

УДК 624.07:534.1

© 1992 г. В. И. ПАНИЧКИН

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
РАСКРЫТИЯ МНОГОВТВОРЧАТОЙ СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕИ**

Решение ряда насущных задач освоения космоса требует создания на околоземных орбитах крупногабаритных сооружений, формирующихся на основе жестких каркасов. По классификации, приведенной в [1], подобные конструкции относятся к типу механических (в отличие от пневматических, центробежных, электростатических и т. д.). В настоящее время наибольшее распространение получили солнечные батареи панельного типа, раскрытие которых может осуществляться как принудительно — электроприводом, так и за счет потенциальной энергии, запасаемой в различного рода пружинах. В данной работе рассмотрено плоское движение последовательно соединенных между собой через шарниры абсолютно жестких стержней, моделирующих собой каркасы солнечных панелей, раскрытие которых в прямую линию осуществляется пружинно-тросовым механизмом с роликами, расположенными на осях шарниров. Изменение во времени конфигурации системы стержней в плоскости раскрытия описывается уравнениями динамики плоскопараллельного движения абсолютно твердого тела, численное решение которых осуществлялось методом Нью-марка [2] с осреднением ускорений и итерациями на каждом временном шаге. Результаты расчетов позволяют выбрать оптимальные параметры механизма раскрытия, обеспечивающие упорядоченную кинематику створок СБ с минимальными динамическими нагрузками на каркасы, возникающими при фиксации створок относительно друг друга. В аналогичной постановке в [3] проведено численное исследование динамики развертывания панелей солнечных батарей на ИСЗ Intelsat-5 и Insat, осуществлявшегося размещенными в шарнирах торсионами и натяжением тросов, синхронизирующих движение и фиксацию панелей.

1. Рассматривается многостворчатая солнечная батарея (СБ), раскрывающаяся в плоскости на угол φ_{ik} , за счет создаваемого пружиной усилия P (фиг. 1). Начальное натяжение пружины $P_H = C \cdot \Delta L_H$ с жесткостью C создается за счет ее растяжения на величину, равную длине участков окружностей роликов с радиусами R_i , обкатываемых тросом, при этом под R_i понимается расстояние от оси вращения ролика до центра сечения троса (на фиг. 1 радиус ролика обозначен r_i):

$$\Delta L_H = R_i (\varphi_{ik} - \varphi_{iH}^\tau) + \sum_{i=2}^N R_i (\pi - \varphi_{(i-1)H} - \varphi_{iH}^\tau) \quad (1)$$

где φ_{iH}^τ — углы между линиями центров сечений тросов и осью y в исходном положении системы. В начальный момент времени

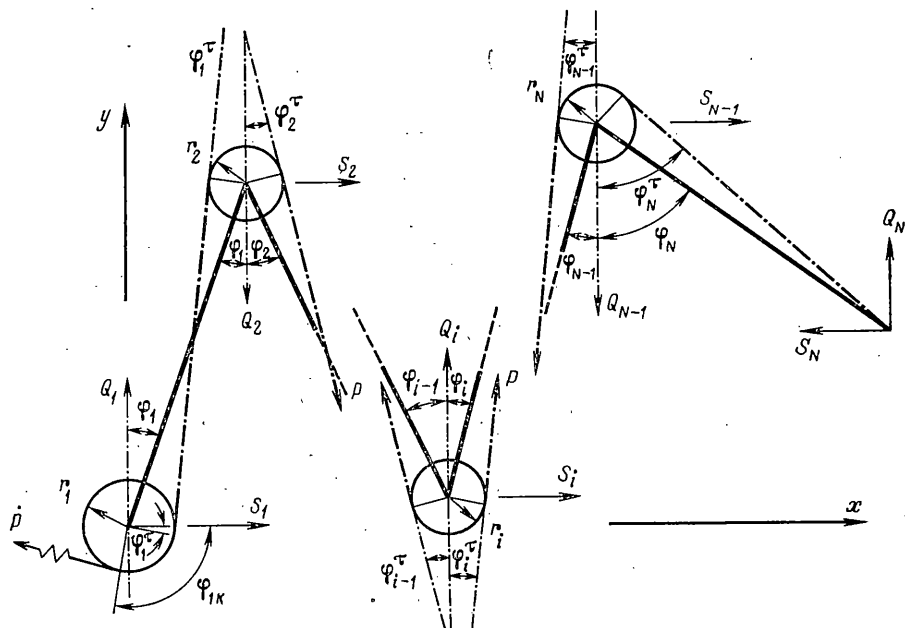
$$\begin{aligned} \varphi_{iH}^\tau &= \varphi_{iH} - \varphi_i^\tau, & \varphi_{iH} &= Z_i / 2L \quad (i=1, 2, \dots, N) \\ \varphi_i^\tau &= (R_i + R_{i+1}) / 2L \quad (i=1, 2, \dots, N-1) & \varphi_N^\tau &= R_N / 2L \end{aligned} \quad (2)$$

где $2L$ — расстояние между центрами осей роликов, условно принимаемое равным длине створки, Z_i — расстояние между центрами роликов в проекции на ось x в исходном положении СБ. Направления углов и система действующих на конструкцию нагрузок в произвольный момент времени раскрытия представлены на фиг. 1, при этом взаимосвязь между углами имеет характер, аналогичный (1):

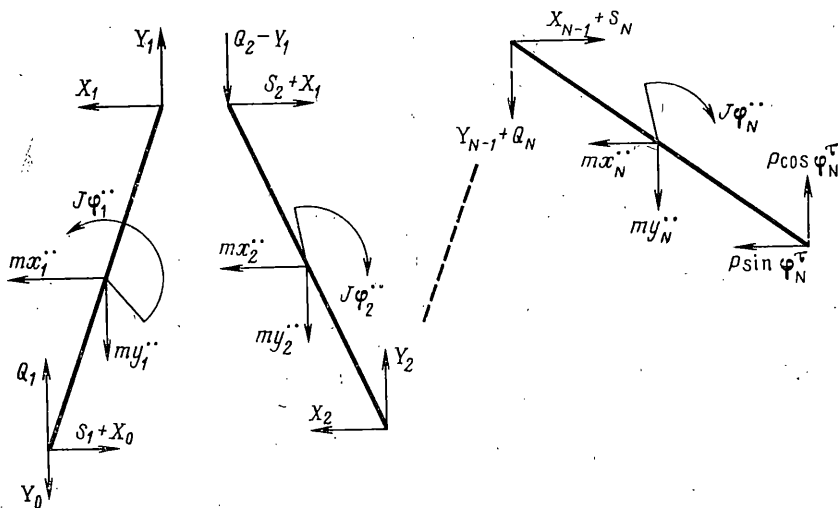
$$\varphi_i^\tau = \varphi_i - \varphi_i^\tau \quad (3)$$

Разделив систему на отдельные створки (фиг. 2) и заменив связи между ними реакциями $(X, Y)_i$, можно записать $3N$ уравнений плоскопараллельного движения конструкции:

$$\begin{aligned} Mx_i^{\ddot{}} + X_i - X_{i-1} - S_i &= 0, & My_i^{\ddot{}} - Y_i + Y_{i-1} + F_i Q_i &= 0 \\ J\varphi_i^{\ddot{}} + ML(x_i^{\ddot{}} \cos \varphi_i + F_i y_i^{\ddot{}} \sin \varphi_i) + a &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$



Фиг. 1



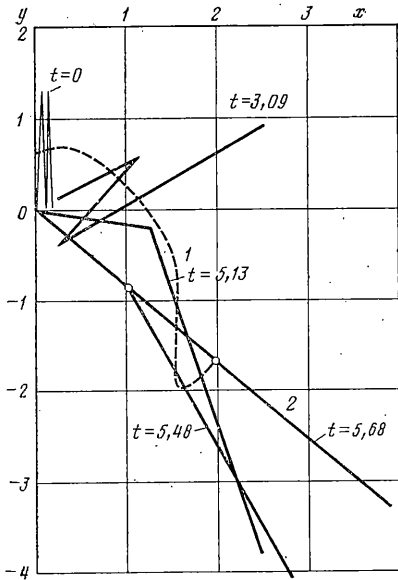
Фиг. 2

где M — масса створки, $F_i = (-1)^i$, $J = ML^2/3$ — момент инерции створки при ее вращении в плоскости xy относительно центра, $(S, Q)_i$ — проекции нагрузок на ролики от охватывающего их троса, $X_i = P \sin \varphi_i^\tau$, $Y_i = P \cos \varphi_i^\tau$:

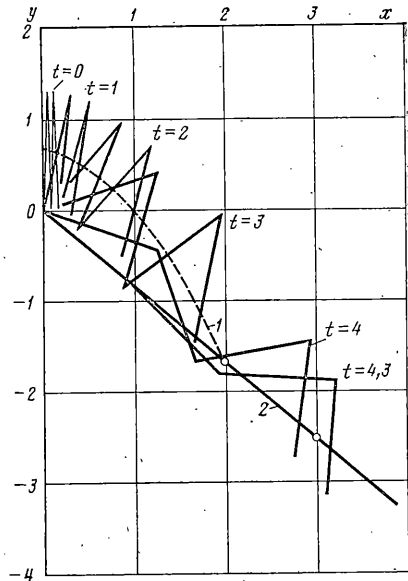
$$a = \begin{cases} 2L(X_i \cos \varphi_i - F_i Y_i \sin \varphi_i) & (i=1, 2, \dots, N-1) \\ -2PL \sin \varphi_i^\tau & (i=N) \end{cases}$$

$$Q_i = P \left\{ \begin{cases} \cos(\pi - \varphi_{1k}) & (i=1) \\ \cos \varphi_{i-1}^\tau + \cos \varphi_i^\tau & (i=2, 3, \dots, N) \end{cases} \right.$$

$$S_i = P \left\{ \begin{cases} \Gamma - \sin(\pi - \varphi_{1k}) & (i=1) \\ -\sin \varphi_{i-1}^\tau + \sin \varphi_i^\tau & (i=2, 3, \dots, N) \end{cases} \right.$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Координаты центров тяжести стержней связаны с углами геометрическими соотношениями $x_1=L \sin \varphi_1$, $y_1=L \cos \varphi_1$, $x_i=x_{i-1}+L(\sin \varphi_{i-1}+\sin \varphi_i)$, $y_i=y_{i-1}+LF_i(\cos \varphi_{i-1}-\cos \varphi_i)$ ($i=2, 3, \dots, N$). После преобразования из соотношений (4) получается система обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно углов φ_i . Обозначив через $\dot{\varphi}_i$ угловые скорости створок, ее можно свести к системе $2N$ уравнений первого порядка относительно функций $(\Phi, \varphi)_i$, которая в матричной форме имеет следующий вид:

$$A \dot{\Phi} = B \Psi + PG/ML, \quad \dot{\varphi} = \Phi \quad (5)$$

где $\Phi = \{\Phi_i\}$, $G = \{\sin^2 \varphi_i\}$, $\Psi = \{\Phi_i^2\}$, а коэффициенты матриц A и B выражаются как:

$$A_{ii} = \begin{cases} 2(N-j)+2/3 & (i=j) \\ [2(N-j)+1] \cos(\varphi_i + F_j \varphi_j) & (i \neq j) \end{cases}$$

$$B_{ii} = \begin{cases} 0 & (i=j) \\ F_i [2(N-j)+1] \sin(\varphi_i + F_j \varphi_j) & (i \neq j) \end{cases}$$

Здесь $B_{ji} = B_{ij}$ ($i+j$ — нечетное), $B_{ji} = -B_{ij}$ ($i+j$ — четное), $A_{ij} = A_{ji}$ ($i \neq j$). Натяжение пружины P в процессе раскрытия определяется текущими значениями углов поворота створок

$$P = CR_N [d - \varphi_1 (\bar{R}_1 + \bar{R}_2) - \dots - \varphi_{N-1} (\bar{R}_{N-1} + \bar{R}_N) - \varphi_N] \quad (6)$$

$$d = \bar{R}_1 \varphi_1 \pi + \pi \sum_{i=2}^N \bar{R}_i + \sum_{i=1}^N \varphi_i^r (\bar{R}_i + \bar{R}_{i+1}) + \varphi_N^r, \quad \bar{R}_i = R_i/R_N$$

Решение системы уравнений (5, 6) осуществляется конечноразностным методом [2] с постоянным шагом по времени Δt . При этом для вычисления $(\Phi, \varphi)_i$ при $t_0 + \Delta t$ требуются их значения лишь с одного предыдущего шага. Отношения радиусов \bar{R}_i входят в систему уравнений (5, 6) в качестве параметров. Изменяя эти отношения можно добиться упорядоченного движения створок в плоскости xy , когда центр масс системы переходит из начального положения в конечное, соответствующее раскрытому состоянию СБ, по траектории минимальной длины. Сходимость численных решений проверялась получением серии результатов с последовательным уменьшением шага разностной схемы по времени.

2. Для системы уравнений (5, 6) были разработаны алгоритм и программа на языке PL-1 ЕС ЭВМ и проведены расчеты раскрытия четырехстворочной СБ на угол

$\varphi_{1к} = 130^\circ$ с различными комбинациями геометрических размеров роликов. В моменты фиксации створок между собой производился пересчет их угловых скоростей из условий равенства моментов количества движения системы до и после фиксации.

На фиг. 3 показаны расположения створок СБ в моменты их фиксации между собой при соотношении радиусов роликов

$$R_i/R_2 = 2; 1,56; 1; 1 \quad (7)$$

Видно, что движение системы является неупорядоченным, велик размах маховых перемещений конца последней створки и последовательность их фиксации — 4, 3, 2, 1. Для упорядоченного движения створок требуется обеспечить иную последовательность их фиксации — 1, 2, 3, 4, при этом к моменту поворота корневой створки на угол $\varphi_{1к}$ должны быть выполнены ограничения по угловым положениям остальных створок и усилию натяжения пружины

$$\varphi_* - \Delta\varphi < \varphi_2 < \varphi_*, \quad \varphi_{1к} - 2\Delta\varphi < \varphi_3 < \varphi_{1к} \quad (8)$$

$$\varphi_* - 4\Delta\varphi < \varphi_4 < \varphi_* - \Delta\varphi, \quad P_1 < P < P_2$$

$$\varphi_* = \pi - \varphi_{1к}, \quad \Delta\varphi = 15^\circ,$$

$$(P_1 + P_2) = (0,2 \div 0,25) P_H, \quad P_1 - P_2 = (0,02 \div 0,025) P_H$$

С помощью ЭВМ был организован поиск геометрических размеров R_i , обеспечивающих требуемую последовательность фиксации створок 1, 2, 3, 4 и выполнение ограничений (8). После перебора примерно 10^4 вариантов, потребовавших 2,5 часов машинного времени на ЕС-1060, искомые соотношения определились как близкие к следующим

$$R_i/R_2 = 4; 2; 2,4; 1 \quad (9)$$

На фиг. 4 представлены результаты расчетов раскрытия СБ с радиусами роликов, отвечающими этому соотношению. Сравнение результатов этих двух расчетов показало, что взаимные угловые скорости створок в моменты фиксации их между собой уменьшаются при использовании (9) в несколько раз по сравнению с (7), существенно снижая тем самым нагрузки на силовые элементы каркасов. На фиг. 3, 4 цифрами 1, 2 обозначены траектории центра масс конструкции и ее раскрытое положение. Время t дано в секундах, а координаты x, y — в метрах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гвамичава А. С., Кошелев В. А. Строительство в космосе. М.: Знание, 1984. 64 с./ Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Космонавтика, астрономия», № 9.
2. Newmark N. M. A method of computation for structural dynamics // J. Eng. Mech. Div. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs. 1959. V. 85. No. 3. P. 67-94.
3. Уай Б., Фурумото Н., Бенерджи Э. К., Барбе П. М. Моделирование и расчет динамики разрывания панелей солнечных батарей космического аппарата. Аэрокосмич. техника. 1987. № 5. С. 161-169.

Москва

Поступила в редакцию
10.II.1990

УДК 539.3

© 1992 г. М. Б. ГРИБОВА, Б. М. НУЛЛЕР

КРУЧЕНИЕ СОСТАВНОГО ЦИЛИНДРА, ОСЛАБЛЕННОГО НАДРЕЗОМ

Рассматривается задача Сен-Венана о кручении составного кругового цилиндра, ослабленного надрезом по линии раздела материалов. Решение получено в явном виде.

Пусть граница сечения цилиндра радиуса R (фиг. 1) в биполярных координатах α, β , связанных с декартовыми x, y формулами

$$\begin{aligned} x &= h \sin \alpha, \quad y = h \sin \beta \\ h &= a (\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta)^{-1}, \quad a = R \sin \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

определяются дугами окружности $\beta = \gamma$ при $y > 0$ и $\beta = \gamma - \pi$ при $y < 0$; $-\infty < \alpha < \infty$, $0 < \gamma < \pi$.

Граница раздела материалов — хорда $y = \beta = 0$, $-\infty < \alpha < \infty$ надрезана на участке $b < x \leq a$, или $s < \alpha < \infty$, $s = \ln [(a+b)/(a-b)]^{-1}$. Требуется найти напряжения в цилиндре по заданному углу закручивания θ .