

УДК 531.38

© 1992 г. И. В. БАТОВ, Б. П. БОДУНОВ, М. Н. ДАНЧЕВСКАЯ,
В. М. ЛОПАТИН, Б. С. ЛУНИН, В. В. ФИЛАТОВ,
М. Ю. ШАТАЛОВ, В. Е. ЮРИН

ПРЕЦЕССИЯ УПРУГИХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ТЕЛЕ

Приведены результаты экспериментальных исследований прецессии упругих волн во вращающейся оболочке. Определена зависимость скорости прецессии волны от ее углового положения. Построена модель ухода, учитывающая эту зависимость. Измерен коэффициент пропорциональности между углами поворота волны относительно прибора и прибора относительно инерциального пространства. Определено влияние угловой скорости Земли на прецессию волны.

1. История вопроса. Эффект прецессии упругих волн был впервые обнаружен английским естествоиспытателем Дж. Брайаном в 1890 г. [1]. Он установил, что при вращении осесимметричной упругой оболочки, в которой возбуждена стоячая волна, из-за действия кориолисовых сил происходит расщепление частот изгибных собственных колебаний, что приводит к вращению осей волны относительно оболочки (прецессии волны). Скорость прецессии ω пропорциональна скорости вращения самой оболочки относительно неподвижной системы координат Ω :

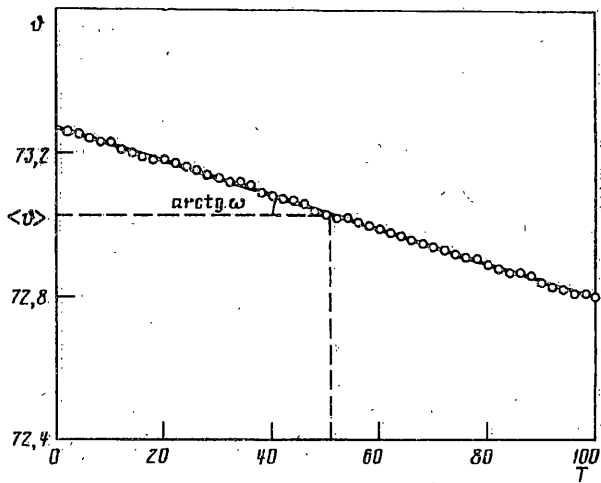
$$\omega = -\kappa\Omega, \kappa = \text{const.} \quad (1)$$

В середине 80-х годов было показано [2, 3], что этот эффект имеет более общий характер, а именно, что зависимость (1) справедлива не только для случая постоянной угловой скорости, но и для произвольной зависимости угловой скорости от времени. Таким же образом связаны углы поворота волны относительно резонатора и резонатора относительно неподвижной системы координат: $\varphi = -\kappa\Phi$.

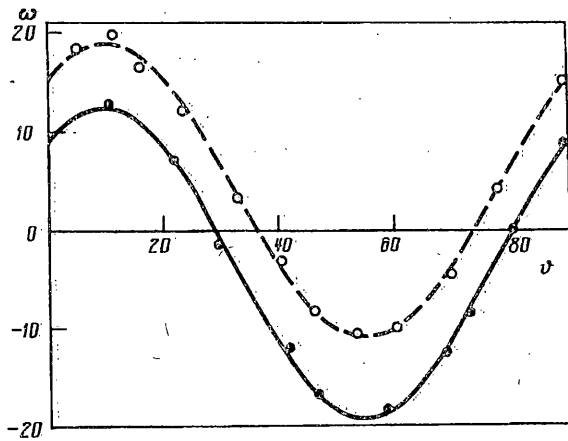
Этот эффект, называемый также эффектом инертности упругих волн, был экспериментально обнаружен еще в 70-е годы [4, 5]. Например, в [5] описан эксперимент, в котором при повороте резонатора на 90° наблюдался поворот волны приблизительно на 63° относительно неподвижной системы координат, т. е. на -27° относительно резонатора. Однако эти результаты рассматривались как проявление эффекта Брайана для угловой скорости, близкой к постоянной.

2. Постановка эксперимента. В данной работе использовался кварцевый резонатор в форме полусферы диаметром 60 мм. Собственная частота колебаний резонатора составляла 2,7 кГц. Резонатор помещался в корпус, внутри которого поддерживалось давление 10^{-5} мм рт. ст. На поверхности резонатора и на корпусе были напылены электроды для емкостного измерения колебаний резонатора и управления ими. Определение амплитуды колебаний, углового положения осей волновой картины ϑ , поддержание заданной амплитуды и поддержание колебаний в виде стоячей волны производилось с помощью специализированного электронного блока. Весь цикл измерений колебаний и коррекции управляющих напряжений повторялся с частотой 40 Гц. Угол поворота волны ϑ выводился в цифровом виде с точностью $0,01^\circ$.

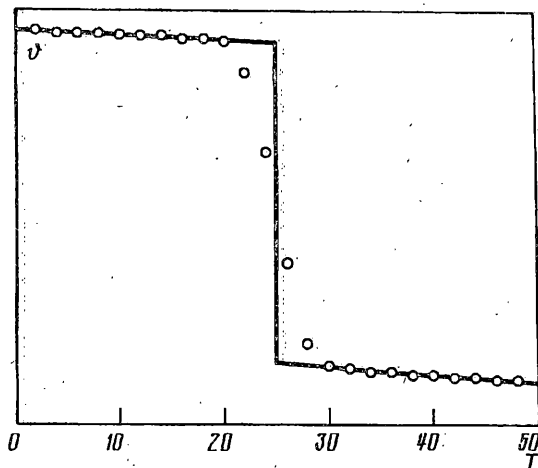
3. Определение скорости прецессии волны при заданном положении ее главных осей. Измерение положения волны ϑ производилось в течение 100 с при неподвижном резонаторе. Через каждые 2 с вычислялось среднее значение на последнем двухсекундном интервале, которое использовалось для дальнейшей



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

a	b	c	B	β	σ
-3,436	12,286	10,034	15,063	-12,691	0,65
3,884	11,482	9,510	14,909	-12,592	0,64

статистической обработки. По этим 50 точкам методом наименьших квадратов строилась линейная аппроксимация зависимости $\vartheta(t)$. На фиг. 1 представлены типичная экспериментальная кривая и ее аппроксимация. Время t измеряется в секундах, угол ϑ — в градусах.

В качестве значения угла ϑ в данном запуске и соответствующего ему значения скорости прецессии волны ω принимались соответственно среднее значение ϑ и тангенс угла наклона прямой $\vartheta(t)$. Такие измерения были проведены для различных значений ϑ в диапазоне $0 - 90^\circ$. Максимальные величины скорости прецессии, вычисленные таким образом, составляли около $20^\circ/\text{час}$.

4. Определение основных составляющих прецессии волны. Согласно имеющимся теоретическим представлениям, наибольшее влияние на прецессию волны оказывают угловая скорость резонатора и четвертая гармоника неоднородности его диссипативных свойств по разным направлениям. Скорость прецессии определяется в первом приближении формулой

$$\omega \equiv d\vartheta/dt = -\kappa\Omega + (\delta/4) \sin 4(\vartheta - \psi)$$

где δ — разность между максимальным и минимальным значениями коэффициента затухания, а ψ — направление на ось максимальной диссипации.

Экспериментально полученная зависимость $\omega(\vartheta)$ также имела вид, близкий к синусоидальному. Два примера такой зависимости приведены на фиг. 2, где по оси абсцисс откладывается угол ϑ в градусах, а по оси ординат — скорость прецессии ω в градусах в час. Для аппроксимации этой зависимости использовалась модель прецессии в виде

$$\omega = a + b \cos 4\vartheta + c \sin 4\vartheta = a + B \sin 4(\vartheta - \beta) \quad (2)$$

Коэффициенты a , b , c , B , β вычислялись методом наименьших квадратов. Кроме них, вычислялось также среднеквадратичное отклонение экспериментальных точек от аппроксимирующей зависимости σ . Результаты этой обработки приведены в таблице. Как можно видеть, σ составляет около $1/30$ от максимальной величины угловой скорости волны, т. е. математическая обработка результатов измерений с использованием модели ухода (2) позволяет повысить точность определения угла поворота резонатора более чем на порядок.

5. Измерение коэффициента пропорциональности. Для определения величины κ , называемой также масштабным коэффициентом, производился следующий эксперимент. Резонатор, в котором поддерживалась стоячая волна, поворачивался на угол $\Phi = 102,86^\circ$ ($2/7$ от полного оборота; такой угол был выбран, исходя из конструктивных особенностей установки). Время поворота не превышало 14 с. Характер изменения положения волны ϑ в ходе эксперимента показан на фиг. 3, где по оси абсцисс откладывается время в секундах, а по оси ординат — угол ϑ (масштаб не соблюден, график носит качественный характер).

По экспериментально полученным точкам за последние 20 с перед поворотом и за первые 20 с после поворота строились линейные аппроксимации. Скачок между ними, вычисленный в средней точке переходного процесса, принимался в качестве угла поворота волны φ . Такая статистическая обработка позволяет скомпенсировать уход волны за время поворота, не связанный с вращением. Угол φ в этом случае представляет собой ту составляющую поворота волны, которая вызвана только поворотом основания.

Среднее значение угла поворота волны φ , вычисленное по результатам 27

измерений, оказалось равно $28,86^\circ$ с дисперсией $\sigma = 0,21^\circ$. Отсюда следует, что коэффициент пропорциональности κ равен $\kappa = \varphi/\Phi = 0,281 \pm 0,002$.

Средние значения φ , вычисленные отдельно для экспериментов с вращением по и против часовой стрелки, составили $\varphi_+ = 28,79 \pm 0,19^\circ$ и $\varphi_- = 28,92 \pm 0,20^\circ$. Соответствующие значения масштабного коэффициента равны $\kappa_+ = 0,280 \pm 0,002$ и $\kappa_- = 0,281 \pm 0,002$, т. е. результаты совпадают с точностью до погрешностей эксперимента.

Полученное значение масштабного коэффициента близко к экспериментальным результатам, приведенным в [5] (около 30%), в [4] ($\kappa = 28\%$), и к теоретическим оценкам, полученным в [3] ($\kappa = 0,312$) и в [6] ($\kappa = 0,277$).

6. Определение влияния угловой скорости Земли. Зависимость скорости прецессии волны ω от угла ϑ была измерена дважды. В первом случае прибор был установлен в обычном положении, во втором — перевернут. Результаты измерений приведены на фиг. 2. Экспериментальные данные для одного положения прибора показаны точками, для другого — кружками. Синусоидальные аппроксимации этой зависимости показаны соответственно сплошной и пунктирной линиями.

Как видно из таблицы, из всех коэффициентов, которые входят в модель ухода (2), от ориентации прибора существенно зависит лишь постоянная составляющая a . Остальные коэффициенты совпадают с точностью 5—7%. Эту величину можно считать точностью данного эксперимента и данной модели ухода, поскольку в идеальном случае они должны были бы совпадать.

Что касается постоянной составляющей прецессии волны, то она включает в себя прецессию, вызванную наличием угловой скорости Земли, которая в одном случае учитывается со знаком плюс, а в другом — минус. Разница между постоянными составляющими составляет удвоенную величину этой прецессии $a_2 - a_1 = 2\kappa\Omega$, откуда следует, что вертикальная составляющая угловой скорости Земли Ω равна $13,02^\circ/\text{час}$. Истинное ее значение для данной местности составляет $12,45^\circ/\text{час}$. Ошибка в 4,5% обусловлена ошибками в вычислении коэффициентов модели ухода, неполнотой самой модели и неточной выставкой оси резонатора вдоль местной вертикали.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bryan G. H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell.//Proc. Cambr. Phil. Soc. Math. Phys. Sci. 1890. V. 7. P. 101—111.
2. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. О динамических эффектах в упругом вращающемся кольце//Изв. АН СССР. МТТ. 1983. No. 5. С. 17—23.
3. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 125 с.
4. Loper J. E., Lynch D. D. Sonic vibrating bell gyro. U. S. patent No. 4157041. 1979.
5. Scott W. B. Delco makes low-cost gyro prototype//Aviat. Week. 1982. V. 117. No. 25. P. 64—72.
6. Егармин Н. Е. О прецессии стоячих волн колебаний вращающейся осесимметричной оболочки//Изв. АН СССР. МТТ. 1986. No. 1. С. 142—148.

Москва

Поступила в редакцию
23.X.1990