

© 1992 г. С. Е. АЛЕКСАНДРОВ, Б. А. ДРУЯНОВ

ОБ УСЛОВИЯХ ТРЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ

В теории пластичности и обработки металлов давлением несжимаемых материалов обычно используются законы трения Прандтля и Кулона [1—3]. Для уплотняемых материалов обычно применяется закон трения Кулона [4—6]. Однако, для несжимаемых материалов закон Прандтля обоснован только для условия плоской деформации [1—3], а для других видов деформации такого обоснования нет, хотя многие авторы указывают на зависимость максимального касательного напряжения, допускаемого условием текучести Мизеса, от вида напряженного состояния, например, [7, 8]. Вопрос о постановке крайних условий в этих работах не рассматривался.

Иногда в качестве условия трения при обработке уплотняемых материалов принимают удельные силы трения пропорциональными пределу текучести при чистом сдвиге [9]. По-видимому, при таком условии решение задачи существует не всегда, так как это условие требует, чтобы на границе выполнялось специальное напряженное состояние.

В публикуемой работе рассматриваются крайние условия на шероховатых поверхностях при различных условиях текучести. Показано, что при осесимметричном течении материалов, подчиняющихся условию текучести Мизеса, контактные касательные напряжения не могут достигать предела текучести при чистом сдвиге, если скорости деформации ограничены. Для условий текучести, зависящих от среднего давления, установлено, что контактные касательные напряжения не достигают предела текучести при чистом сдвиге практически ни при каком виде деформации.

Предложено условие трения, обобщающее закон Прандтля и пригодное для использования при течении как компактных, так и уплотняемых материалов. Приведен пример, показывающий, что решение задачи при предлагаемом условии трения существует.

1. О законах трениях пластических тел. Принято считать, что касательные напряжения (удельные силы трения) на поверхности контакта пластического тела и некоторого другого твердого тела при их относительном скольжении подчиняются закону Кулона: $\tau_n = f |\sigma_n|$, где τ_n и σ_n — касательное и нормальное напряжения, действующие на контактной площадке с нормалью n . Величина f — коэффициент трения Кулона — во многих случаях принимается постоянной, хотя она зависит от параметров состояния тела и температуры. При увеличении $|\sigma_n|$ величина τ_n возрастает. Но значения касательных напряжений в пластических телах ограничены условием текучести. Пусть τ_m — максимальное касательное напряжение, допускаемое условием текучести при данном напряженном состоянии в рассматриваемой точке тела.

Закон трения пластического тела запишем в виде

$$\tau_n \leq \min \{f |\sigma_n|, \tau_m\} \quad (1.1)$$

Равенство имеет место при относительном скольжении, неравенство — при относительном покое трущихся тел.

Нормальные давления в области пластической деформации велики и обычно $f |\sigma_n| > \tau_m$. В этом случае для пластических тел закон трения можно записать в виде

$$\tau_n \leq \tau_m \quad (1.2)$$

где знак равенства выполняется при относительном скольжении.

Таким образом, согласно предлагаемому закону, та часть поверхности трения, где имеет место относительное скольжение, является огibaющей площадок максимального касательного напряжения (будем называть эту часть поверхности трения поверхностью скольжения).

При условии текучести Треска величина τ_m равна пределу текучести при чистом сдвиге τ_s и является константой материала. Однако при других условиях текучести она зависит от напряженного состояния в рассматриваемой точке тела. Так, при условии текучести Мизеса $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6\tau_s^2$ величина τ_m является функцией параметра вида напряженного состояния, равного $\mu = 2(\sigma - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ (предполагается, что $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$).

Действительно, так как $\tau_m = 0,5(\sigma_1 - \sigma_3)$, то

$$\tau_m = \frac{3^{1/2}}{(3 + \mu^2)^{1/2}} \tau_s \quad (1.3)$$

Поскольку при плоском течении $\mu = 0$, то в этом случае из (1.3) следует $\tau_m = \tau_s$, как при условии Треска.

Обратно, если $\mu = 0$, то $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$. Следовательно, в этом случае согласно теории Мизеса имеет место плоское течение ($\varepsilon_2 = 0$). Если принять, что $\tau_m = \tau_s$, то получим известный закон трения Прандтля, широко применяемый в теории обработки давлением [10]. Так как $\tau_m = \tau_s$ при $\mu = 0$, то из закона Прандтля следует, что в точках поверхности скольжения имеет место локальная плоская деформация, одно из главных направлений тензора скоростей деформаций касается этой поверхности и нормальная скорость деформации в этом направлении равна нулю. Это условие, однако, не выполняется при течении общего вида. Например, оно не выполняется при осесимметричном течении, если это течение не является плоским. На это обстоятельство указывалось в [11—13].

Отметим, что из предлагаемого закона трения следует, что при осесимметричном течении окружное нормальное напряжение в точках поверхности трения является промежуточным. При плоском течении условие (1.2) совпадает с условием Прандтля. Поэтому предлагаемый закон трения можно рассматривать как обобщение закона Прандтля на случай пространственных течений.

Если условие текучести зависит о среднего нормального напряжения $\sigma = 1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$, то величина τ_m зависит и от σ . Рассмотрим, например, условие текучести Грина [4]:

$$6\tau_s^2 \sigma^2 / p_s^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6\tau_s^2$$

где p_s — предел текучести при гидростатическом давлении. В этом случае

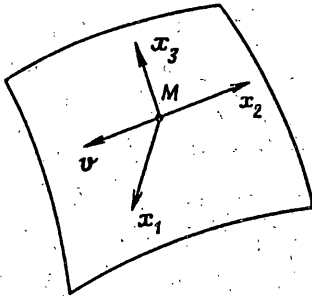
$$\tau_m = \left(\frac{3}{3 + \mu^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\sigma^2}{p_s^2} \right)^{1/2} \tau_s$$

Известно, что максимальное касательное напряжение может быть выражено через компоненты тензора напряжений в произвольной декартовой системе координат. Однако это выражение слишком сложно и, по-видимому, не имеет практического значения. Однако и выражение σ_n через компоненты тензора напряжений также достаточно сложно и в общем случае не употребляется. В этом смысле закон трения (1.1) вполне сопоставим с законом трения Кулона.

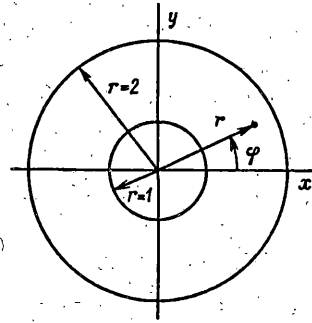
Приведенный выше анализ опирался на ассоциированный закон течения, уравнения которого при условии текучести Мизеса имеют вид

$$\varepsilon_i = \lambda (2\sigma_i - \sigma_j - \sigma_k) \quad (i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j \neq k) \quad (1.4)$$

где ε_i — главные скорости деформации, σ_i — главные напряжения. Отсюда следует, что $\varepsilon_2 = 0$ при $\mu = 0$ только если λ ограничено. В противном случае ε_2 не определена



Фиг. 1



Фиг. 2

при $\mu = 0$. В теории плоской деформации при условии Мизеса известны случаи, когда $\lambda \rightarrow \infty$. Например, в задаче бесконечной полосы $\lambda \rightarrow \infty$ при приближении к границе [1, 7].

Исследуем этот случай. Введем в точке M контактной поверхности систему координат x_1, x_2, x_3 (фиг. 1). Ось x_2 направлена против направления относительной скорости v , ось x_3 — по направлению внешней нормали к поверхности, ось x_1 — ортогональна к осям x_2 и x_3 и система координат x_1, x_2, x_3 является правой. Положим, что система координат движется таким образом, что в данный момент в точке M проекции скорости на ее оси равны нулю. Из уравнений ассоциированного закона течения следует

$$\varepsilon_{ij}/\varepsilon_{23} = s_{ij}/\tau_{23}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} \quad (1.5)$$

При условии трения Прандтля в точке M имеем $|\tau_{23}| = \tau_s$, остальные компоненты девiatorа напряжений равны нулю. Так как по предположению $\lambda \rightarrow \infty$, а величина τ_{23} ограничена, то $|\varepsilon_{23}| \rightarrow \infty$.

Разложим искомые функции в окрестности точки M в ряд по степеням x_3 :

$$v_1 = x_3^\beta \sum_{i=0}^{\infty} v_1^{(i)} x_3^i + \sum_{i=1}^{\infty} u_1^{(i)} x_3^i, \quad v_2 = x_3^\alpha \sum_{i=0}^{\infty} v_2^{(i)} x_3^i + \sum_{i=1}^{\infty} u_2^{(i)} x_3^i \quad (1.6)$$

$$v_3 = x_3^\gamma \sum_{i=0}^{\infty} v_3^{(i)} x_3^i + \sum_{i=1}^{\infty} u_3^{(i)} x_3^i, \quad s_{11} = x_3^\beta \sum_{i=0}^{\infty} s_{11}^{(i)} x_3^i + \sum_{i=1}^{\infty} s^{(i)} x_3^i$$

$$s_{23} = \tau_{23} = x_3^\alpha \sum_{i=0}^{\infty} s_{23}^{(i)} x_3^i + \tau_s + \sum_{i=1}^{\infty} \tau^{(i)} x_3^i$$

Из условия $|\varepsilon_{23}| \rightarrow \infty$ следует $0 < \alpha < 1$, а из ограниченности остальных компонент тензора скоростей деформации получаем $\beta > 1, \gamma > 1$.

Подставим выражения (1.6) в условие несжимаемости, ограничиваясь только первыми членами рядов в регулярной и нерегулярной частях

$$u_{1,1}^{(0)} x_3^\beta + u_{1,1}^{(1)} x_3 + u_{2,2}^{(0)} x_3^\alpha + u_{2,2}^{(1)} x_3 + \gamma v_3^{(0)} x_3^{\gamma-1} + u_3^{(1)} = 0$$

Отсюда следует $\gamma = 1 + \alpha, \beta = 1 + \alpha$. Тогда выражения для проекции скоростей смогут быть записаны в виде

$$v_1 = x_3^{1+\alpha} v_1^{(0)} + \dots + u_1^{(1)} x_3 + \dots \quad (1.7)$$

$$v_2 = x_3^\alpha v_2^{(0)} + \dots + u_2^{(1)} x_3 + \dots; \quad v_3 = x_3^{1+\alpha} v_3^{(0)} + \dots + u_3^{(1)} x_3 + \dots$$

Рассмотрим произвольное уравнение системы (1.5), например, $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{23} = s_{11}/s_{23}$. Подставляя сюда выражения из (1.6) и (1.7) имеем

$$\begin{aligned} & 2(x_3^{1+\alpha} u_{1,1}^{(0)} + u_{1,1}^{(1)} x_3)(x_3^2 s_{23}^{(0)} + \tau_s) = \\ & = (\alpha u_2^{(0)} x_3^{\alpha-1} + u_2^{(1)} + x_3^{1+\alpha} u_{3,2}^{(0)} + u_{3,2}^{(1)} x_3)(x_3^2 s_{11}^{(0)} + s x_3^{(1)}) \end{aligned}$$

Раскрывая скобки и отбрасывая члены с более высокими степенями получим

$$\begin{aligned} & 2u_{1,1}^{(0)} s_{23}^{(0)} x_3^{1+\alpha+n} + 2u_{1,1}^{(0)} \tau_s x_3^{1+\alpha} + u_{1,1}^{(1)} s_{23}^{(0)} x_3^{n+1} + \\ & + u_{1,1}^{(1)} \tau_s x_3 = \alpha u_2^{(0)} s_{11}^{(0)} x_3^{\alpha+\delta-1} + \alpha u_2^{(0)} s_{11}^{(1)} x_3^\alpha + u_2^{(1)} s_{11}^{(0)} x_3^\delta + u_2^{(1)} s_{11}^{(1)} x_3 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Аналогичные соотношения можно получить для остальных уравнений системы (1.6).

Для того, чтобы равенство (1.8) выполнялось в окрестности точки M необходимо положить $\delta = n = \alpha = 0,5$.

Таким образом при использовании закона Прандтля для материалов, подчиняющихся условию текучести Мизеса, вблизи контактной поверхности скорость материала определяется соотношениями (1.7) при $\alpha = 0,5$, причем обязательно должно быть $u_2^{(0)} \neq 0$.

Многие авторы для несжимаемых материалов применяют обобщение закона трения Прандтля: $\tau_n = m\tau_s$, где $m \leq 1$. В этом случае при достаточно малой величине m возможно решение с проскальзыванием при любом виде деформации. Аналогичное обобщение на уплотняемые материалы было использовано в [14], где предполагалось, что τ_n пропорционально интенсивности касательных напряжений.

2. Пример. Рассмотрим начальное течение втулки (фиг. 2) из уплотняемого материала, подчиняющегося кусочно-линейному условию текучести [11]:

$$1/2 |\sigma_t - \sigma_r|/\tau_s + |\sigma|/p_s = 1 \quad (2.1)$$

Исследование будем вести в цилиндрической системе координат r, φ, z . Предположим, что деформация плоская ($\varepsilon_z = \varepsilon_2 = 0$), а на внутреннем радиусе ($r=1$) заданы радиальная скорость $u = -1$ и $v = 0$, т. е. имеет место прилипание. На внешнем радиусе задана окружная скорость $v = v_0 \neq 0$.

Так как касательные напряжения τ_r растут при уменьшении полярного радиуса, то проскальзывание может начаться только на внутреннем радиусе (коэффициент f считаем достаточно большим, чтобы скольжение по закону Кулона не могло начаться).

При условии текучести (2.1) предлагаемый закон трения имеет вид $\tau_n \leq \tau_s(1 - |\sigma|/p_s)$. Известно, что плоская деформация для используемого условия текучести возможна только при напряженных состояниях, соответствующих определенным ребрам пирамиды текучести [11].

Аналогичная задача при условии $v=0$ на внешнем радиусе решена в [15], где показано, что напряженное состояние в этом случае соответствует ребру, определяемому уравнениями

$$1/2 (\sigma_1 - \sigma_3)/\tau_s - \sigma/p_s = 1, \quad 1/2 (\sigma_2 - \sigma_3)/\tau_s - \sigma/p_s = 1 \quad (2.2)$$

Из ассоциированного закона течения получим [11, 15] $\varepsilon_1 = \lambda(3p_s - 4\tau_s)$, $\varepsilon_3 = -\lambda(3p_s + 2\tau_s)$. С другой стороны $\varepsilon_r = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + 0,5(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)\cos 2\theta$, $\varepsilon_\varphi = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - 0,5(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)\cos 2\theta$, $\varepsilon_r = -0,5(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)\sin 2\theta$, где θ — угол наклона оси r относительно первого главного направления, отсчитываемый против хода часовой стрелки. Отсюда получаем

$$du/dr = \lambda[-3\tau_s + (3p_s - \tau_s)\cos 2\theta], \quad u/r = -\lambda[3\tau_s + (3p_s - \tau_s)\cos 2\theta]$$

$$(dv/dr - v/r) = -2\lambda (3p_s - \tau_s) \sin 2\theta \quad (2.3)$$

Уравнения (2.2) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{[\sigma_z (3p_s - \tau_s) - 3\tau_s p_s]}{3p_s + 2\tau_s} + \frac{3\tau_s (\sigma_z + p_s) \cos 2\theta}{3p_s + 2\tau_s} \\ \sigma_\varphi &= \frac{\sigma_z (3p_s - \tau_s) - 3\tau_s p_s}{3p_s + 2\tau_s} - \frac{3\tau_s (\sigma_z + p_s) \cos 2\theta}{3p_s + 2\tau_s} \\ \tau_{r\varphi} &= - \frac{3\tau_s (\sigma_z + p_s) \sin 2\theta}{3p_s + 2\tau_s} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Систему уравнений (2.3), (2.4), замыкают уравнения равновесия

$$d\sigma_r/dr + (\sigma_r - \sigma_\varphi)/r = 0, \quad d\tau_{r\varphi}/dr + 2\tau_{r\varphi}/r = 0 \quad (2.5)$$

Решение системы уравнений (2.3)—(2.5) имеет вид

$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\theta} \right)^{1/2} \left[\frac{(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta_0)}{(1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta_0)} \right]^{n_s} \\ \tau_{r\varphi} &= c \left(\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta_0} \right) \left[\frac{(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta)}{(1 - \cos 2\theta_0)(1 + \cos 2\theta_0)} \right]^{2n_s} \\ u &= - \left(\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta_0} \right)^{1/2} \left[\frac{(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta_0)}{(1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta_0)} \right]^{n_s} \\ v &= \left(\frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\theta} \right)^{1/2} \left[\frac{(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta_0)}{(1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta_0)} \right]^{n_s} \frac{(\cos 2\theta - \cos 2\theta_0)}{\sin 2\theta_0} \\ n_s &= 3k_s / [4(3 - k_s)], \quad k_s = \tau_s/p_s \end{aligned} \quad (2.6)$$

Выражения для нормальных напряжений могут быть получены из (2.4) и (2.6) путем алгебраических преобразований.

Решение (2.6) удовлетворяет условиям $u = -1$ и $v = 0$ при $r = 1$. Постоянная интегрирования c может быть определена только из статического краевого условия, например, $\sigma_r = -p_0$ при $r = 1$. В этом случае нормальное напряжение при $r = 2$, необходимое для процесса пластического течения, определяется из решения. Постоянная θ_0 , значение угла θ при $r = 1$, должна быть определена из условия $v = v_0$ при $r = 2$ (фиг. 2).

Из (2.6) следует, что $v/r = (\cos 2\theta - \cos 2\theta_0)/\sin 2\theta_0$ и, следовательно,

$$0,5v_0 = (\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_0)/\sin 2\theta_0 \quad (2.7)$$

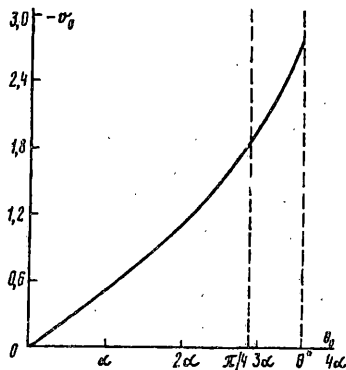
где θ_1 — значение угла θ при $r = 2$. Еще одно соотношение между θ_1 и θ_0 получим из первого уравнения системы (2.6):

$$2 = \left(\frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\theta_1} \right)^{1/2} \left[\frac{(1 + \cos 2\theta_1)(1 - \cos 2\theta_0)}{(1 - \cos 2\theta_1)(1 + \cos 2\theta_0)} \right]^{n_s}$$

Таким образом угол θ_0 может быть определен из уравнения

$$2 = \left| \frac{\sin 2\theta_0}{1 - 0,5v_0 \sin 2\theta_0 + \cos 2\theta_0} \right|^{1/2} \left| \frac{\sin 2\theta_0 - 0,5v_0 (1 - \cos 2\theta_0)}{\sin 2\theta_0 + 0,5v_0 (1 + \cos 2\theta_0)} \right| \quad (2.8)$$

Предположим, что $v_0 \leq 0$, тогда из последнего уравнения системы (2.4) следует



Фиг. 3.

$0 \leq \theta \leq \pi/2$, а из (2.7) получаем $\theta_1 < \theta_0$. Таким образом, если $\theta_0 = 0$, то $\theta_1 = 0$, тогда $v_0 = 0$. Из выражения для u в (2.6) следует, что $u \neq 0$ ни в одной точке. Это накладывает ограничения на величины θ . Так как u не меняет знак, а при $r=1$ имеем $v < 0$, то из второго уравнения (2.3) следует, что $0 \leq \theta \leq \theta^*$, где $\theta^* = 1/2 \arccos [3k_s / (k_s - 3)] \geq \pi/4$. Постоянная $c/p_s = -3k_s \sin 2\theta_0(1 - p_0^*) / [(3 - k_s) + 3k_s \cos 2\theta_0]$, где $p_0^* = p_0/p_s$.

Зависимость угла θ_0 от скорости v_0 , определенная из уравнения (2.8), показана на фиг. 3 ($\alpha = 7\pi/80$). В вычислениях полагали $k_s = 0,3$, в этом случае $\theta^* \approx 0,955$, а максимальное значение $|v_0|$, при котором возможно решение, — $|v_0|^* \approx 2,62$. При $|v_0| = |v_0|^*$ величина $\lambda \rightarrow \infty$, дальнейшее увеличение $|v_0|$ приведет к изменению знака λ .

Возможны две интерпретации полученного решения: согласно предложенному выше закону трения, при $\theta_0 = \pi/4$ наступает проскальзывание на внутреннем радиусе (т.к. $\theta^* > \pi/4$, то этот случай всегда возможен); проскальзывание наступает при $\theta_0 = \theta^*$. При других законах трения решения нет.

Первый вариант, по-видимому, является предпочтительнее, так как позволяет описывать краевые условия для любых процессов, например, для таких, в которых изначально отсутствует зона прилипания и, следовательно, второй вариант не может быть реализован.

Интересно отметить, что для несжимаемого материала оба варианта совпадают, так как $k_s = 0$. Таким образом, прилипание при $r=2$ будет иметь место при $|v_0| \leq 1,82$, дальнейшее увеличение $|v_0|$ приведет к проскальзыванию по внутреннему радиусу.

Следует отметить, что коэффициент пропорциональности в условиях типа [9, 14] всегда можно выбрать так, что решение будет существовать. Однако предельные значения этого коэффициента могут быть определены только после решения задачи. С другой стороны коэффициенты пропорциональности — независимые параметры и, следовательно, должны быть заданы до решения задачи. Кроме того, экспериментальные исследования показывают, что во многих случаях коэффициент $m=1$ при применении этих законов трения [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
2. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 398 с.
3. Джонсон У., Меллор П. Теория пластичности для инженеров. М.: Машиностроение, 1979. 567 с.

4. Штерн М. Б., Сердюк Г. Г., Максименко Л. А. и др. Феноменологические теории прессования порошков. Киев: Наук, думка, 1982. 139 с.
5. Петросян Г. Л. Пластическое деформирование порошковых материалов. М.: Metallurgy, 1988. 151 с.
6. Сердюк Г. Г., Свистун Л. И. Ударное прессование металлических порошков (теоретическое исследование). // Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов. Киев: Наук. думка, 1985. С. 115—126.
7. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
8. Синельников Ю. И. Предельные контактные касательные напряжения и коэффициент внешнего трения в процессах обработки металлов давлением // Изв. вузов. Машиностроение. 1988. № 8. С. 99—103.
9. Новофастовский А. Л., Каташинский В. П. Применение метода крупных частиц при решении задач об уплотнении порошков // Технологическая и конструкционная пластичность порошковых материалов. Киев: Институт пробл. материаловедения, 1988. С. 72—76.
10. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1971. 424 с.
11. Друянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел. М.: Машиностроение. 1989. 164 с.
12. Александров С. Е., Друянов Б. А. Прессование уплотняемого пластического материала // ПМТФ, 1990. № 1. С. 117—123.
13. Друянов Б. А., Александров С. Е. Об условии трения в задачах обработки пластических тел // Смешанные задачи механики деформируемого тела: 4-я Всесоюз. конф. Одесса; Изд-во Одесск. ун-та, 1989. Ч. 1. С. 122.
14. Гун Г. Я., Стебунов С. А., Ганелин Д. Ю., Фролов А. А. Моделирование на ЭВМ и исследование процесса прокатки пористых материалов // Порошковая металлургия. 1983. № 11. С. 21—26.
15. Александров С. Е., Друянов Б. А. О типе уравнений двумерных течений идеальной жесткопластической среды при условии текучести Драккера // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 6. С. 155—158.
16. Ерманок М. З. О выборе рационального способа горячей обработки давлением при производстве профилей и труб из легких сплавов // Цветные металлы, 1991. № 12. С. 36—37.

Москва

Поступила в редакцию
I.XII.1989