МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 · 1992

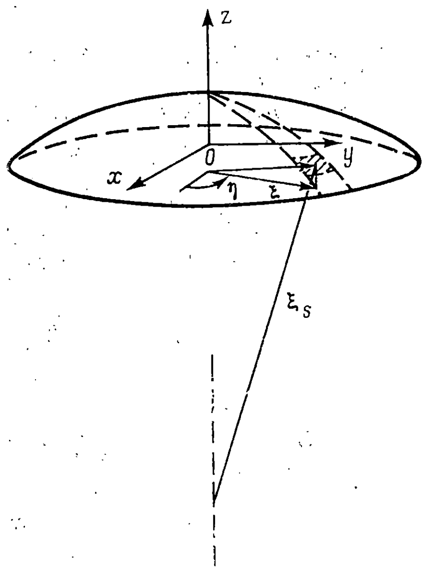
УДК 531.35

© 1992 г. И. И. КАРПОВ

О СТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ УПРУГОЙ ОБОЛОЧКИ НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ

Рассматривается влияние упругих колебаний и внутреннего демпфирования большой упругой конструкции на ее движение как целой относительно центра масс. Моделью конструкции является пологая тонкая упругая сферическая оболочка. Рассматривается движение в центральном ньютоновском гравитационном поле на круговой орбите. При выводе уравнений движения применяется модальный анализ [1–3]. Установлено существование стационарного вращения оболочки вокруг ее оси симметрии перпендикулярной к плоскости орбиты. Исследована устойчивость этого вращения в квазистатическом режиме, показано что внутреннее демпфирование приводит к качественному изменению характера устойчивости.

1. Вывод уравнений. Пусть $Ox_1x_2x_3$ – средняя система координат [4] с началом в центре масс тела. Оси Ox_1, Ox_2, Ox_3 при отсутствии деформаций тела направлены вдоль его главных центральных осей инерции (см. фигуру). Положение произвольной частицы тела в системе координат $Ox_1x_2x_3$ определяется радиус-вектором r, задаваемым в виде суммы $\mathbf{r}=\boldsymbol{\rho}+\mathbf{u}(\rho, t)$, где $\boldsymbol{\rho}=(x_1, x_2, x_3)$ – радиус-вектор этой частицы в недеформированном состоянии тела, $\mathbf{u}$ – упругое смещение частицы.



При деформации оболочки трехгранник $Ox_1x_2x_3$ перемещается в ней таким образом, что точка O всегда находится в центре масс тела и выполняется равенство

$$\int\limits_v \boldsymbol{\rho}\times\mathbf{u}\,dm=0$$

где интегрирование производится по всему объему v недеформированной оболочки, неподвижно связанной с системой $Ox_1x_2x_3$.

Деформацию $\mathbf{u}$ представим в виде ряда

$$\mathbf{u}=\sum_{i=1}^{\infty} Q_i(t)\,\mathbf{u}^{(i)}(x_1, x_2, x_3)$$

где $Q_i(t)$ – нормальные координаты, а $\mathbf{u}^{(i)}=(x_1, x_2, x_3)$ – собственные формы свободных упругих колебаний оболочки в средней системе координат, удовлетворяющие условию ортонормированности ($\delta_{i,j}$ – символ Кронекера):

$$\int\limits_v \mathbf{u}^{(i)}\mathbf{u}^{(j)}dm=\delta_{i,j} \qquad (i,j=1,2,\ldots).$$

Пусть оболочка является однородным изотропным телом. Кроме того, будем предполагать, что она пологая и тонкая и совершает только упругие продольные колебания вдоль оси симметрии (упругие деформации в направлении, перпендикулярном оси симметрии, малы по сравнению с деформациями, параллельными оси симметрии). Пусть $Oxyz$ — система координат, образованная главными центральными осями инерции недеформированного тела (при отсутствии деформаций система $Oxyz$ совпадает с системой $Ox_1x_2x_3$). В принятых предположениях упругие продольные колебания оболочки описываются в системе $Oxyz$ собственными формами вида [5]:

$$\mathbf{v}'^{(k,l)}=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{k,l}(\xi)\cos l\eta \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{v}''^{(k,l)}=\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{k,l}(\xi)\sin l\eta \end{Vmatrix} \tag{1.1}$$

где k, $l=0, 1, 2, \ldots$; угол η и радиус ξ связаны с координатами элемента dm в системе координат $Oxyz$ соотношениями $x=\xi\cos\eta$, $y=\xi\sin\eta$. Функция $F_{k,l}(\xi)$ является линейной комбинацией степенной функции и функций Бесселя $F_{k,l}(\xi)=A_{k,l}\xi^l+B_{k,l}I_l(b_{k,l}\xi)+C_{k,l}J_l(b_{k,l}\xi)$, где $A_{k,l}$, $B_{k,l}$, $C_{k,l}$, $b_{k,l}$ — постоянные, определяемые граничными условиями и условиями нормировки.

В средней системе координат $Ox_1x_2x_3$ собственные формы (1.1) для $l=1$ записываются в виде [1]

$$\mathbf{w}'^{(k,l)}=\begin{Vmatrix} zD_k \\ 0 \\ (F_{k,l}(\xi)-\xi D_k)\cos\eta \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{w}''^{(k,l)}=\begin{Vmatrix} 0 \\ zD_k \\ (F_{k,l}(\xi)-\xi D_k)\sin\eta \end{Vmatrix}$$

Здесь D_k — постоянные для данной оболочки выражения, $D_k=A_1^{-1}\int xv_z'^{(k,l)}\,dm=A_1^{-1}\int yv_z''^{(k,l)}\,dm$, A_1 — момент инерции оболочки относительно оси O_x. Для $l\neq 1$ собственные формы в средней системе координат будут иметь вид (1.1).

После ортогонализации собственные формы $w'^{(k,1)}$ и $w''^{(k,l)}$ принимают следующий вид (d_k — коэффициент нормировки):

$$\mathbf{u}'^{(k,1)}=d_k\begin{Vmatrix} zh_k \\ 0 \\ (\Phi_{k,1}(\xi)-\xi h_k)\cos\eta \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{u}''^{(k,1)}=d_k\begin{Vmatrix} 0 \\ zh_k \\ (\Phi_{k,1}(\xi)-\xi h_k)\sin\eta \end{Vmatrix}$$

$$h_k=D_k-\sum_{i=1}^{k-1}D_iS_{i,k} \qquad (k>1), \qquad h_1=D_1$$

$$\Phi_{k,1}(\xi)=F_{k,1}(\xi)-\sum_{i=1}^{k-1}\Phi_{i,1}(\xi)S_{i,k} \qquad (k>1), \qquad \Phi_{1,1}(\xi)=F_{1,1}(\xi)$$

$$S_{i,k}=\int\limits_v u'^{(i,1)}w'^{(k,1)}\,dm \qquad (i,k=1,2,\ldots)$$

При упругих колебаниях оболочки возникают силы внутреннего трения. Будем полагать, что они описываются с помощью диссипативной функции Рэлея [6]:

$$\Psi=\chi b\Big[\sum_{k=0}^{\infty}\Omega_{k,1}^2(\dot q_{k,1}^2+\dot q_{k,2}^2)+\sum_{l=1}^{\infty}\Omega_l^2(\dot p_i^2+\dot q_i^2)\Big]$$

[1] *Карпов И. И., Климов Д. М., Маркеев А. П.* Аналитический вывод на ЭВМ уравнений движения упругого тела в гравитационном поле: Препринт № 411. М.: ИПМ АН СССР, 1989.

где χ — безразмерный параметр, b — положительная константа. Функции $q_{k,1}(t)$ и $q_{k,2}(t)$ обозначают соответственно нормальные координаты в выражении (1.1) при собственных формах $\mathbf{u}'^{(k,1)}$ и $\mathbf{u}''^{(k,1)}$. Им соответствуют частоты $\Omega_{k,1}$ свободных колебаний упругой оболочки; функции $p_i(t)$ и $q_i(t)$ обозначают соответственно нормальные координаты в этом же выражении при собственных формах $\mathbf{u}'^{(k,l)}$ и $\mathbf{u}''^{(k,l)}$ для $l\neq 1$ и им соответствует частота Ω_i свободных колебаний упругой оболочки.

Рассмотрим случай, когда центр масс оболочки движется по круговой орбите. Пусть T_0 — период обращения центра масс по орбите, $\omega_0=2\pi/T_0$, $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость трехгранника $Ox_1x_2x_3$ (проекцию на ось Ox_i обозначим ω_i). Введем орбитальную систему координат $OX_1X_2X_3$: ось OX_3 направлена вдоль радиус-вектора $\mathbf{R}_0$ центра масс относительно притягивающего центра, а оси OX_2 и OX_1 — соответственно по бинормали к орбите и по ее трансверсали в сторону движения центра масс. Единичные векторы осей OX_1, OX_2 и OX_3 обозначим соответственно α, β, γ, а их проекции на ось Ox_i — α_i, β_i, γ_i.

Дифференциальные уравнения движения оболочки относительно центра масс, которое представляет собой вращение тела как целого (движение трехгранника $Ox_1x_2x_3$ относительно центра масс) и деформации отдельных его элементов в рамках линейной теории упругости можно записать в виде [2]:

$$
\left.\begin{aligned}
&a\omega_3^{\cdot}=\frac{2}{A_1}\sum_{k=0}^{\infty}H_k[\dot q_{k,1}\omega_2+\dot q_{k,2}\omega_1+q_{k,1}(\omega_2^{\cdot}\omega_1\omega_3-3\omega_0^2\gamma_1\gamma_3)+\\
&\qquad+q_{k,2}(\omega_1^{\cdot}-\omega_2\omega_3+3\omega_0^2\gamma_2\gamma_3)]\\
&\omega_1^{\cdot}+(a-1)(\omega_2\omega_3-3\omega_0^2\gamma_2\gamma_3)=\frac{2}{A_1}\sum_{k=0}^{\infty}H_k[\dot q_{k,2}\omega_3+q_{k,2}(\omega_3^{\cdot}+\omega_1\omega_2-3\omega_0^2\gamma_1\gamma_2)+\\
&\qquad+q_{k,1}(\omega_3^2-\omega_1^2+3\omega_0^2(-\gamma_1^2-2\gamma_2^2-1))]\\
&\omega_2^{\cdot}+(a-1)(\omega_3\omega_1-3\omega_0^2\gamma_3\gamma_1)=\frac{2}{A_1}\sum_{k=0}^{\infty}H_k[\dot q_{k,1}\omega_3+q_{k,1}(\omega_3^{\cdot}-\omega_1\omega_2+3\omega_0^2\gamma_1\gamma_2)+\\
&\qquad+q_{k,2}(\omega_3^2-\omega_1^2+3\omega_0^2(2\gamma_1^2+\gamma_2^2-1))]
\end{aligned}\right\}\quad(1.2)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&\ddot q_{k,1}+2\chi b\Omega_{k,1}^2\dot q_{k,1}+\Omega_{k,1}^2q_{k,1}+2H_k\omega_2\omega_3+\sum_{k=0}^{\infty}[(q_{k,1}(\omega_1^2-\omega_3^2)-\\
&\qquad-2q_{k,2}\omega_3+q_{k,2}\omega_1\omega_2)L_k-q_{k,1}(\omega_1^2+\omega_2^2)]=6\omega_0^2\gamma_2\gamma_3H_k+\\
&+\omega_0^2\sum_{k=0}^{\infty}[3(q_{k,2}\gamma_1\gamma_2+q_{k,1}(2\gamma_1^2+\gamma_2^2-1))L_k+q_{k,1}(-3\gamma_1^2-3\gamma_2^2+2)]\\
&\ddot q_{k,2}+2\chi b\Omega_{k,1}^2\dot q_{k,2}+\Omega_{k,1}^2q_{k,2}+2H_k\omega_1\omega_3+\sum_{k=0}^{\infty}[(q_{k,2}(\omega_2^2-\omega_3^2)+\\
&\qquad+2\dot q_{k,1}\omega_3+q_{k,1}\omega_1\omega_2)L_k-q_{k,2}(\omega_1^2+\omega_2^2)]=6\omega_0^2\gamma_1\gamma_3H_k+\\
&+\omega_0^2\sum_{k=0}^{\infty}[3(q_{k,1}\gamma_1\gamma_2+q_{k,2}(2\gamma_2^2+\gamma_1^2-1))L_k+q_{k,2}(-3\gamma_1^2-3\gamma_2^2+2)]\\
&\qquad(k=0,1,2,\ldots)
\end{aligned}\right\}\quad(1.3)
$$

$$\left.\begin{aligned} p_i^{\cdot\cdot}+2\chi b\Omega_i^2 p_i^{\cdot}-p_i(\omega_1^2+\omega_2^2)=\omega_0^2 p_i(3\gamma_3^2-1) \\ q_i^{\cdot\cdot}+2\chi b\Omega_i^2 q_i^{\cdot}-q_i(\omega_1^2+\omega_2^2)=\omega_0^2 q_i(3\gamma_3^2-1),\ (i=1,2,\ldots) \end{aligned}\right\} \quad (1.4)$$

Здесь H_k, L_k — постоянные, определяемые равенствами $H_k=d_k h_k \int z^2\,dm$, $L_k=d_k^2 h_k^2 \int z^2\,dm$.

Параметр a равен отношению момента инерции оболочки относительно оси Oz к ее моменту инерции относительно оси Ox. Для пологой сферической оболочки $a=2(1-\varepsilon_1)$, где $\varepsilon_1 \ll 1$.

Чтобы уравнения (1.2)–(1.4) образовывали замкнутую систему дифференциальных уравнений величин γ, ω, $q_{k,1}$, $q_{k,2}$, p_i, q_i ($k=0, 1, 2, \ldots$; $i=1, 2, \ldots$), к ним необходимо добавить три независимых скалярных кинематических уравнения. Зададим ориентацию связанной с оболочкой системы координат $Ox_1x_2x_3$ с помощью углов Эйлера ψ, θ, φ. Тогда кинематические уравнения будут иметь вид

$$\omega_1=\psi^{\cdot}\sin\theta\sin\varphi+\theta^{\cdot}\cos\varphi+\omega_0(\sin\psi\cos\varphi+\cos\psi\sin\varphi\cos\theta)$$

$$\omega_2=\psi^{\cdot}\sin\theta\cos\varphi-\theta^{\cdot}\sin\varphi+\omega_0(-\sin\psi\sin\varphi+\cos\psi\cos\varphi\cos\theta)$$

$$\omega_3=\psi^{\cdot}\cos\theta+\varphi^{\cdot}+\omega_0(-\cos\psi\sin\theta)$$

Проекции вектора γ на оси Ox_1, Ox_2, Ox_3 через введенные углы будут выражаться формулами $\gamma_1=\sin\varphi\sin\theta$, $\gamma_2=\cos\varphi\sin\theta$, $\gamma_3=\cos\theta$. Уравнения (1.2)–(1.4) допускают частное решение, в котором все нормальные координаты $q_{k,1}$, $q_{k,2}$, p_i, q_i ($k=0, 1, 2, \ldots$; $i=1, 2, \ldots$), соответствующие продольным колебаниям, равны нулю, $\gamma_3=0$, $\omega_1=\omega_2=0$, $\omega_3=\mathrm{const}$. Это решение отвечает такому движению упругой оболочки относительно центра масс на круговой орбите, когда ось симметрии оболочки перпендикулярна плоскости орбиты и оболочка вращается с постоянной скоростью вокруг оси симметрии. Ниже исследуется устойчивость такого движения в квазистатическом режиме.

2. Квазистатический режим движения. Сделаем дополнительные физические предположения. Введем величину $\varepsilon=\omega_0/\Omega_{0,1}$. Будем предполагать, что $2\pi/\Omega_{0,1} \ll \varepsilon^2/\chi\omega_0 \ll 2\pi/\omega_0$ характерное время затухания свободных колебаний много меньше периода T_0 обращения ценра масс по орбите, но много больше наибольшего периода свободных упругих колебаний. Предположим также, что период T_0 и характерное время движения тела как целого относительно центра масс имеют одинаковый порядок.

Тогда дифференциальные уравнения (1.2)–(1.4) будут эквивалентны с точностью до членов ε^4 приближенным уравнениям, получаемым с помощью алгоритма, изложенного в [2], и методов, разработанных для систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных [7].

В результате дифференциальные уравнения, описывающие движение оболочки как целой относительно центра масс в квазистатическом режиме и ее упругие колебания, можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned} &\varphi''+\psi''\cos-a_0\theta'+\psi'\sin\psi\sin\theta=\sigma[a_0(Y_1'+\varphi'Y_2)+a_1(\varphi'Y_1-Y_2')] \\ &\psi''\sin\theta+(a-2)\theta'\cos\psi\sin\theta+(2-a)\theta'\psi'\cos\theta+ \\ &+(a-1)\sin\psi\cos\psi\sin\theta-\psi'\cos\theta\sin\psi-\psi'\sin\psi= \\ &=\sigma[2(-a_2+\varphi')Y_1'+a_3Y_1+2(a_0^2+a_1^2+a_2-\psi'^2+\sin^2\psi+3\cos^2\theta)Y_2] \\ &\theta''+(1-a)[1/2\sin 2\theta(\cos^2\psi-\psi'^2+3)-2\psi'\cos\psi\cos^2\theta]+ \\ &+(2-a)\psi'\cos\psi+aa_0\varphi'= \\ &=\sigma[2(2a_0^2+a_0-\psi'^2+\sin^2\psi+6\cos^2\theta-4)Y_1+2(a_2-\varphi')Y_2'+a_3Y_2] \\ &p_i=q_i=0\quad(i=1,2,\ldots) \end{aligned}\right\} \quad (2.1)$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по безразмерной переменной $\tau=\omega_0 t$ и приняты следующие обозначения

$$Y_1=2\chi b\omega_0(2\theta'\cos^2\psi\cos^2\theta-2\theta'\cos^2\psi+\cos\psi\cos^2\theta\sin 2\psi-\cos\psi\sin 2\psi+$$
$$+2\psi'\theta'\cos\psi\sin 2\theta+4\varphi'\theta'\cos\psi\sin\theta-2\psi'^2\cos^2\theta\sin\psi-2\psi'^2\theta'\cos^2\theta-$$
$$-12\theta'\cos^2\theta-4\varphi'\psi'\cos\theta\sin\psi-4\varphi'\psi'\theta'\cos\theta+\psi'\sin 2\psi\sin 2\theta+$$
$$+2\varphi'\sin 2\psi\sin\theta-2\varphi'^2\sin\psi-2\varphi'^2\theta'+6\theta')+\cos^2\psi\sin 2\theta-4\psi'\cos\psi\cos^2\theta-$$
$$-2\varphi'\cos\psi\cos\theta+2\psi'\cos\psi-\psi'^2\sin 2\theta+3\sin 2\theta-2\varphi'\psi'\sin\theta$$

$$Y_2=2\chi b\omega_0(2\cos^3\psi\cos^3\theta-2\cos^3\psi\cos\theta+3\psi'\cos^2\psi\sin 2\theta+2\varphi'\cos^2\psi\sin 2\theta-$$
$$-2\psi'\cos^2\psi\sin\theta-6\psi'^2\cos\psi\cos^3\theta+6\cos\psi\cos^3\theta-8\varphi'\psi'\cos\psi\cos^2\theta-$$
$$-2\varphi'^2\cos\psi\cos\theta+4\psi'^2\cos\psi\cos\theta-6\cos\psi\cos\theta+4\varphi'\psi'\cos\psi-$$
$$-\psi'^3\cos\theta\sin 2\theta+3\psi'\cos\theta\sin 2\theta-2\varphi'\psi'^2\sin 2\theta+6\varphi'\sin 2\theta-2\varphi'^2\psi'\sin\theta)-$$
$$-2\theta'\cos\psi\sin\theta+2\psi'\cos\theta\sin\psi+2\psi'\theta'\cos\theta-\sin 2\psi\sin\theta+2\varphi'\sin\psi+2\varphi'\theta'$$

$$a_0=\cos\psi\cos\theta+\psi'\sin\theta,\ a_1=\theta'+\sin\psi;\ a_2=\varphi'(\cos\psi\sin\theta-\psi'\cos\theta)$$

$$a_3=-2\theta'\cos\psi\cos\theta-\cos\theta\sin 2\psi-2\psi'\sin\psi\sin\theta-2\theta'\psi'\sin\theta$$

$$\sigma=\frac{\varepsilon^2}{A_1}\sum_{k=0}^{\infty}\left(H_k\frac{\Omega_{0,1}}{\Omega_{k,1}}\right)^2$$

Введем следующие обозначения $\omega_3=\beta\omega_0$, $\psi=\pi+x_1$, $\theta=\pi/2+x_2$, $x_3=x_1'$, $x_4=x_2'$. В этих обозначениях частное решение системы (2.1):

$$x_1=x_2=x_3=x_4=0,\ \beta=\mathrm{const} \tag{2.2}$$

соответствует исследуемому движению упругой оболочки, а система уравнений (2.1) может быть записана в виде

$$\beta'=Z(x_1, x_2, x_3, x_4, \beta),\ x_1'=x_3,\ x_2'=x_4 \tag{2.3}$$
$$x_3'=p_{11}x_1+p_{12}x_2+p_{13}x_3+p_{14}x_4+X_1(x_1, x_2, x_3, x_4, \beta)$$
$$x_4'=p_{21}x_1+p_{22}x_2+p_{23}x_3+p_{24}x_4+X_2(x_1, x_2, x_3, x_4, \beta)$$

где Z, X_1, X_2 — аналитические функции переменных β, x_1, x_2, x_3, x_4 в некоторой не зависящей от времени окрестности, разложения которых по степеням этих переменных начинаются членами не ниже второго порядка. При этом выполняются соотношения $Z(0, 0, 0, 0, \beta)=X_i(0, 0, 0, 0, \beta)=0$ $(i=1, 2)$. Коэффициенты p_{ij} $(j=1, 2, 3, 4)$ имеют следующие значения

$$p_{11}=8\sigma\beta^3+\beta\varepsilon_1-2\beta+1,\ p_{12}=-8\sigma\chi b\omega_0\beta(2\beta^3+3\beta^2+6\beta+9)$$
$$p_{13}=-16\sigma\chi b\omega_0\beta(\beta^3+3\beta-3),\ p_{14}=-4\sigma\beta(2\beta^2+3)-\beta\varepsilon_1+2\beta-2$$
$$p_{21}=8\sigma\chi b\omega_0\beta^2(2\beta^2+3),\ p_{22}=4\sigma(2\beta^3+3\beta^2+6\beta+9)+\beta\varepsilon_1+3\varepsilon_1-2\beta-2$$
$$p_{23}=4\sigma\beta(2\beta^2+3)+\beta\varepsilon_1-2\beta+2,\ p_{24}=-8\sigma\chi b\omega_0(2\beta^4+3\beta^2+6\beta+9)$$

Примем движение, отвечающее решению (2.2), за невозмущенное и исследуем его устойчивость. По теореме Ляпунова — Малкина [8] решение (2.2) системы (2.3) устойчиво, если уравнение

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & 1 \\ p_{11} & p_{12} & p_{13}-\lambda & p_{14} \\ p_{21} & p_{23} & p_{23} & p_{24}-\lambda \end{vmatrix}=0 \tag{2.4}$$

имеет корни только с отрицательными вещественными частями. При этом всякое возмущенное движение, достаточно близкое к невозмущенному, стремится с неограниченным возрастанием времени к одному из установившихся движений однопараметрического семейства (2.2).

Определим область значений переменной β, в которой корни уравнения (2.4) имеют отрицательные вещественные части. Выпишем условия Рауса — Гурвица. Перепишем уравнение (2.4) в виде $c_0\lambda^4+c_1\lambda^3+c_2\lambda^2+c_3\lambda+c_4=0$. Тогда условия Рауса — Гурвица записываются в следующей форме [8]:

$$c_1=k_1(4\beta^4+9\beta^2+9)+o(\varepsilon^2)>0,\quad c_0=1$$

$$c_3=k_1(4\beta^4+6\beta^3+9\beta^2+18\beta-9)+o(\varepsilon^2)>0,\quad k_1=8b\omega_0\sigma>0$$

$$c_4=4\beta^2(1-\varepsilon_1)+\beta(2-7\varepsilon_1)-(2-3\varepsilon_1)+o(\varepsilon_1)>0$$

$$c_3(c_1c_2-c_0c_3)-c_4c_1^4=-18k_1^2(-8\beta^7+22\beta^6-34\beta^5+57\beta^4-66\beta^3+63\beta^2-72\beta+ +18)+o(\varepsilon^4)>0$$

Первое условие выполняется при любых вещественных β. С помощью ЭВМ можно проверить, что второе условие выполняется при $\beta<-1{,}9$ и $\beta>0{,}4$, третье — при $\beta<-1(1+\varepsilon_1)$ и $\beta>0{,}5(1+\varepsilon_1)$, четвертое — при $\beta>0{,}32$.

Следовательно, при $\beta>0{,}5(1+\varepsilon_1)$ корни уравнения (2.4) имеют отрицательные вещественные части и, следовательно, решение (2.2) устойчиво, а при $\beta<0{,}5(1+\varepsilon_1)$ неустойчиво.

Если бы оболочка была абсолютно твердым телом, то [9, 10] рассматриваемые установившиеся ее движения устойчивы при $\beta>0{,}5$ или $\beta<-1$ и неустойчивы при $-1<\beta<0{,}5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Santini P.* Stability of flexible spasecrafts // Acta astronaut. 1976. V. 3. № 9–10. P. 685–713.
2. *Маркеев А. П.* К динамике упругого тела в гравитационном поле // Космич. исследования. 1989. Т. 27. Вып. 2. С. 163–175.
3. *Kumar V. K., Banium P. M.* Motion of flexible shallow spherical shell in orbit // AIAA Journal. 1982. V. 20. № 8. P. 1113–1119.
4. *Докучаев Л. В.* Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987. 231 с.
5. Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник / Под ред. Биргера И. А., Пановко Я. Г. М.: Машиностроение, 1968. Т. 3. 567 с.
6. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
7. *Черноусько Ф. Л.* О движении твердого тела с упругими и диссипативными элементами // ПММ, 1978. Т. 42, Вып. 1. С. 34–42.
8. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966. 530 с.
9. *Черноусько Ф. Л.* Об устойчивости регулярной прецессии спутника // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 1. С. 155–157.
10. *Маркеев А. П.* Резонансные эффекты и устойчивость стационарных вращений спутника // Космич. исследования. 1967. Т. 5. № 3. С. 165–175.

Москва

Поступила в редакцию
19.IX.1990