометрический смысл некоторых выражений, входящих в эти формулы (см. также фиг. 3):
 $z + b \sin \alpha + c_i \cos \alpha$ — z-координата тазобедренного сустава $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$;
 $b \cos \alpha - c_i \sin \alpha + y$ — y-координата тазобедренного сустава $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$;
 $\arcsin [(c_i \sin \alpha - b \cos \alpha - y)/(L_i + l_i)]$ — угол, составляемый с рабочей поверхностью (плоскостью Oxz) i-й распрямленной ногой.

Отметим, что если робот, согласно сделанному выше предположению, находится в полупространстве $y < 0$, то выполняются неравенства

$$y = -h < 0, \quad b \cos \alpha - c_i \sin \alpha + y < 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

Если $\max|\Delta| > 2h\mu$, то решение оптимизационной задачи неоднозначно и существует бесконечно много конфигураций, отвечающих минимальному значению $J = mg(4\mu S)$. В частности оптимальной является конфигурация (5.32).

Зная оптимальную конфигурацию и соответствующие значения множителей Лагранжа $\lambda_{3-2}, \lambda_{3-1}, \lambda_{3i}$ ($i = 1, 2, 3, 4$), по формулам (5.10) — (5.12) можно однозначно определить управляющие моменты, действующие в суставах ног робота.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hirose S. Wall climbing vehicle using internally balanced magnetic unit//Prepr. 6 th CISM-IFTOMM Sympos. ROMANSY-86. Cracow, Poland, 1986. P. 363—370.
2. Sugiyama S., Naitoh S., Satoh C., Ozaki N., Watahiki S. Wall surface vehicles with magnetic legs or vacuum legs//Proc. 16 th ISIR. Brussels, Belgium, 1986. P. 691—696.
3. Fujita A., Tsuge M., Mori K., Sonoda S., Watahiki S., Ozaki N. Defelopment of inspection robot for spherical gas storage tanks//Proc. 16 th ISIR. Brussels, Belgium, 1986. P. 1185—1194.
4. Абаринов А. В., Аксельрод Б. В., Болотник Н. Н., Вещников В. Б. и др. Робототехнический комплекс для вертикального перемещения//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1988. № 4. С. 58—73.
5. Collie A. A., Billingsley J., von Puttkamer E. Desing and performance of the Portsmouth climbing robot//Proc. 7 th Intern. Sympos. on Automat. and Robot. in Construction, Bristol, England. 1990. V. 1. P. 16—22.
6. Gradetsky V. G., Rachkov M. Yu. Wall climbing robot and its application for building construction//Mechatronic Systems Engng. 1990. V. 1. P. 225—231.
7. Chernousko F. L. On the mechanics of a climbing robot//Mechatronic Systems Engng. 1990. V. 1. P. 219—224.
8. Черноусько Ф. Л. Условия равновесия тела на шероховатой плоскости//Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 6. С. 6—17.
9. Ишлинский А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.VII.1991