

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НЕСОВЕРШЕНСТВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК (МНОГОФАКТОРНЫЙ ПОДХОД) Ч. I

На основе многофакторного теоретико-экспериментального метода исследования неидеальных оболочек, разработанного автором, получена нелинейная многомерная математическая модель связи параметров несущей способности и технологических несовершенств. Исследован механизм влияния несовершенств на характер волнообразования и несущую способность оболочек и выявлен ряд новых эффектов. При этом оказалось, что характер влияния каждого технологического фактора изменяется до перемены знака в зависимости от уровня остальных сопутствующих несовершенств. Выявлены соотношения уровней несовершенств, приводящие к снижению, стабилизации и повышению несущей способности. Подкрепляющее воздействие на продольно сжатую оболочку оказывают развитие глубины лунки при малых и постоянных размерах в плане, увеличение длины лунки вдоль образующей при сохранении ее размеров вдоль направляющей и по глубине, увеличение амплитуды и числа волн неплоскости и слабая конусность при некоторых соотношениях остальных несовершенств. Приводят также к повышению несущей способности увеличение длины лунки вдоль образующей при малом числе волн неплоскости и овальность — с увеличением конусности при общем низком уровне сопутствующих несовершенств.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке оптимальной технологии изготовления и ремонта, диагностировании и классификации по качеству, а также как обоснование теории устойчивости реальных тонкостенных конструкций.

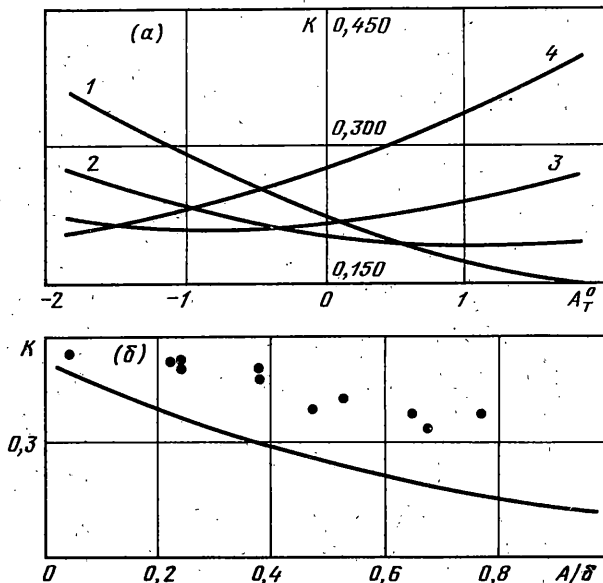
Задача устойчивости тонкостенной оболочки, имеющей различные технологические несовершенства, не раз рассматривалась в однофакторной постановке. Общей особенностью таких экспериментальных исследований является качественный характер результатов, как правило, не дающий расчетных формул. Однофакторный подход в теоретических исследованиях является более высоким уровнем идеализации расчетной схемы. В том и другом случаях отмечается противоречие с реальными условиями эксплуатации конструкций, когда проявляется влияние всего ансамбля технологических несовершенств.

В данной работе приведены результаты многофакторного подхода. Теория упругой устойчивости В. П. Койтера в интерпретации [1], учитывающая начальную форму прогиба срединной поверхности, была развита для n -мерного случая. При этом прогиб содержал не только собственно погиб, но и дополнительный прогиб, обусловленный полным ансамблем несовершенств, в том числе неплоскостью, овальностью, конусностью. Так была получена математическая модель, связывающая параметры несовершенств и несущей способности, коэффициенты которой определены из многофакторного эксперимента [2], доказана работоспособность модели. Эти результаты позволили исследовать модель как функцию, выявить «внес» и характер влияния каждого фактора, оценить количественно и качественно влияние технологических несовершенств на несущую способность.

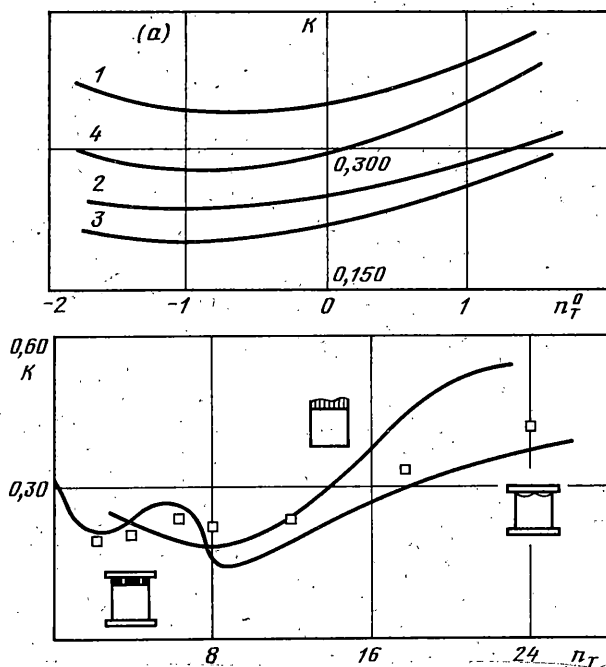
Анализ многомерной математической модели [2] на основе ее декомпозиции и представления в виде системы однофакторных моделей позволил произвести сравнение с известными теоретическими и экспериментальными данными и выявить ряд новых свойств несовершенных конструкций.

Исследование математического описания результатов многофакторного эксперимента показало, что наряду с числом волн неплоскости (числом участков контакта) n_T важную роль в оценке несущей способности оболочки играет амплитуда волн A_T . Переменная A_T входит в 6 из 24 членов уравнения со значимыми коэффициентами. В [3, 4] и настоящей статье [2, 5] показано, что если принять неплоскость торца в виде $a = a_0 \cos 2\psi$, то колебания ее амплитуды в пределах толщины оболочки приводит к снижению критической нагрузки вдвое. Экспериментальные результаты (2÷5) и расчет по математической модели показаны на фиг. 1.

Относительно более низкий уровень расчетных значений параметра K объясняется тем, что в эксперименте [3] использовалось избыточное внутреннее давление для нейтрализации погиби. Из характера зависимости видно, что с увеличением A_T при $n_T = 2$ наблюдается снижение несущей способности оболочки. Анализ напряженно-деформированного состояния продольно сжатых оболочек с неплоским торцом [6] позволяет производить сопоставление их по несущей способности с оболочками, сжатыми неоднородно распределенными по окружной координате усилиями. Полученная математическая модель отражает значимость параметра n_T : частный коэффициент корреляции n_T и K составляет $r \approx 0,73$.

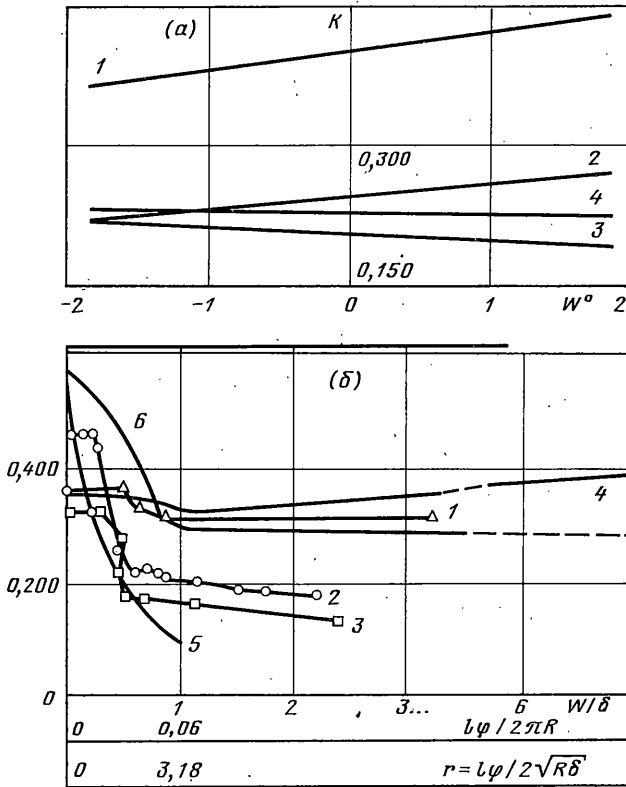


Фиг. 1



Фиг. 2

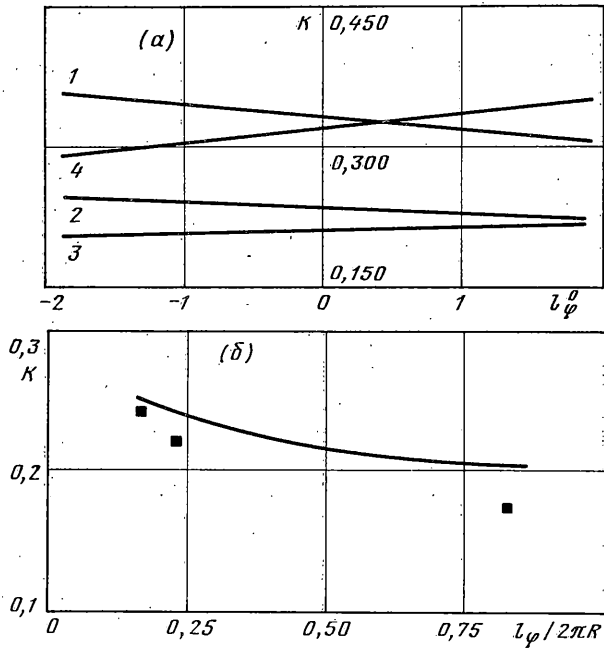
Из характера полученной зависимости (фиг. 2) видно, что для малых значений остальных начальных несовершенств наблюдается тенденция, соответствующая однофакторным экспериментам [3, 4] и априорной информации. При изменении числа волн от 0 до 22 параметр несущей способности K вначале уменьшается, а при достижении числа $n_T=8$ возрастает и при $n_T=22$ принимает значение, соответствующее оболочкам с равномерной передачей усилий по торцевой поверхности. В эксперименте наблюдаются две формы потери устойчивости: локальная, изменяемость которой соответствует числу волн неплоскостности n_T , и общая, соответствующая собственной форме потери устойчивости однородно сжатой оболочки. При этом для большого n_T , не кратного изменяемости собственной формы, локальная потеря устой-



Фиг. 3

чивости происходит по восходящей ветви. По мере нагружения и увеличения общего уровня напряжений наблюдалась часто меняющаяся картина смены двух форм. Этот факт может быть использован в докритической области для создания в реальных конструкциях предварительного напряжения.

Значительное место в полученной математической модели занимают параметры начальной погиби w , l_c , l_ϕ . Начальная погибь является наиболее изученной формой технологических несовершенств, влияющих на несущую способность тонкостенных оболочек, нагруженных осевыми усилиями (7÷12). Теоретическое изучение действия начальной погиби производилось в основном для случая нерегулярного несовершенства исходной формы [1, 7, 10, 11]. Существуют работы [13, 14], посвященные анализу влияния начальной погиби на оболочки нулевой гауссовой кривизны, не являющиеся круговыми цилиндрами (на фиг. 3, б кривая 5 [1], кривая 6 [10]). Пристальное изучение результатов [9] (фиг. 3, б) и способа формирования лунок позволяет сделать вывод о том, что в области малых ($w/\delta \leq 0,307$) и средних ($0,307 \leq w/\delta \leq 0,817$) глубин увеличивалась не только глубина лунки w , но и ее размеры в плане (кривая 1). На это же указывает сравнение результатов [9] и экспериментов [15] по изучению влияния величины вырезов на устойчивость тонкостенных оболочек. На фиг. 3, б кривыми 2 и 3 показана зависимость $K = Ka/\sqrt{R\delta}$, где a — радиус круглого отверстия для кривой 2 и половина стороны квадратного отверстия для кривой 3. Хорошо видно, что указанные кривые имеют тот же характер, что и кривая 1. Следовательно, механизм действия лунки определяется не только ее глубиной, но и ее размерами в плане. С учетом этого вывода была проведена экстраполяция математической модели в область средних и малых глубин для лунки с пропорционально меняющейся глубиной и размерами в плане (фиг. 3, б). В области больших глубин ($w/\delta \geq 0,817$) происходило развитие только компоненты w , оказывающее для узких по окружности лунок подкрепляющее воздействие (фиг. 3, а, кривые 1, 2 и фиг. 3, б, кривая 4). При значительной ширине лунки рост w снижает несущую способность оболочки, что хорошо согласуется с результатами однофакторных экспериментов (фиг. 3, а, кривые 3, 4). Таким образом, размеры локальной лунки в плане и в первую очередь ее длина вдоль направляющей l_ϕ количественно и качественно существенно влияют на величину и тенденцию изменения несущей способности. Влияние этого фактора на величину K изучалось в [9] в однофакторной постановке для

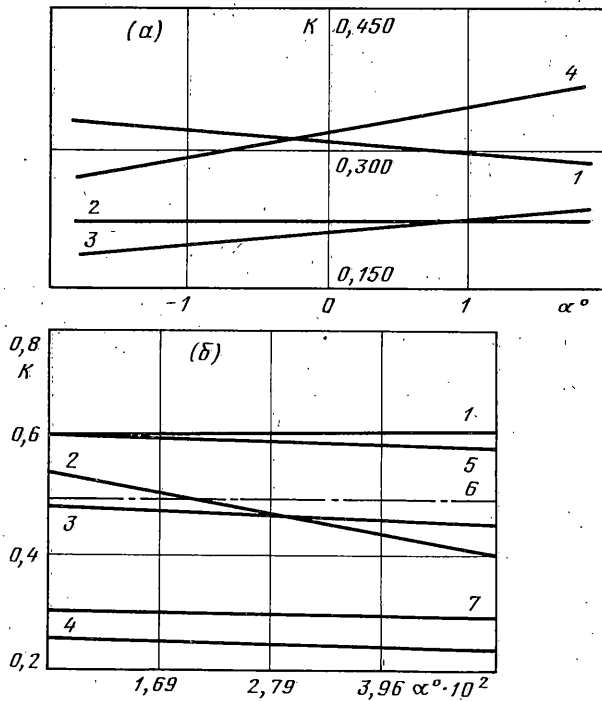


Фиг. 4

$0,12 \leq l_\phi / 2\pi R \leq 0,80$. При этом для значений l_ϕ , превышающих окружной размер закритической вмятины ($l_\phi / 2\pi R \geq 0,13$), лунка не является локальной и близка к регулярной. Поэтому экстраполяция в точку $l_\phi / 2\pi R = 0,80$ производилась путем представления регулярной кольцевой погни, занимающей 0,8 длины периметра, в виде локальной докритической лунки и местной конусности $\alpha = \text{arctg } 2w/l_L$. Сравнения результатов [9] и расчетов по математической модели представлены на фиг. 4, б; при этом результаты совпадают с точностью $2,6 \div 4,6\%$ в области эксперимента и $11,5\%$ при $l_\phi / 2\pi R = 0,8$. Из характера зависимостей (Фиг. 4, а) видно, что параметр l_ϕ снижает уровень несущей способности тонкостенной оболочки при достаточно высоком уровне ее качества в целом. Это соответствует известным результатам, полученным в однофакторной постановке. Вместе с этим, согласно Фиг. 4, а, для оболочек, имеющих значительные сопутствующие несовершенства (кроме овальности) увеличение параметра l_ϕ приводит к значимому повышению несущей способности (линия 4) и лишь при среднем значении овальности $a/b = 0,9$ к взаимной компенсации несовершенств (линия 3).

Длина инициирующей лунки вдоль образующей l_L является не достаточно изученным фактором в связи с оценкой его влияния на устойчивость тонкостенных оболочек. Анализ полученной математической модели показывает, что для любого уровня начальных несовершенств наличие вытянутой вдоль образующей лунки ведет к некоторому повышению несущей способности. Возможность увеличения параметра K путем увеличения l_L подтверждается прямыми опытами из матрицы-плана многофакторного эксперимента и реализуется, в частности за счет существования конусности α . Таким образом, наличие на оболочке глубокой лунки, достаточно узкой и вытянутой вдоль образующей, изменяет механизм потери устойчивости и локально повышает уровень верхней критической нагрузки; лунка при этом интерпретируется как гофр.

Параметр конусности α входит со значимыми коэффициентами в 4 из 24 членов уравнения. Анализ полученной многомерной зависимости указывает на существенное влияние конусности в диапазоне $0^\circ < \alpha < 3,2^\circ$, при котором снижение несущей способности (Фиг. 5, а) при весьма низком уровне ($\Delta \epsilon_c = -184$, линия 1) сопутствующих факторов составляет около 25% от средней критической нагрузки K_0 . В то же время с увеличением α при высоком уровне ($\Delta \epsilon_c = 1$, линия 3) сопутствующих несовершенств наблюдается увеличение несущей способности оболочек при осевом сжатии. Эти результаты представляют собой новое явление в механизме влияния конусности α . При этом для сравнения отметим, что согласно [13, 24, 25] при $\alpha < 13^\circ$ конусность не оказывает какого-либо влияния на несущую способность, а при $\alpha > 13^\circ$ наблюдается монотонное снижение несущей способности. Увеличение же несущей способ-

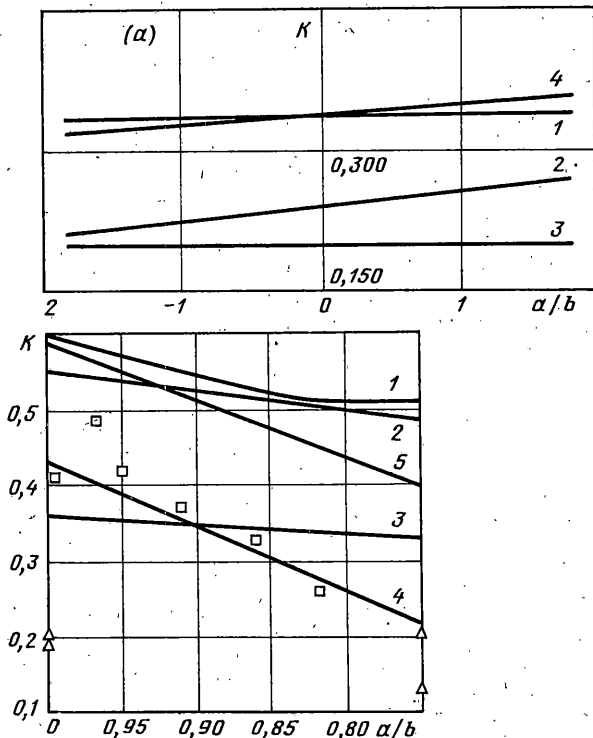


Фиг. 5

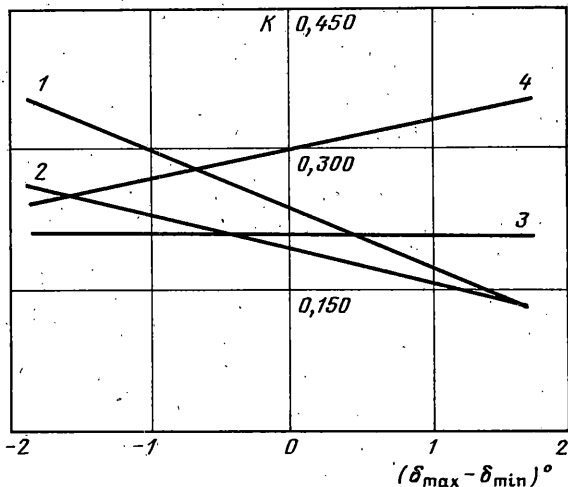
ности с увеличением α в условиях влияния других факторов объясняется изменением механизма влияния α , прежде всего, за счет увеличения a/b и l_L . Частные результаты, полученные по многомерной модели были сопоставлены с известными результатами (Фиг. 5, б линия 1 – линейная теория, 2 – [1]). При этом оказалось, что при высоком качестве оболочек в целом ($\Delta \epsilon_1^0 = -1,84$) влияние конусности α (линия 7) ближе всего соответствует результатам [26] (линия 4), а при среднем уровне качества оболочек (линия 2) – результатам [13, 20] (линии 3, 6).

Овальность гладкой цилиндрической оболочки a/b , как было показано серией однофакторных опытов [9], существенно снижает несущую способность. В качестве переменной величина a/b входит со значимым коэффициентом в 5 из 24 членов уравнения. Полученная многомерная математическая модель при экстраполяции в область идеально овальной цилиндрической оболочки дает хорошее (до 8%) совпадение с теоретическими результатами [14], [17] соответственно линии 5 и темные кружки в линии 1. Еще более корректные результаты дает многомерная зависимость, полученная по экспериментальным данным [18] линии 2, 3, 4, если учесть, что неуравновешенный фактор разнотолщинности ($\delta_{\max} - \delta_{\min}$) принимает среднее значение, которое является модой выборки (Фиг. 6, б). В целом из многофакторных исследований видно, что увеличение овальности a/b при различных уровнях сопутствующих несовершенств приводит к снижению несущей способности, что соответствует [9] (светлые кружки) тем больше, чем ниже общее качество оболочки (Фиг. 6, а; линии 1, 2, 4). Лишь при средних уровнях сопутствующих несовершенств ($\Delta \epsilon_1^0 = 0$) наблюдается взаимная компенсация влияния (Фиг. 6, а; линия 3), прежде всего, за счет конусности α .

Известны результаты экспериментальных и теоретических исследований по оценке влияния переменной толщины на устойчивость тонкостенных оболочек [19, 20]. При этом существенное влияние разнотолщинности проявляется при величинах, сравнимых с $(0,20 \div 0,50) \delta$. В настоящей работе разнотолщинность рассматривалась как технологическое отклонение в пределах одного образца и составляла $(0,003 \div 0,010) \delta$. При этом математической модель выявляет сравнительно большое влияние разнотолщинности ($\delta_{\max} - \delta_{\min}$) на устойчивость оболочки: она входит в 6 из 24 членов уравнения со значимым коэффициентом. Из анализа математической модели видно (Фиг. 7, линии 1, 2), что с увеличением разнотолщинности несущая способность уменьшается. Это согласуется с известными работами. Однако с увеличением уровня сопутствующих несовершенств механизм влияния разнотолщинности изменяется в зависимости от качества оболочек так, что уже при $\Delta \epsilon_1^0 = 0$ (линия 3) на-



Фиг. 6



Фиг. 7

блюдается взаимная компенсация, а при $\Delta \epsilon_i = 1$ (линия 4) — увеличение несущей способности с увеличением разнотолщинности ($\delta_{\max} - \delta_{\min}$).

Исследование полученной математической модели показало, что гиперповерхность, соответствующая этой модели, не является выпуклой в области неустойчивости.

На основе изложенного можно сделать следующие выводы:

1) задача устойчивости тонкостенных оболочек с технологическими несовершенствами может быть эффективно решена на основе многофакторного подхода, разработанного применительно к оболочечным конструкциям [2, 5, 6, 12, 18, 21–23]; использование этого метода позволяет получить конечное уравнение взаимосвязи параметра несущей способности с комплексом несовершенств, пригодное для инженерных расчетов;

2) показана работоспособность математической модели; расхождение расчетных значений с известными результатами прямых однофакторных экспериментов не превышает допустимой точности;

3) исследование математической модели позволило выявить ряд новых эффектов, связанных с влиянием несовершенств на устойчивость оболочки;

4) показано, что развитие таких технологических несовершенств как w , l_L , n_T α может оказать подкрепляющее воздействие на продольно сжатую оболочку, а именно: развитие глубины лунки при малых и постоянных размерах в плане; развитие лунки вдоль образующей при сохранении ее размеров вдоль направляющей и по глубине; увеличение числа волн торцевой поверхности, обусловленных технологией обработки, до количества, превышающего число волн потери устойчивости идеальной оболочки; увеличение конусности при некоторых соотношениях остальных несовершенств;

5) проведенный анализ показывает, что для корректного расчета устойчивости несовершенной оболочки необходимо учитывать весь комплекс присущих ей технологических несовершенств в силу того, что поверхность предельного состояния не является выпуклой в область неустойчивости, а также в силу явлений, представленных выше;

6) наблюдается изменение характера влияния каждого из факторов в зависимости от уровня остальных сопутствующих несовершенств (от уровня качества оболочки);

7) полученные результаты о новых явлениях в механизме влияния технологических несовершенств на устойчивость содержат данные для формулирования концептуальной основы теории устойчивости реальных тонкостенных конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сейд П. Модификация теории Койтера о начальном послекритическом поведении и чувствительности конструкций к несовершенствам // Тонкостенные оболочечные конструкции. М.: Машиностроение, 1980. С. 83–104.
2. Мильцын А. М. Оценка комплексного влияния несовершенств на несущую способность тонкостенных оболочек на основе многофакторного анализа. Днепропетровский ун-т. Днепропетровск, 1986. – 18 с. – Деп. в ВИНТИ 8.09.86, № 6547–В86.
3. Прокопало Е. Ф. Экспериментальные исследования влияния возмущающих факторов на несущую способность гладких цилиндрических оболочек. Автореферат дис. ... канд. наук. Днепропетровск. ДГУ. – 1972. – 16 с.
4. Красовский В. Л. Влияние площади нагружения на устойчивость гладких цилиндрических оболочек, сжатых продольными локальными усилиями по отрезкам дуг направляющего круга // Решение некоторых физико-технических задач. Днепропетровск, 1972. С. 53.
5. Мильцын А. М. Математическое описание зависимости параметров несущей способности от технологических несовершенств тонкостенных оболочек / Тез. докл. (пленарного) I Всесоюзной конф. Математическое моделирование в машиностроении. Куйбышев: КАИ, 1990.
6. Моссаковский В. И., Мильцын А. М., Олевский В. И. Деформирование и устойчивость технологически несовершенных цилиндрических оболочек при неоднородном напряженном состоянии // Проблемы прочности, 1990. № 12. С. 28–33.
7. Кан С. Н. Строительная механика оболочек. М.: Машиностроение, 1966. 508 с.
8. Кузнецов В. К., Летоацев Ю. В. Влияние локальных несовершенств на устойчивость цилиндрической оболочки при осевом сжатии // Изв. АН СССР. МТТ. 1970. № 1. С. 134–136.
9. Красовский В. Л. Экспериментальное исследование влияния конструктивных несовершенств и внешних возмущений на поведение и несущую способность круговых цилиндрических оболочек при продольном сжатии. Автореферат дис. ... канд. техн. наук. – Днепропетровск. – ДГУ. – 1973. – 18 с.
10. Грицак В. З. Асимптотическая формула для критических напряжений в аксиально-сжатых цилиндрических оболочках с локальными несовершенствами // Прочность и долговечность конструкций. Киев: Наук. думка, 1980, с. 113–120.
11. Аброш М. Влияние начальных прогибов на устойчивость оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции. М.: Машиностроение, 1980. С. 222–259.
12. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев: Наук. думка, 1977. 140 с.
13. Преображенский И. Н., Грицак В. З. Устойчивость и колебания конических оболочек. М.: Машиностроение, 1986. 240 с.
14. Хатчинсон Дж. Потеря устойчивости цилиндрической оболочки овального поперечного сечения под действием осевой сжимающей нагрузки и ее поведение в начальный период после потери устойчивости // Труды американского общества инж.-мех. Прикл. механика. Серия Е. 1968. № 1. С. 73–81.
15. Старнс Д. Г. Влияние вырезов на устойчивость тонких оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции. М.: Машиностроение, 1980. С. 303–319.

16. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1951. 344 с.
17. Гинзбург И. Н. Устойчивость сжатой цилиндрической оболочки эллиптического поперечного сечения // Прикладная механика. 1967. Т. 3. Вып. 5. С. 126–130.
18. Мильцын А. М. Применение многофакторного анализа при исследовании несущей способности тонкостенных цилиндрических оболочек // Оценка характеристик качества сложных систем и системный анализ. М., 1978. С. 268.
19. Булатов С. Н., Ершов В. В., Новиков В. В. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины // Стр. мех. и расчет сооружений. 1971. № 4.
20. Кармишин А. В., Ляковец В. А., Маченков В. И., Фролов А. Н. // Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. М.: Машиностроение, 1975. С. 210–212.
21. Мильцын А. М. Многофакторный эксперимент и идентификация связи параметров несущей способности и технологических несовершенств тонкостенных оболочек при осевом сжатии/Тез. докл. III Всесоюз. конф. Современные проблемы стр. мех. и прочности летат. аппаратов. – Казань: КАИ, 1988. – с. 95.
22. Мильцын А. М., Олевский В. И. Алгоритмизация построения, статистической обработки и анализа многофакторной регрессионной модели, содержащей управляемые, неуправляемые и смешанные переменные в интерактивном режиме. Днепропетровский ун-т. – Днепропетровск, 1988. – 157 с. – Деп. ВИНТИ 13.01.88, № 188–В88.
23. Мильцын А. М., Олевский В. И. Анализ точностных свойств математической модели в виде полинома второй степени, полученного по линеаризованным данным/Днепропетр. ун-т. Днепропетровск, 1986. 16 с. – Деп. в ВИНТИ 8.09.86, № 6546–В86.
24. Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение. 1976. 408 с.
25. Агамиров В. А., Соломонович А. А. Устойчивость конических оболочек при осевом сжатии (нелинейная задача) // Завод – вуз при Моск. автозаводе. М., 1986. 17 с. – Деп. в ВИНТИ, 17.03.86, № 1823–В.
26. Асадуллин Г. Э. Устойчивость упругих консольных конических оболочек при совместном действии изгиба с осевым сжатием и изгиба с внешним давлением. – В кн.: Сборник аспирантских работ Казанского ун-та. Теория пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казанского ун-та. 1971. Вып. 1. С. 11–25.

Днепропетровск

Поступила в редакцию
25.IX.1991