МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 1992

УДК: 534.1

 А. В. ГНОЕВОЙ

О ВИБРОВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ ЗАДАННЫХ ФОРМ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Приводятся критерии существования независимых или, как они называются в работе, разделенных по произвольно выбранным пространственным координатам вынужденных колебаний механических систем с целью синтеза заданных форм колебаний.

1. Рассматриваются механические колебательные системы, предназначенные для проведения вибрационных испытаний различных изделий (вибростенды), которые можно представить моделью в виде упруго подвешенного твердого тела или системы твердых тел с линейными упругими элементами подвеса и одним или несколькими вибровозбудителями (вибраторами) [1]. Такие системы работают в далеко зарезонансных режимах и в системе координат, связанной с измерительной системой вибростенда (его измерительными вибропреобразователями), описываются линейными дифференциальными уравнениями без диссипативных сил

$$\mathrm{A}\ddot{\mathrm{q}} + \mathrm{C}\mathrm{q} = \mathrm{F} \tag{1.1}$$

$$\mathrm{A} = \|a_{sk}\|, \mathrm{C} = \|c_{sk}\|, a_{sk} = a_{ks},\quad c_{sk} = c_{ks},\quad \mathrm{F} = \|F_s\|, \mathrm{q} = \|q_s\|; k,s = 1, \ldots, n$$

Погрешность поддержания заданной формы колебаний [1], [2] определяется связанностью или зависимостью уравнений в (1.1), т. е. видом матриц А, С, F. Оси координат не совпадают с осями инерции и жесткости.

Цель работы заключается в определении условий существования независимых или, как их далее будем называть, разделенных по произвольно выбранным пространственным координатам $Oq_1 \ldots q_n$ вынужденных линейных колебаний системы (1.1) с целью синтеза заданных форм колебаний исходной механической системой.

Термин разделение вынужденных колебаний введен для того, чтобы подчеркнуть разницу между предлагаемым в работе принципом разделения колебаний и известными принципами установления независимости или развязки уравнений в (1.1). Так, например, известный при анализе колебаний принцип развязки уравнений (1.1) состоит в поиске и применении подходящего преобразования координат [3, 4]. Наиболее часто используется переход к нормальным координатам. Однако этот принцип позволяет развязать только уравнения, но не колебания механической системы в исходной системе координат.

Известный в теории виброизоляции принцип развязки собственных колебаний системы (1.1) состоит в подборе упругих элементов подвеса и мест их установки и проводится в специальной системе координат, связанной с главными центральными осями инерции тела [5], [6], [7]. В этом случае матрица $\mathrm{A} = \mathrm{diag}(a_{11}, \ldots, a_{nn})$ и принцип позволяет в некоторых случаях сделать матрицу $\mathrm{C} = \mathrm{diag}(c_{11}, \ldots, c_{nn})$. Использование этого принципа при решении задач виброиспытаний затруднено по следующим причинам. Во-первых, система подвижных координат $Oq_1 \ldots q_n$ связана с виброизмерительными преобразователями системы управления вибростенда, которые расположены на его столе и не совпадает с главными центральными осями инерции стола. При установке на столе испытуемых изделий каждый раз образуются, в зависимости от их закрепления, либо новые твердые тела «вибростенд + изделие» с новыми массами, моментами инерции, положением центра масс, направлением главных центральных осей инерции и осей жесткости, либо системы твердых тел вибростенд и изделие. Во-вторых, количество и места установки элементов упругого подвеса у вибростенда и изделия, если они есть, изменять нельзя. В-третьих, необходимо разделять вынужденные колебания возбуждаемые силами, направление которых может иметь систематические погрешности в ориентации по осям координат.

В отличие от известных результатов в работе, без ограничений на расположение системы координат, дается решение задачи о разделении вынужденных колебаний двумя способами: виброизоляцией координат путем регулирования расположения масс и жесткостей, т. е. регулированием матриц A и C; динамическим гашением колебаний по ненужным координатам путем регулирования сил, т. е. регулированием матрицы F. По условию заданными считаются количество и места расположения упругих элементов подвеса, а также силы (гармонические, полигармонические и произвольные периодические соответственно):

$$F_s = F_{os} \sin \omega t, \quad F_s = \sum_{l=1}^{M} F_{0sj} \sin (\omega_j t + \beta_j)$$

$$F_s = \sum_{m=1}^{N} F_{0sm} \sin (\omega_m t + \varphi_m)$$

Решение основной задачи для указанных способов разделения колебаний дается совокупностью решений частных задач, в которых условия разделения колебаний определяются для конкретного способа. Рассмотрим эти задачи с учетом того, что матрицы A и C — симметрические недиагональные.

2. *Задача 1.* На систему (1.1) действует сила F в направлении одной из координат q_s. Требуется регулированием параметров системы возбудить в ней колебания только в направлении этой силы необходимо и достаточно, чтобы для $\in s$ $(s = 1, \ldots, n)$: для гармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega^2 = 0 \tag{2.1}$$

для полигармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_l^2 = 0, \quad \omega_l \in \{\omega_j\} \tag{2.2}$$

для произвольных периодических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_r^2 = 0, \quad \omega_r \in \{\omega_m\} \tag{2.3}$$

для $k \neq s, k = 1, \ldots, n$; s и k в (2.1—2.3) можно менять местами.

Докажем это условие. Без нарушения общности положим $s = 1$. Значения амплитуд колебаний, как известно [3], определяются из системы алгебраических уравнений, соответствующих (1.1). Для случая гармонических сил это следующая система:

$$(\mathrm{C} - \omega^2 \mathrm{A})\, \mathrm{A} = \mathrm{F}_0 \tag{2.4}$$

$$\mathrm{A} = \|A_s\|, \mathrm{F}_0 = \|F_{os}\|, s = 1, \ldots, n$$

Для случаев полигармонических и произвольных периодических сил, используя принцип суперпозиции, составляются системы аналогичные (2.4) для каждой частоты из спектра частот возмущающей силы.

Необходимость для случая гармонических сил доказывается подстановкой $A_1 \neq 0$, $A_2 = \ldots = A_n = 0$ в (2.4). Решение системы (2.4) при этой подстановке соответствуют (2.1). Достаточность доказывается подстановкой (2.1) в систему

(2.4). Решение системы при этом следующее: $A_1 = F_{01}/(c_{11} - a_{11}\omega^2)$, $A_2 = \ldots = A_n = 0$. Утверждение доказано.

Аналогично проводится доказательство для полигармонических и произвольных периодических сил.

Полученные условия (2.1) позволяют при соответствующей регулировке и управлении параметрами системы такими, например, как жесткость элементов подвеса или распределение масс, при одночастотной вибровозбуждающей силе обеспечить разделение колебаний по направлениям координат $q_1, \ldots, q_n$. В системе (1.1) будут существовать колебания только в направлении этой силы. При многочастотной силе разделения колебаний по координатам не будет. Это значит, что колебания в системе (1.1) будут по всем координатам, но в спектре колебаний по этим координатам, кроме возмущаемой q_s, будет отсутствовать та частотная составляющая, на разделение которой настроена система. Условие 1 позволяет сформулировать и получить способ разделения колебаний для более общих случаев, например, когда сила **F** направлена под углом к координатам, а также когда имеется несколько независимых сил, действующих по соответствующим координатам. Обе задачи имеют одинаковое решение. Рассмотрим одну из них, когда действует несколько независимых сил.

Задача 1.1. На систему (1.1) действуют силы по нескольким координатам. Требуется регулирование параметров системы возбудить в ней независимые колебания по направлению каждой из действующих сил.

Решение задачи дается следующим условием.

Условие 2. Если на систему (1.1) действуют силы $F_s, \ldots, F_p$ по нескольким координатам $q_s, \ldots, q_p$, то для возбуждения колебаний по направлению каждой из действующих сил в отдельности необходимо и достаточно, чтобы для $\forall s, \ldots, p$ $(s, \ldots, p = 1, \ldots, n)$:
для гармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega^2 = 0, \ldots, \; c_{pk} - a_{pk}\omega^2 = 0 \tag{2.5}$$

для полигармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_l^2 = 0, \ldots, \; c_{pk} - a_{pk}\omega_l^2 = 0, \;\; \omega_l \in \{\omega_j\} \tag{2.6}$$

для произвольных периодических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_r^2 = 0, \ldots, \; c_{pk} - a_{pk}\omega_r^2 = 0, \;\; \omega_r \in \{\omega_m\} \tag{2.7}$$

для $k \neq s, \ldots, p$; $k = 1, \ldots, n$; $s, \ldots, p$ и k в (2.5)—(2.7) можно менять местами.

В этой задаче, также как и в задаче 1, разделение колебаний будет только при одночастотных возмущающих силах, что соответствует случаю гармонических сил. Если в прямоугольной (декартовой) системе координат рассматривать колебания твердого тела, у которого вдоль осей действуют гармонические силы, то формы колебаний точек твердого тела — эллипсы, т. е. траектории плоские и их плоскости ориентированы по-разному. Если силы имеют различные частоты, то разделения колебаний не будет.

Условие 2 справедливо и тогда, когда сила направлена под углом к координатам. В этом случае у сил сдвиги фаз равны и в частности равны нулю. Траектории точек тела — прямые линии, не совпадающие с направлением силы. Совпадение направлений силы и колебаний тела только при $c_{ss} - a_{ss}\omega^2 = \ldots = c_{pp} - a_{pp}\omega^2$.

Условие 2 можно распространить на всю систему (1.1). Для гармонических сил (2.5) разделение по всем n координатам выполняется при следующей настройке параметров:

$$c_{sk} - a_{sk}\omega^2 = 0 \tag{2.8}$$

для $k \neq s$; $s, k = 1, \ldots, n$; s и k в (2.8) можно менять местами.

Полученные условия 1 и 2 являются критериями разделения вынужденных колебаний по пространственным координатам путем регулирования параметров самой системы. Эти условия включают в себя и ранее известные результаты, в том числе и когда $A = \mathrm{diag}\,(a_{11}, \ldots, a_{nn})$, $C = \mathrm{diag}\,(c_{11}, \ldots, c_{nn})$. В этом случае разделение колебаний достигается по всем координатам и на всех частотах.

3. *Задача 2.* На систему (1.1) действует сила в направлении одной из координат. Требуется приложением и регулированием сил по остальным координатам системы возбудить в ней колебания только в направлении этой силы (координаты).

Решение задачи дается следующими условиями.

Условие 3. Если на систему (1.1) действует сила F_s в направлении одной из координат q_s, то для возбуждения колебаний только в направлении этой силы необходимо и достаточно, чтобы для $\forall s$ $(s = 1, \ldots, n)$:
для гармонических сил

$$F_{0k} = F_{0s} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega^2)\,]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega^2)\,]} \tag{3.1}$$

для полигармонических сил

$$F_{0kj} = F_{0sj} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega_j^2)\,]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega_j^2)\,]} \tag{3.2}$$

для произвольных периодических сил

$$F_{0km} = F_{0sm} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega_m^2)\,]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega_m^2)\,]} \tag{3.3}$$

для $k \neq s$, $k = 1, \ldots, n$.

Докажем это условие. Положим $s = 1$. Необходимость для случая гармонических сил доказывается подстановкой $A_1 \neq 0$, $A_2 = A_3 = \ldots = A_n = 0$ в систему (2.4). Решения системы (2.4) при этой подстановке соответствуют условиям (3.1). Достаточность доказывается подстановкой (3.1) в систему (2.4). Решение системы в этом случае следующее: $A_1 = F_{01}/\,(c_{11} - a_{11}\omega^2)$, $A_2 = \ldots = A_n = 0$. Утверждение доказано. Аналогично доказываются остальные случаи.

Решение задачи 2 позволяет сформулировать и получить условия разделения колебаний в более общих случаях, аналогичных рассмотренным в задаче 1.1, например, когда сила направлена под углом к координатам или когда имеется несколько сил с различными сдвигами фаз, действующие по соответствующим координатам.

Задача 2.1. На систему (1.1) действуют силы по нескольким координатам. Требуется приложением и регулированием сил по остальным координатам системы возбудить в ней независимые колебания по направлению каждой из действующих сил.

Решение задачи дается следующими условиями. Рассмотренные случаи приложения возмущающих сил соответствуют приведенным в задаче 1.1.

Условие 4. Если на систему (1.1) действуют силы $F_s, \ldots, F_p$ по нескольким координатам $q_s, \ldots, q_p$, то для возбуждения независимых колебаний по направлению каждой из действующих сил в отдельности необходимо и достаточно, чтобы для $\forall s, \ldots, p$ $(s, \ldots, p = 1, \ldots, n)$:
для гармонических сил

$$F_{0k} = \begin{vmatrix} F_{0s} \ldots (c_{sp} - a_{sp}\omega^2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_{0p} \ldots (c_{pp} - a_{pp}\omega^2) \end{vmatrix} \cdot [(c_{ks} - a_{ks}\omega^2)/\Delta\,] + \ldots$$

$$\ldots + \begin{vmatrix} (c_{ss} - a_{ss}\omega^2) \ldots F_{0s} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (c_{ps} - a_{ps}\omega^2) \ldots F_{0p} \end{vmatrix} \cdot [(c_{kp} - a_{kp}\omega^2)/\Delta\ ] \tag{3.4}$$

для полигармонических сил

$$F_{0kj} = \begin{vmatrix} F_{0sj} \ldots (c_{sp} - a_{sp}\omega_j^2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_{0pj} \ldots (c_{pp} - a_{pp}\omega_j^2) \end{vmatrix} \cdot [(c_{ks} - a_{ks}\omega_j^2)/\Delta_j\ ] + \ldots$$

$$\ldots + \begin{vmatrix} (c_{ss} - a_{ss}\omega_j^2) \ldots F_{0sj} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (c_{ps} - a_{ps}\omega_j^2) \ldots F_{0pj} \end{vmatrix} \cdot [(c_{kp} - a_{kp}\omega_j^2)/\Delta_j\ ] \tag{3.5}$$

для произвольных периодических сил

$$F_{0km} = \begin{vmatrix} F_{0sm} \ldots (c_{sp} - a_{sp}\omega_m^2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_{0pj} \ldots (c_{pp} - a_{pp}\omega_m^2) \end{vmatrix} \cdot [(c_{ks} - a_{ks}\omega_m^2)/\Delta_m] + \ldots$$

$$\ldots + \begin{vmatrix} (c_{ss} - a_{ss}\omega_m^2) \ldots F_{0sm} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (c_{ps} - a_{ps}\omega_m^2) \ldots F_{0pm} \end{vmatrix} \cdot [(c_{kp} - a_{kp}\omega_m^2)/\Delta_m] \tag{3.6}$$

для $k \neq s, \ldots, p$; $k = 1, \ldots, n$; Δ_j и Δ_m — значения определителя Δ при $\omega = \omega_j$ и $\omega = \omega_m$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (c_{ss} - a_{ss}\omega^2) \ldots (c_{sp} - a_{sp}\omega^2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (c_{ps} - a_{ps}\omega^2) \ldots (c_{pp} - a_{pp}\omega^2) \end{vmatrix}$$

Условие 4 доказывает аналогично тому, как это было проведено для условия 3. Условие 4 удовлетворяет также случаю, когда сдвиги фаз равны нулю, т. е. когда действует одна сила, направленная под углом к координатам.

Условия 3 и 4 являются критериями разделения вынужденных колебаний путем приложения и регулирования сил. В отличие от условий 1 и 2 условия 3 и 4 обеспечивают разделение колебаний в системе (1.1) как при одночастотных, так и при многочастотных возмущающих силах. В этом случае формы траекторий гораздо богаче, чем при параметрическом разделении колебаний.

Следует отметить, что при стремлении ω, ω_j, $\omega_m \to \infty$ выражения (3.1)—(3.6) стремятся к постоянным значениям. Это значит, что, исходя из погрешности воспроизведения колебаний [1], [2], можно определить значение частот ω, ω_j, ω_m, начиная с которых на вибростенде можно не перестраивать силы, а сохранять их постоянными. Например, вместо регулирования по (3.1) установить значения $F_{0k} = F_{0s} \cdot (a_{ks}/a_{ss})$.

4. *Задача 3.* На систему (1.1) действуют силы по всем координатам. Требуется регулированием параметров системы возбудить в ней колебания только по одной координате.

Решение задачи дается следующим условием.

Условие 5. Для возбуждения в системе (1.1) колебаний только по одной q_s координате из всех n возмущаемых координат необходимо и достаточно, чтобы для $\forall s$ $(s = 1, \ldots, n)$:

для гармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega^2 = F_{0k}\,(c_{ss} - a_{ss}\omega^2)/F_{0s} \tag{4.1}$$

для полигармонических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_l^2 = F_{0kj}(c_{ss} - a_{ss}\omega_l^2)/F_{0sj}, \quad \omega_l \in \{\omega_j\} \tag{4.2}$$

для произвольных периодических сил

$$c_{sk} - a_{sk}\omega_r^2 = F_{0km}(c_{ss} - a_{ss}\omega_r^2)/F_{0sm}, \quad \omega_r \in \{\omega_m\} \tag{4.3}$$

для $k \neq s$, $k = 1, \ldots, n$; s и k в (4.1)—(4.3) можно менять местами.

Доказательство условия 5 проводится, опираясь на условия 1 и 3.

Условие 5 является критерием разделения вынужденных колебаний по q_s координате и остальным (n—1) координатам путем регулирования параметров системы (1.1) по этим (n—1) координатам в зависимости от действующих сил. Для рассматриваемой задачи выполнение (4.1) обеспечивает в системе (1.1) полное разделение колебаний. Условия (4.2) и (4.3) обеспечивает разделение колебаний только на какой-то одной выбранной частоте ω_l или ω_r. Здесь имеется похожее на условие 1 положение с точностью разделения колебаний.

При стремлении $\omega, \omega_j, \omega_m \to \infty$ выражения (4.1)—(4.3) стремятся к постоянным значениям. Например, (4.1) стремится к значению

$$a_{ks} = F_{0k}a_{ss}/F_{0s} \tag{4.4}$$

Это значит, что при настройке параметров согласно (4.4), начиная с некоторых частот разделение колебаний для q_s-й координаты в системе (1.1) будет сохраняться для всех более высоких частот. Это же будет справедливо, если возмущающие силы имеют в частотном спектре гармоники с высокими частотами. В этом случае также может быть получено разделение колебаний.

Подобно тому, как решалась задача 3, может быть решена задача о разделении колебаний по нескольким координатам.

5. *Задача 4.* На систему (1.1) действуют силы по всем координатам. Требуется регулированием сил системы возбудить в ней колебания только по одной координате.

Решение задачи дается следующим условием.

Условие 6. Для возбуждения в системе (1.1) колебаний только по одной q_s координате из всех n возмущаемых координат необходимо и достаточно, чтобы для $\forall s$ $(s = 1, \ldots, n)$:

для гармонических сил

$$\Delta F_{0k} = F_{0s} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega^2)]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega^2)]} - F_{0k} \tag{5.1}$$

для полигармонических сил

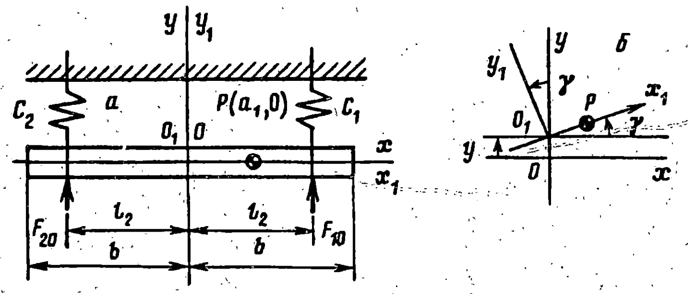
$$\Delta F_{0kj} = F_{0sj} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega_j^2)]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega_j^2)]} - F_{0kj} \tag{5.2}$$

для произвольных периодических сил

$$\Delta F_{0km} = F_{0sm} \cdot \frac{[a_{ks} - (c_{ks}/\omega_m^2)]}{[a_{ss} - (c_{ss}/\omega_m^2)]} - F_{0km} \tag{5.3}$$

для $k \neq s$, $k = 1, \ldots, n$; s и k в (5.1)—(5.3) можно менять местами.

Доказательство условия 6 проводится, опираясь на условие 3. Условие 6 является критерием разделения вынужденных колебаний по s-й координате и остальным (n—1)-координатам путем регулирования дополнительных сил по этим (n—1)-координатам. Условие 6 (5.1)—(5.3) обеспечивает в системе (1.1) разделение колебаний на всех частотах как при одночастотных, так и при многочастотных возмущающих силах.



Фиг. 1

При стремлении ω, ω_j, $\omega_m \to \infty$ выражения (5.1)—(5.3) стремятся к постоянным значениям

для гармонических сил

$$\Delta F_{0k} = F_{0s} \cdot (a_{ks}/a_{ss}) - F_{0k} \tag{5.4}$$

для полигармонических сил

$$\Delta F_{0kj} = F_{0sj} \cdot (a_{ks}/a_{ss}) - F_{0kj} \tag{5.5}$$

для произвольных периодических сил

$$\Delta F_{0km} = F_{0sm} \cdot (a_{ks}/a_{ss}) - F_{0km} \tag{5.6}$$

для $k \neq s$, $k = 1, \ldots, n$. Таким образом, начиная с некоторого достаточно большого значения частоты, разделение колебаний будет существовать при настройке дополнительных сил в соответствии с (5.4)—(5.6) для всех более высоких частот. Необходимость в постоянной подстройке отпадает.

Опираясь на условия 4 и 6 решается задача о возбуждении колебаний только по группе выбранных координат путем регулирования дополнительных сил по остальным возмущающим координатам.

6. В качестве примера рассмотрим задачу о вибровозбуждении на испытуемом изделии колебаний с помощью вибростенда, содержащего два электродинамических вибратора. Схема вибростенда приведена на фиг. 1, *а*. Изделие устанавливается и закрепляется на столе таким образом, что образует единое твердое тело стол + изделие, с координатами центра масс P (a_1, 0). Подвес вибростенда допускает вертикальное и угловое вокруг точки O_1 движения (фиг. 1, *б*)).

Уравнения колебаний в координатах y, γ следующие:

$$M\ddot{y} + (c_1 + c_2)\, y + Ma_1\ddot{\gamma} + (c_1 + c_2)\, l_2\gamma = F_y$$

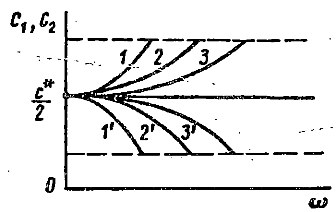
$$Ma_1\ddot{y} + (c_1 - c_2)\, l_2 y + I_{O_1}\ddot{\gamma} + (c_1 + c_2)\, l_2\gamma = F_\gamma$$

Для проведения испытания изделия на вертикальные колебания находим условия возбуждения только вертикальных колебаний в полученной системе уравнений, используя рассмотренный в работе принцип разделения колебаний.

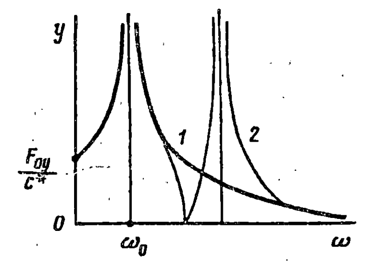
Разделение колебаний по y и γ при возмущающей силе $F_y = F_{0y} \sin \omega t = (F_{01} + F_{02}) \sin \omega t$, $F_\gamma = 0$ путем регулирования параметров в соответствии с (2.1) обеспечивается, например, регулированием жесткостей пружин c_1 и c_2 следующим образом:

$$c_1 = 0{,}5\,(c^* + \omega^2 Ma_1/l_2),\quad c_2 = 0{,}5\,(c^* - \omega^2 Ma_1/l_2)$$

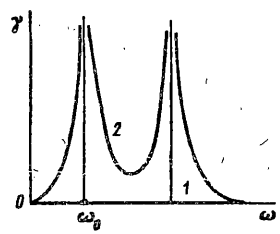
Суммарная жесткость $c^* = c_1 + c_2$ считается постоянной, $F_{01} = F_{02}$. Характер



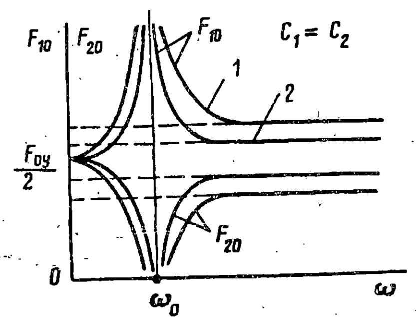
Фиг. 2.



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

зависимостей $c_1(\omega)$ и $c_2(\omega)$ при постоянных значениях a_1, M, c^*, l_2 приведен на фиг. 2. При выполнении условий на регулирование жесткостей в системе существуют только вертикальные колебания $\gamma = 0$, $y = [F_{0y}/(c^* - M\omega^2)] \sin \omega t$. Амплитудночастотные характеристики (АЧХ) приведены на фиг. 3 и фиг. 4. На фиг. 3 приводится АЧХ по возмущаемой координате y, на фиг. 4 — по невозмущаемой. Цифрой 1 обозначены АЧХ для случая, когда имеется разделение колебаний по координатам, а 2 — когда разделения колебаний нет.

Рассмотрим теперь возможность разделения колебаний по y и γ при возмущающей силе $F_y = (F_{01} + F_{02}) \sin \omega t$ путем регулирования силы F_γ.

Обобщенные силы в этом случае $F_y = (F_{01} + F_{02}) \sin \omega t$, $F_\gamma = (F_{01} - F_{02}) l_2 \sin \omega t$. Условие на регулирование силы F_γ или сил вибровозбудителей F_{01}, F_{02}, которые определяются в соответствии с (3.1) следующие:

$$F_{01} = \frac{F_{0y}}{2}\left[1 + \frac{(Ma_1/l_2) - (\Delta c/\omega^2)}{M - (c^*/\omega^2)}\right]$$

$$F_{02} = \frac{F_{0y}}{2}\left[1 - \frac{(Ma_1/l_2) - (\Delta c/\omega^2)}{M - (c^*/\omega^2)}\right]$$

где $F_{0y} = F_{01} + F_{02}$, $\Delta c = c_1 - c_2$, $c^* = c_1 + c_2$. При $\omega \to \infty$ F_{01} и F_{02} стремятся к постоянным значениям. $F_{01} = 0{,}5F_{0y}(1 + a_1/l_2)$, $F_{02} = 0{,}5F_{0y}(1 - a_1/l_2)$. Характер зависимостей $F_{01}(\omega)$, $F_{02}(\omega)$ при постоянных значениях M, c^*, l_2, Δc приведен на фиг. 5. Зависимости соответствуют различным значениям a_1. Кривая *1* — $a_1(1)$, кривая *2* — $a_1(2)$ и $a_1(1) > a_1(2)$. Колебания в системе и вид АЧХ такие же, как и в предыдущем случае разделения колебаний регулированием параметрами. Это кривая *1* на фиг. 3 и фиг. 4.

Если рассматривать предыдущую задачу при условии, что возмущаются обе координаты силами F_y, F_γ, то с учетом (4.1) условия возбуждения колебаний только по координате y будут следующие:

$$c_1 = 0{,}5\left\{ c^* + (M/l_2)\cdot\left[a_1\omega^2 + \frac{F_{0\gamma}}{F_{0y}}(\omega_0^2 - \omega^2)\right]\right\}$$

$$c_2 = 0{,}5\left\{ c^* - (M/l_2)\cdot\left[a_1\omega^2 + \frac{F_{0\gamma}}{F_{0y}}(\omega_0^2 - \omega^2)\right]\right\}$$

где $\omega_0^2 = c^*/M$. При $\omega = \omega_0$ эти зависимости совпадают с зависимостями для регулирования параметров в первом из рассматриваемых случаев. Влияние силы F_γ на регулировку жесткостей в этом случае не сказывается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Божко А. Е., Гноевой А. В., Шпачук В. П.* Пространственное вибровозбуждение. Киев.: Наук. думка, 1987. 191 с.
2. *Гноевой А. В.* О соотношении погрешностей в системе вибрационных испытаний. Метрология. 1974. № 9. С. 18—23.
3. *Бабаков И. М.* Теория колебаний. М.: Наука, 1965. 559 с.
4. *Базилевич Ю. Н.* Численные методы декомпозиции в линейных задачах механики. Киев.: Наук. думка, 1987. 154 с.
5. *Папкович П. Ф.* Труды по вибрации корабля. Л.: Судпромгиз, 1960. 783 с.
6. *Найденко О. К., Петров П. П.* Амортизация судовых двигателей и механизмов. Л.: Судпромгиз, 1962. 288 с.
7. *Коловский М. З.* Нелинейная теория виброзащитных систем. М.: Наука, 1966. 317 с.

Москва

Поступила в редакцию
22.I.1991