

ИЕРАРХИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ДВИЖЕНИЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С ЗОНАМИ КОНТАКТА, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ИНЕРЦИОННЫМ ИСТОЧНИКОМ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

Исследуется явление резонанса в колебательной системе, содержащей виброударный элемент. Удар полагается абсолютно неупругим; рассмотрение ограничивается режимом движения с зонами контакта. Источником возбуждения вибрации служит неуравновешенный ротор, приводимый во вращение асинхронным двигателем.

В [1] изучены периодические режимы соударений частиц с вибрирующей поверхностью. Стационарные виброударные режимы систем, состоящих из цепочки частиц и вибрирующих поверхностей, рассмотрены в [2]. Исследованию более сложных режимов соударений, включая так называемый квазипластический удар, посвящена работа [3]. В [4] показано влияние особенностей вибропривода на протекание виброударных процессов. Исследование в [5] автономной виброударной системы рассматриваемого типа с помощью модифицированного в [6] варианта метода Пуанкаре, тем не менее, не позволяет выйти за рамки стационарных режимов.

С целью рассмотрения переходных процессов методом осреднения в настоящей работе производится регуляризирующая неаналитическая замена переменных. Впервые подобный подход предложен в [7] применительно к виброударным системам с коэффициентом восстановления, близким к единице. Подход, связанный с иерархическим осреднением [8], позволяет построить конечную область притяжения резонансного режима.

1. Постановка задачи. Исследуется виброударная система в динамическом режиме с интервалами времени совместного движения (зонами контакта), возбуждаемая инерционным источником ограниченной мощности. Рассматриваемая система (фиг. 1) представляет собой виброударную пару с двусторонним ограничением, состоящую из обоймы массой M_1 , в полости которой, имеющей длину $2l$, свободно движется боек массы m . На основании, имеющем массу M_2 , расположен инерционный возбудитель колебаний (характеризуемый моментом инерции ротора I и статическим моментом дебаланса S), который приводится во вращение асинхронным двигателем. В дальнейшем ограничимся линейной аппроксимацией момента на валу двигателя

$$P(\varphi) = U + V(\lambda - \varphi) \quad (1.1)$$

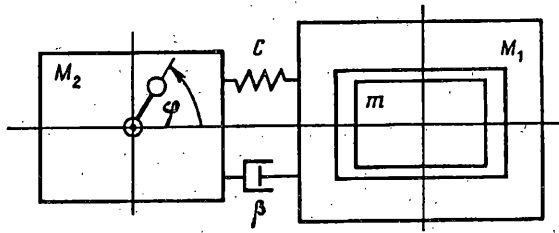
где λ — номинальная частота, U — номинальный момент на валу двигателя, а параметр V определяет угол наклона характеристики ($U > 0, V > 0$).

Уравнения движения имеют вид

$$x_1'' = C(M_1 + m)^{-1}(x_2 - x_1 + m(M_1 + m)^{-1}y) - \beta(M_1 + m)^{-1}(x_2' - x_1' + m(M_1 + m)^{-1}y')$$

$$x_2'' = -CM_2^{-1}(x_2 - x_1 + m(M_1 + m)^{-1}y) - \beta M_2^{-1}(x_2' - x_1' + m(M_1 + m)^{-1}y') - SM_2^{-1}(\cos \varphi)''$$

$$\varphi'' = (U + V(\lambda - \varphi))I^{-1} + SI^{-1}x_2'' \sin \varphi \quad (1.2)$$



Фиг. 1

$$y'' = \begin{cases} -CM_1^{-1}(x_2 - x_1 + m(M_1 + m)^{-1}y) - \beta M_1^{-1}(x_2 - x_1 + \\ + m(M_1 + m)^{-1}y), & |y| < l \\ 0, & |y| = l \end{cases}$$

Здесь x — координата центра масс состоящего из обоймы и бойка виброударного элемента, y — относительная координата бойка в зазоре, x_2 — координата тела, несущего дебаланс, φ — угол поворота дебаланса, C — жесткость пружины, β — коэффициент линейного трения.

В последнем уравнении использовано предположение о том, что между обоймой и бойком имеет место абсолютно неупругий удар. Эта гипотеза с высокой степенью достоверности реализуется в широком классе виброударных устройств, в которых удар происходит через слой материала (вибрационные дробилки, грохоты и т. п.).

Уравнения (1.2) должны быть дополнены условиями отрыва, которые ставятся в момент перехода от этапа совместного к этапу отдельного движения в ударной паре

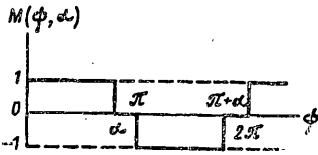
$$C(x_2 - x_1 + m(M_1 + m)^{-1}y) + \beta(x_2 - x_1 + m(M_1 + m)^{-1}y) = 0 \\ |y| = l, \quad y' = 0 \quad (1.3)$$

Динамическая система (фиг. 1) обладает степенью свободы (смещение центра масс), которая может быть исключена из рассмотрения. Введем обозначения

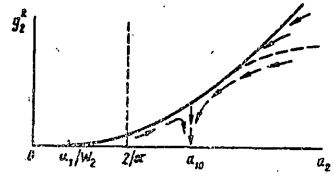
$$x = x_1 - x_2, \quad \varepsilon = \sqrt{2} \beta \lambda^{-1} ((M_1 + m)^{-1} + M_2^{-1}) \\ \mu = m(M_1 + m)^{-1}, \quad u = U / \lambda^2 I, \quad v = V / \lambda I \\ \lambda^2 = C ((M_1 + m)^{-1} + M_2^{-1}), \quad \delta = S / l M_2, \quad W = l^2 M_2 / I \quad (1.4) \\ k_1 = C / M_1 \lambda^2, \quad 0 < k_1 < 1 \\ k_2 = C / M_2 \lambda^2, \quad 0 < k_2 < 1$$

в которых уравнения движения примут следующий вид:

$$x'' = \lambda^2(x - \mu y) - 2\lambda\varepsilon(x' - \mu y') + \delta l(\cos \varphi)'' \\ y'' = \begin{cases} \lambda^2 k_1(x - \mu y) + 2\lambda\varepsilon k_1(x' - \mu y'), & |y| < l \\ 0, & |y| = l \end{cases} \quad (1.5) \\ \varphi'' = \lambda^2 u + \lambda v(\lambda - \varphi') + \delta W l^{-1} \sin \varphi \{ \lambda^2 k_2(x - \\ - \mu y) + 2\lambda\varepsilon k_2(x' - \mu y') - \delta l(\cos \varphi)'' \}$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Они дополняются условиями отрыва

$$\lambda(x - \mu y) + 2\varepsilon(x^* - \mu y^*) = 0$$

$$|y| = l, \quad y^* = 0 \quad (1.6)$$

Отметим, что переменная x_2 , которая не вошла в систему (1.5), (1.6), может быть после определения x , y , φ найдена из второго уравнения системы (1.2).

2. Регуляризирующая неаналитическая замена переменных. Виброударная пара, входящая в рассматриваемую систему, обладает большим разнообразием возможных режимов движения, определяемых последовательностью ударов. В дальнейшем ограничимся рассмотрением простейшего режима, характеризующего наличием зон контакта (совместного движения бойка и обоймы), при котором за один период колебаний обоймы происходят два ее столкновения с бойком.

В этом случае система (1.5) может быть регуляризована с помощью неаналитической замены переменных:

$$x = A \sin \chi, \quad x^* = A \lambda \cos \chi, \quad \varphi^* = \lambda \Omega \quad (2.1)$$

$$y = LL(\psi, \alpha) + \{-l + B(\psi - \pi[\psi/\pi]) - Ak_1 \sin \chi M(\psi, \alpha)\} M(\psi, \alpha)$$

$$y^* = \lambda \{B - k_1 A \cos \chi M(\psi, \alpha)\} M(\psi, \alpha)$$

$$L(\psi, \alpha) = (1 - M^2(\psi, \alpha)) \operatorname{sign} \sin \psi$$

Здесь $M(\psi, \alpha)$ — кусочно-постоянная 2π -периодическая функция, вид которой представлен на фиг. 2, α — вспомогательная переменная, определяемая условием

$$B\alpha - Ak_1 \sin \chi|_{\psi = \alpha} = 2l \quad (2.2)$$

$[z]$ есть целая часть z .

В новых переменных уравнения принимают вид

$$A^* = \lambda \mu y \cos \chi - 2 \lambda \varepsilon A \cos^2 \chi + 2 \mu \varepsilon y^* \cos \chi + \delta l \lambda^{-1} \cos \chi (\cos \varphi)^{**}$$

$$\chi^* = \lambda + \lambda \varepsilon \sin 2\chi - A^{-1} \{\lambda \mu y + 2 \varepsilon \mu y^* + \delta l \lambda^{-1} (\cos \varphi)^{**}\} \sin \chi$$

$$B^* M(\psi, \alpha) = \lambda^{-1} k_1 \delta l (\cos \varphi)^{**} M^2(\psi, \alpha)$$

$$\psi^* M(\psi, \alpha) = \lambda M(\psi, \alpha) - \lambda^{-1} k_1 \delta l B^{-1} (\psi - \pi[\psi/\pi]) \times$$

$$\times (\cos \varphi)^{**} M^2(\psi, \alpha), \quad \varphi^* = \lambda \Omega \quad (2.3)$$

$$\Omega^* = \lambda u + \lambda v (1 - \Omega) + \delta W l^{-1} \{\lambda k_2 (A \sin \chi - \mu y) +$$

$$+ 2\epsilon k_2 (A \lambda \cos \chi - \mu y) - \delta l \lambda^{-1} (\cos \varphi)^{**}]$$

Здесь y и y' полагаются выраженными через новые фазовые переменные. Отметим, что проведенная замена переменных позволяет обеспечить тождественное выполнение условий в момент удара и уравнений (1.5) на этапе совместного движения $|y| = l$. В уравнениях (2.3) это обстоятельство выражается в том, что правая и левая части третьего и четвертого уравнений обращаются на этапе совместного движения в тождественный ноль. Переменные B и ψ как функции времени представляют собой, таким образом, решение последовательности дифференциальных уравнений, для которых в моменты времени, определяемые условиями отрыва, ставятся новые начальные условия (1.6).

3. Главный резонанс. Предположим, что величины $\mu, \epsilon, \delta, u, v$ представляют собой малые параметры одного порядка. Это условие выполняется в ряде практически важных случаев.

Будем интересоваться движениями в окрестности главного резонанса. Введем медленную переменную Θ , полумедленные переменные σ и η , а также безразмерное время τ по формулам

$$\begin{aligned} \Theta &= \psi - \chi, & \eta &= \varphi - \chi \\ \mu^{1/2} \sigma &= \Omega - 1, & \tau &= \lambda t. \end{aligned} \quad (3.1)$$

В новых переменных получим (удерживая слагаемые не выше второго порядка малости по $\mu^{1/2}$):

$$\begin{aligned} A^* &= \mu \cos \chi \{y - 2\epsilon_1 A \cos \chi - 2\delta_1 l \cos(\chi + \eta)\} \\ \sigma &= \mu^{1/2} \{u_1 + 2\delta_1 W l^{-1} k_2 A \sin \chi \sin(\chi + \eta)\} - \mu v_1 \sigma \\ \eta^* &= \mu^{1/2} \sigma + \mu \sin \chi \{y A^{-1} - 2\epsilon_1 \cos \chi - 2\delta_1 l A^{-1} \cos(\chi + \eta)\} \\ B^* M(\chi + \Theta, \alpha) &= -2\mu \delta_1 l k_1 \cos(\chi + \eta) M_1^2(\chi + \Theta, \alpha) \\ \Theta^* M(\chi + \Theta, \alpha) &= \mu M(\chi + \Theta, \alpha) \{y A^{-1} \sin \chi - \epsilon_1 \sin 2\chi - \\ &- 2\delta_1 l A^{-1} \sin \chi \cos(\chi - \eta) + 2k_1 \delta_1 l B^{-1} (\psi - \pi [\psi / \pi]) \times \\ &\times \cos(\chi + \eta) M(\chi + \Theta, \alpha)\} \\ \chi^* &= 1 + \mu \sin \chi \{-y A^{-1} + 2\epsilon_1 \cos \chi + \delta_1 l A^{-1} \cos(\chi + \eta)\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Условия отрыва примут вид

$$\chi(t_n) = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad \Theta(t_n) = 0, \quad B(t_n) = k_1 A(t_n) \quad (3.3)$$

Вспомогательная медленная переменная α определяется трансцендентным уравнением

$$B\alpha - Ak_1 \sin(\alpha - \Theta) = 2l \quad (3.4)$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon / \mu, & \delta_1 &= 1/2 \delta / \mu \\ u_1 &= u / \mu, & v_1 &= v / \mu \end{aligned} \quad (3.5)$$

4. Первый этап иерархического осреднения. Система (3.2), (3.3) допускает представление в иерархической форме с быстрой и полумедленной фазами

(соответственно со скоростями изменения порядка единицы и $\mu^{1/2}$), которое мы не приводим вследствие громоздкости. На первом этапе иерархической процедуры [8] производится осреднение по быстрой фазе χ .

Характерной особенностью системы (3.2), (3.3) является специфическая вырожденность переменных B и Θ , определяемых последовательностью дифференциальных уравнений, к которым в каждый момент достижения быстрой фазой χ значений, кратных π , ставятся начальные условия (3.3). В этом случае метод осреднения позволяет произвести редукцию не только по быстрой переменной χ , но и по вырожденным B и Θ .

Уравнения второго приближения метода осреднения имеют вид

$$\begin{aligned} A_1^* &= -\mu (\varepsilon_1 A_1 - \delta_1 l \cos \eta_1 - l F(A_1 / l)) \\ \sigma_1^* &= \mu^{1/2} (u_1 + \delta_1 l^{-1} W k_2 A_1 \cos \eta_1) - \mu \nu_1 \sigma_1 \\ \eta_1^* &= \mu^{1/2} \sigma_1 + \mu (\delta_1 l A_1^{-1} \sin \eta_1 + G(A_1 / l)) \\ B_1 &= k_1 A_1, \quad \Theta_1 = 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} F(A_1 / l) &= 1/2 A_1 \pi^{-1} l^{-1} k_1 (1 - \cos \alpha_1)^2 \\ G(A_1 / l) &= 1/2 \pi^{-1} k_1 (\alpha_1 - (2 - \cos \alpha_1) \sin \alpha_1) \\ \alpha_1 - \sin \alpha_1 &= 2l / A_1 k_1 \end{aligned} \tag{4.2}$$

а индекс 1 присвоен соответствующим осредненным переменным.

5. Полумедленные движения системы. Перейдем к анализу системы первого этапа осреднения (4.1). Для удобства в дальнейшем введем обозначения

$$a_1 = A_1 / l, \quad \xi_1 = \eta_1 - \pi / 2, \quad W_2 = k_2 \delta_1 W \tag{5.1}$$

$$b = 2k_1 - 1, \quad |b| < 1$$

Тогда уравнения приобретут следующую форму:

$$a_1^* = \mu (\delta_1 \sin \xi_1 - \varepsilon_1 a_1 - F(a_1)) \tag{5.2}$$

$$\xi_1^* = \mu^{1/2} \sigma_1 + \mu (\delta_1 a_1^{-1} \cos \xi_1 + G(a_1))$$

$$\sigma_1^* = \mu^{1/2} (u_1 - W_2 a_1 \sin \xi_1) - \mu \nu_1 \sigma_1$$

Отметим, что в первом приближении по $\mu^{1/2}$ система (5.2) описывает движение так называемого эквивалентного маятника: $-\ddot{a} = 0$, $\dot{\xi} = \mu(u_1 - W_2 a \sin \xi)$, совершающего полумедленные движения (со скоростью порядка $\mu^{1/2}$). При выполнении условия $u_1 > W_2 a_1$ возможен только ротационный режим движения маятника, что соответствует срыву резонанса. Если же выполнено условие $u_1 < W_2 a_1$, то в зависимости от начальных условий может осуществиться как ротационный (что также ведет к срыву резонанса), так и либрационный режим движения. В этом случае система (5.2) имеет единственную устойчивую стационарную точку: $\sigma_{10} = 0$, $\xi_{10} = \arcsin(u_1 / W_2 a_1)$. Величина a_{10} определяется трансцендентным уравнением

$$\varepsilon_1 a_1^2 + a_1 F(a_1) = \delta_1 u_1 / W_2$$

единственность решения которого обусловлена монотонным возрастанием функции $a_1 F(a_1)$.

Асимптотическая устойчивость рассмотренного положения равновесия может быть доказана с помощью построения уравнений в вариациях с последующим анализом условий Раussa — Гурвица.

6. Второй этап иерархического осреднения. Наличие в системе (5.2) полумедленных колебаний создает возможность повторного осреднения и последующего исследования полученной системы на фазовой плоскости с определением области притяжения построенного стационарного резонансного режима.

Для этого перейдем от переменных δ_1, ξ_1 к переменным β , имеющей смысл фазы, и g , связанной с полной энергией $1/2 \mu g^2$ колебаний эквивалентного маятника

$$g \sin \beta = \sigma_1 \quad (6.1)$$

$$1/2 g^2 \cos^2 \beta = W_2 a_1 (\cos \xi_{10} - \cos \xi_1) + u_1 (\xi_{10} - \xi_1)$$

Данная замена позволяет однозначно выразить переменные σ_1, ξ_1 через g и β , но не допускает аналитического решения трансцендентного уравнения для ξ_1 в элементарных функциях. В дальнейшем будем предполагать, что ξ_1 выражена через переменные a_1, g, β .

В новых переменных уравнения принимают следующий вид:

$$a_1' = \mu (\delta_1 \sin \xi_1 - \varepsilon_1 a_1 - F(a_1)) \quad (6.2)$$

$$g' = \mu \{ W_2 g^{-1} (\cos \xi_{10} - \cos \xi_1) (\delta_1 \sin \xi_1 - \varepsilon_1 a_1 - F(a_1)) - W_2 g^{-1} (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1) (\delta_1 \cos \xi_1 + a_1 G(a_1)) - v_1 g \sin^2 \beta \}$$

$$\beta' = \mu^{1/2} a_1 g^{-1} W_2 (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1) / \cos \beta - \mu \sin \beta \{ v_1 \cos \beta + W_2 g^{-2} (\cos \xi_{10} - \cos \xi_1) (\delta_1 \sin \xi_1 - \varepsilon_1 a_1 - F(a_1)) / \cos \beta - W_2 g^{-2} (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1) (\delta_1 \cos \xi_1 + a_1 G(a_1)) / \cos \beta \}$$

Из последнего уравнения видно, что переменная β имеет смысл полумедленной фазы, так как выражение $(\sin \xi_{10} - \sin \xi_1) / \cos \beta$ остается всегда положительным и ограниченным, как, впрочем, и $(\cos \xi_{10} - \cos \xi_1) / \cos \beta$, что можно показать путем прямого разложения уравнения замены (6.1) при ξ_1 , близких к ξ_{10} . Переходя в уравнениях (6.2) к новой независимой переменной β и проводя по ней осреднение, получим систему первого приближения

$$a_2' = \mu^{1/2} g_2 H_1 W_2^{-1} a_2^{-2} \{ \delta_1 u_1 / W_2 - \varepsilon_1 a_2^2 - a_2 F(a_2) \} \quad (6.3)$$

$$g_2' = \mu^{1/2} H_3 a_2^{-2} \{ \delta_1 u_1 / W_2 - \varepsilon_1 a_2^2 - a_2 F(a_2) - v_1 g_2^2 a_2 H_2 / W_2 H_3 \}$$

которая справедлива с ошибкой порядка $\mu^{1/2}$ на интервале времени порядка μ^{-1} (последнее утверждение для систем с медленными, полумедленными и, возможно, быстрыми движениями обосновано в [8]).

Здесь индекс 2 присвоен дважды осредненным переменным, штрихом обозначено дифференцирование по β :

$$H_1 = \pi^{-1} \int_0^\pi \cos \beta (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1)^{-1} d\beta > 0$$

$$H_2 = \pi^{-1} \int_0^\pi \cos \beta \sin^2 \beta (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1)^{-1} d\beta > 0 \quad (6.4)$$

$$H_3 = \pi^{-1} \int_0^\pi \cos \beta (\cos \xi_{10} - \cos \xi_1) (\sin \xi_{10} - \sin \xi_1)^{-1} d\beta > 0$$

Необходимо отметить, что указанное соответствие между системой (6.3) и (5.2) имеет место в области D_μ фазовой плоскости переменных a_2, g_2 , которая определяется неравенствами

$$\left| O(\sqrt{\mu}) \right| < g_2 < g_{2*}(a_2) - \left| O(\sqrt{\mu}) \right| \quad (6.5)$$

$$1/2 g_{2*}^2 = 2W_2 a_2 \cos \xi_{10} + 2u_1 (\xi_{10} - \pi/2) \quad (6.6)$$

представляет собой уровень энергии лимитационного режима, соответствующего движению по сепаратрису.

Необходимо отметить, что вырождение задачи, соответствующее движению колебательной системы в отсутствие ударной пары вблизи резонанса, может быть получено, если положить $\mu = 0$, в то время как $\mu^{1/2}\epsilon_1, \mu^{1/2}u_1, \mu^{1/2}v_1, \mu^{1/2}\delta_1$ — положительные величины одного порядка малости. Указанная задача рассмотрена в [9]. (Авторы пользуются случаем указать на ошибку в знаке в [9], начиная с выражения, аналогичного системе (6.3).)

Уравнения (6.3) отличаются от системы без ударов лишь наличием слагаемых $a_2 F(a_2)$. Указанные слагаемые могут интерпретироваться как некоторое дополнительное нелинейное трение, зависящее от амплитуды колебаний. Соответствующий эффективный коэффициент трения $F(a_2)/a_2$ положителен и стремится к нулю с ростом амплитуды.

7. Область притяжения. Существенная редукция исходной системы оказалась возможной, во-первых, вследствие специфической вырожденности рассмотренных режимов движения виброударной системы и, во-вторых, благодаря использованию процедуры иерархического осреднения.

Рассматривая поведение фазовых траекторий в плоскости a_2, g_2 , оказывается возможным выделить область притяжения особой точки, соответствующей устойчивому стационарному режиму.

Система (6.3) имеет особую интегральную кривую $a_2 = a_0, g_2' = -\mu^{1/2}v_1 g_2^2 H_2 / W_2 a_2$, движение по которой направлено к положению равновесия $g_2 = 0$. Эта кривая делит область D_μ на две части. Интегральные кривые системы (6.3) определяются уравнением

$$\frac{dg_2}{da_2} = \frac{W_2 H_3}{g_2 H_1} \left\{ 1 - \frac{v_1 g_2^2 a_2 H_2}{W_2 H_3} \left(\frac{\delta_1 u_1}{W_2} - \epsilon_1 a_2^2 - a_2 F(a_2) \right) \right\}^{-1} \quad (7.1)$$

Для определения поведения интегральных кривых будем исследовать их вид вблизи лимитационной кривой (6.6), уравнение которой может быть записано в виде

$$dg_{2*}^2 / da_2 = 4W_2 \cos \xi_{10} \quad (7.2)$$

Вблизи этой кривой можно исследовать явный вид квадратур H_1, H_2, H_3 и переписать уравнение (7.1) в виде

$$\frac{dg_2^2}{da_2} - \frac{dg_{2*}^2}{da_2} = 2W_2 \frac{H_4}{H_1} - \frac{2H_2 v_1 g_2^2 a_2 / H_1}{\delta_1 u_1 / W_2 - \epsilon_1 a_2^2 - a_2 F(a_2)} + O(\ln^{-2} \Delta) \quad (7.3)$$

$$H_1 = 1/2 \pi^{-1} g_2^{-1} (W_2 a_2 / \cos \xi_{10})^{1/2} + O(\ln^{-2} \Delta)$$

$$\Delta = 1/2 (g_{2*}^2 - g_2^2), \quad H_4 = H_3 - 2 \cos \xi_{10} H_1 < 0$$

и H_2, H_4 остаются ограниченными при $\Delta \rightarrow 0$.

Из уравнения (7.3) видно, что при $a_2 < a_{10}$ интегральные кривые выходят из окрестности лимитационной кривой и стремятся к устойчивому положению равновесия $a_2 = a_{10}$ (см. фиг. 3). Картина при $a_2 > a_{10}$ оказывается сложнее. Анализируя уравнение (7.3) при достаточно больших амплитудах, можно показать, что при выполнении неравенства $4v_1 < \varepsilon_1$ существует такая кривая, что все интегральные кривые, идущие выше нее, сколь угодно близко приближаются к кривой (6.6), так что случайное возмущение может привести к срыву либрационного и переходу к ротационному движению эквивалентного маятника. При достаточно больших v_1 такой кривой не существует и область притяжения рассмотренного резонансного режима является вся область D_n .

В заключение отметим, что все приведенные рассуждения следует дополнить условием существования рассмотренного простейшего виброударного режима $0 < a_2(t) < \pi$ или $a_2(t) > 2/\pi k_1$. В противном случае произойдет нарушение рассмотренного режима движения виброударной пары с зонами контакта (возникновение режима с более редкими соударениями, возможно, с «непрерывным подбрасыванием»).

Представляется очевидным, что режим с более редкими соударениями во многих практически важных случаях является нежелательным точно так же, как и срыв резонансного режима с резким уменьшением амплитуды вибрации. Возникающая таким образом своего рода коллизия между двумя условиями нормального функционирования системы имеет следующее простое разрешение.

При $a_{10} < 2/\pi k_1$ стационарный режим движения рассмотренного типа невозможен. Если $2/\pi k_1 < u_1/W_2$, то область притяжения, найденная в п. 7, оказывается областью притяжения требуемого режима также и с учетом оптимальной кратности соударений. Если же $u_1/W_2 < 2/\pi k_1 < a_{10}$, то, отбросив от найденной в п. 7 области притяжения часть, лежащую при значениях a_2 , меньших $2/\pi k_1$, получим область, в которой обеспечено приближение интегральных кривых к стационарной точке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 412 с.
2. Кобринский А. Е., Кобринский А. А. Виброударные системы. М.: Наука, 1973. 591 с.
3. Нагаев Р. Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями. М.: Наука, 1985. 200 с.
4. Бабицкий В. И. Теория виброударных систем. М.: Наука. 1978. 352 с.
5. Нагаев Р. Ф. Динамика виброударной дробилки с парой самосинхронизирующих вибраторов // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1963. № 5. С. 46—53.
6. Коловский М. З. О применении метода малого параметра для определения разрывных периодических решений // Тр. Междунар. симпоз. по нелинейным колебаниям. Т. 1. Аналитические методы теории нелинейных колебаний. Киев: Изд. АН УССР, 1963. С. 264—276.
7. Журавлев В. Ф., Меньшилов А. И. Исследование виброударной системы с ограниченным возбуждением // Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 2. С. 45—50.
8. Печенев А. В. Осреднение систем с иерархией скоростей вращения фаз на существенно больших интервалах времени // Докл. АН СССР. 1990. Т. 315. № 1. С. 28—31.
9. Печенев А. В. О движении колебательной системы с ограниченным возбуждением вблизи резонанса // Докл. АН СССР. 1986. Т. 290. № 1. С. 27—31.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
26.VII.1990