

УДК 539.375

© 1991 г.

А. В. ТАЛОНОВ, Б. М. ТУЛИНОВ

СТРУКТУРА ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ РАЗРУШЕНИЯ В ХРУПКИХ ТЕЛАХ

При описании разрушения материалов под действием интенсивных импульсных нагрузок широко используется представление о мгновенном разрушении. При этом вводится понятие движущегося фронта разрушения, при переходе через который меняются скачком физические величины (плотность, скорость, напряжения) и механические свойства материалов [1–7]. В качестве дополнительных условий, определяющих положение фронта разрушения в [1–5] использовались различные макроскопические критерии разрушения (силовой, энергетический). В [6, 7] развит другой подход, основанный на рассмотрении разрушения как процесса роста отдельных трещин с некоторой предельной скоростью, определяющей скорость движения фронта разрушения. В этих работах для описания деформирования материала за фронтом разрушения применялись различные модели упругопластической или упругой среды с измененными модулями упругости по сравнению с исходным неразрушенным материалом.

В настоящей работе исследовано распространение плоской волны разрушения в хрупком материале на основе модели среды, ослабленной большим числом микротрещин. При этом не вводилось понятие фронта волны разрушения как поверхности разрыва, а рассмотрено развитие во времени процесса разрушения с учетом изменения деформационных свойств среды. Показано влияние кинетики развития трещиноватости на структуру волны разрушения.

1. Рассмотрим распространение плоской волны разрушения в упругой среде, ослабленной большим числом трещин, под действием интенсивной нагрузки. Введем декартову систему координат $OXYZ$ и будем считать, что волна распространяется вдоль оси OX . Уравнения непрерывности и движения, в случае когда среда перед волной разрушения покоится, имеют вид

$$\rho(D-v) = \rho_0 D, \quad p - \sigma_{33} = \rho Dv, \quad \sigma_{33} = \sigma_{xx} \quad (1.1)$$

где D — скорость фронта; v — массовая скорость за фронтом разрушения; ρ , σ_{ik} и ρ_0 , σ_{ik}^0 — плотность и напряжения за и перед фронтом разрушения. Уравнения (1.1) записаны для случая действия сжимающих напряжений $\sigma_{33} < \sigma_{22} = \sigma_{11} \leq 0$, $\sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 = \sigma_{33}^0 = -p$.

Для определения закона движения фронта волны разрушения систему уравнений (1.1) необходимо дополнить условием на фронте (например использовать критерий разрушения) и реологическими соотношениями для разрушенного и неразрушенного состояний материала.

Хрупкие материалы изначально ослаблены большим числом трещин, развитие которых в процессе нагружения приводит к изменению эффективных упругих модулей среды. В [8] была получена система уравнений, описывающая деформационные свойства трещиноватой среды для различных сложных траекторий нагружения, включая стадию допредельного разрушения, на основе модельных представлений о росте трещин в хрупком материале. Для задачи о распространении волны разрушения данная система уравнений может быть представлена в более простом виде, позволяющем получить ряд результатов в аналитической форме. Эти упро-

щения связаны со следующими соображениями. Во-первых, при нагружении среды в волне разрушения реализуется определенная траектория нагружения. Во-вторых, для напряжений, существенно превышающих порог начала роста трещин, система уравнений, представленная в [8], приобретает простой вид. Поэтому для анализа разрушения хрупкого материала в интенсивной волне предлагается аппроксимировать асимптотический вид уравнений, полученный для напряженного состояния существенно превышающего порог разрушения, на весь интервал напряжений.

С учетом изложенных выше замечаний уравнения для объемных и сдвиговых деформаций трещиноватой среды в сложноподвиженном состоянии представляются в виде:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^0 + B \frac{\tau_* (1 - \nu^2) (\Omega - \Omega_0)}{E(2 - \nu)(1 + I_1/p_0)}, \quad \gamma = \gamma_0 + A\Omega \frac{\tau_* (1 - \nu^2)}{E(2 - \nu)} H(\tau_*) \quad (1.2)$$

$$\tau_* = (I_2(1 + \mu^2))^{1/2} + 2\mu I_1, \quad \Omega_0 = Nl_0^3$$

где I_1 и I_2 — первый и второй инварианты тензора напряжений; E , ν — упругие модули сплошной линейно упругой среды; ε_v^0 , γ_0 — объемная и сдвиговая деформации упругой среды; Ω — степень трещиноватости среды; N — плотность трещин; l_0 — характерный размер исходных микротрещин в среде; A , B и p_0 — постоянные материала; $H(x)$ — единичная функция Хевисайда; μ — коэффициент трения между берегами трещин.

В уравнениях (1.2) предполагается, что во внешнем поле сжимающих напряжений берега трещин находятся в сомкнутом состоянии и характер взаимодействия берегов определяется законом сухого трения [9]. В связи с этим неупругие объемные деформации среды появляются на стадии разрушения. В процессе роста сдвиговых трещин в их концевых зонах появляются трещины отрыва, что приводит к неупругому увеличению объема хрупкого материала (допредельная дилатансия). Это явление описывается вторым слагаемым в выражении для объемной деформации среды.

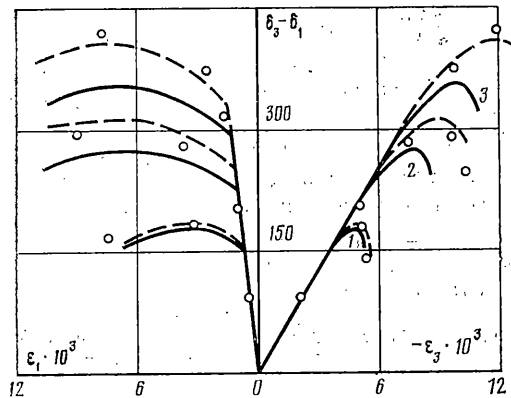
Разрушение хрупких материалов связано с ростом большого числа исходных микротрещин, их взаимодействием и последующим пересечением. Кинетика процесса хрупкого разрушения до момента множественного пересечения трещин ($\Omega \leq 1$) определяется в рамках предлагаемого подхода заданием закона изменения Ω в процессе нагружения. С помощью результатов, полученных в [8, 10] закон изменения степени трещиноватости среды, в предположении постоянства плотности микротрещин может быть записан в виде:

$$\Omega = \Omega_0 \left[1 + \nu_c \int_0^t (CK^n H(K - K_c) H(K_t - K) + H(K - K_t)) dt' \right]^3 \quad (1.3)$$

$$K = (\pi l_0)^{1/2} g(\Omega) (\Omega/\Omega_0)^{1/2} \tau_* \quad (1.4)$$

где K_c — критическое значение коэффициента интенсивности напряжений для продольного сдвига; K_t — порог разрушения с предельной скоростью роста трещин ν_c ; n и C — постоянные материала, определяемые из экспериментов по исследованию роста изолированных трещин [10].

При развитии трещиноватости в материале возникает необходимость учета взаимодействия между трещинами. Взаимодействие трещин может быть учтено через изменение поля напряжений в окрестности микротрещин [11]. В настоящей работе взаимодействие между трещинами предлагается учесть введением в соотношение для коэффициента интенсивности напряжений отдельной трещины K функции $g(\Omega)$, как следствие возрастания напряжений в окрестности трещин в процессе разрушения



Фиг. 1

«с ростом параметра Ω). Функция $g(\Omega)$ из физических соображений должна обладать следующими свойствами: монотонное возрастание с увеличением Ω ; при $\Omega \ll 1$: $g(\Omega) = 1 + \alpha\Omega + O(\Omega^2)$. Последнее условие связано с тем, что в приближении $\Omega \ll 1$ соотношение (1.4) должно переходить в известное выражение для коэффициента интенсивности напряжений «сдвиговой трещины» [11]. Всем этим условиям удовлетворяет функция $g(\Omega) = (1 - \Omega/\Omega_*)^{-1}$, где Ω_* — постоянная. Как показал анализ, проведенный в работе [12], подобный упрощенный подход (и в частности выбор вида функции $g(\Omega)$) позволяет с достаточной степенью точности описать деформационные свойства ряда хрупких материалов.

Система уравнений (1.2)–(1.4) полностью определяет реологию среды на стадии допредельного разрушения (до множественного пересечения трещин) и условие начала разрушения среды. По сравнению с системой уравнений, полученной в [8], данная система содержит дополнительный параметр Ω_* , определяющий переход к раздробленной среде.

Для проверки обоснованности применения упрощенной системы уравнений (1.2)–(1.4) при решении задачи о распространении волны разрушения был проведен расчет деформационных кривых для гранита в сложнапряженном состоянии. На фиг. 1 приведены результаты расчета с помощью уравнений (1.2)–(1.4) (сплошная линия); результаты расчета по полной системе уравнений, проведенного в [8], (штриховая линия), а также экспериментальные данные [13]. Расчет с помощью уравнений (1.2)–(1.4) проводился с теми же параметрами $A, B, \rho_0, \Omega_0, K_s, K_f, v_s$, которые были подобраны для гранита в [8] и при $\Omega_* = 1, n = 11$. На всех фигурах напряжения измеряются в МПа. На фиг. 1: 1 — $\sigma_1 = 0$, 2 — $\sigma_1 = 25$, 3 — $\sigma_1 = 50$.

Сравнение результатов расчета показывает, что система уравнений (1.2)–(1.4) достаточно хорошо описывает такие явления как неупругое увеличение объема хрупкого материала на стадии разрушения, увеличение предела прочности с увеличением скорости деформирования и бокового давления в сложнапряженном состоянии. Учет взаимодействия трещин с помощью функции $g(\Omega)$, а не на основе метода самосогласования [9], и аппроксимация асимптотического вида уравнений на всю область напряжений приводят к некоторому ухудшению согласия результатов расчета с экспериментом, но при этом деформационные уравнения приобретают более простой вид, по сравнению с общими уравнениями [8], при сохранении адекватности описания процесса допредельного разрушения хрупких материалов. Следует отметить, что дополнительный подбор параметров для уравнений (1.2)–(1.4) может улучшить точность описания деформационных свойств хрупких материалов.

2. Деформационные уравнения (1.2)–(1.4) учитывают развитие разрушения во времени, что позволяет рассматривать волну разрушения не как поверхность разрыва, а как слой конечной толщины, в котором величины ρ, v, σ_{ij}, D , входящие в уравнения (1.1), будут непрерывными функциями от координаты x . При этом сами уравнения (1.1) надо понимать не

в виде равенства потоков вещества и импульса по обе стороны разрыва, а в виде их постоянства вдоль всей толщины слоя.

Согласно уравнениям (1.2), если на стадии нагрузки выполняется условие $\tau_* \leq 0$, то деформации будут чисто упругими.

Рассмотрим случай $\tau_* > 0$. При условии $\tau_* < K_c \cdot g(\Omega_0) / \sqrt{\pi l_0}$ в среде будут возникать неупругие сдвиговые деформации, связанные с подвижкой берегов закрытых трещин во внешнем поле напряжений. При условии $\tau_* \geq K_c \cdot g(\Omega_0) / \sqrt{\pi l_0}$ в материале происходит рост сдвиговых трещин, сопровождаемый неупругим увеличением объема. Согласно уравнениям (1.2) плотность среды на стадии допредельного разрушения определяется следующим выражением:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{\sigma_3}{3E} (1-2\nu) (1+2z-3p) - \frac{3B(1-\nu^2)p_0\sigma_3(\Omega-\Omega_0)}{E(2-\nu)(3p_0+\sigma_3(1+2z))} q(z) \quad (2.1)$$

$$q(z) = \sqrt{1+\mu^2}(1-z) - 2\mu/3(1+2z), \quad z = \sigma_1/\sigma_3, \quad \sigma_1 = -\sigma_{11} = -\sigma_{22}, \quad \sigma_3 = -\sigma_{33}$$

В соотношении (2.1) также как и в [4], в качестве начального состояния выбрано состояние, соответствующее всестороннему сжатию среды давлением p (т. е. $\rho = \rho_0$ при $\sigma_{ik} = -p\delta_{ik}$).

Напряжение σ_1 в соотношении (2.1) определяется из условия непрерывности смещений в поперечном направлении к направлению движения плоской волны разрушения:

$$\nu - z(1-\nu) + \frac{1-\nu^2}{2-\nu} \left(\frac{Bp_0(\Omega-\Omega_0)}{3p_0+\sigma_3(1+2z)} - \frac{A}{3} \Omega \right) q(z) = -\frac{p}{\sigma_3} (1-2\nu) \quad (2.2)$$

Таким образом, соотношения (1.1), (1.3), (1.4), (2.1), (2.2) образуют замкнутую систему уравнений для определения структуры плоской волны разрушения в среде, ослабленной закрытыми трещинами.

Рассмотрим начальную стадию разрушения, для которой выполняется условие $\omega = (\Omega - \Omega_0) / \Omega_0 \ll 1$. При данном условии закон изменения степени трещиноватости (1.3), (1.4) может быть записан с точностью до членов ω^2 в виде

$$\frac{\Omega}{\Omega_0} = 1 + 3\nu C \int_0^t \left[\frac{\sqrt{\pi l_0} \sigma_3 q}{K_c} \right]^n dt' \quad (2.3)$$

Представляя функцию z в виде разложения в ряд по параметру ω и ограничиваясь членами первого порядка малости, выражение для скорости плоской волны разрушения запишем в виде:

$$D = [\rho_0^{-1} y^{-1} (1+y) (\sigma_3 - p)]^{1/2}, \quad y = (1-2\nu) E^{-1} [\sigma_3/3(1+2(z_0+z_1)) + 2p] + 3\sigma_3 E^{-1} (\nu - (1-\nu)(z_0+z_1)) - A\sigma_3\Omega_0 (q(z_0)(1+\omega) - z_1((1+\mu^2)^{1/2} + 4\mu/3)),$$

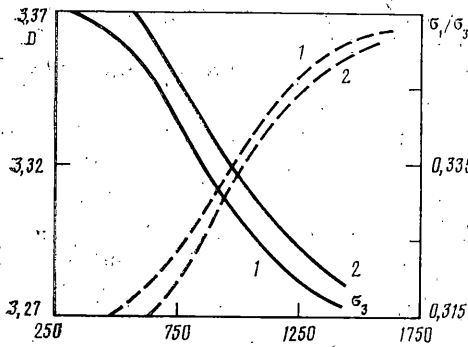
$$z_0 = \lambda^{-1} [3A\Omega_0(1+\mu^2)^{1/2} - 2A\mu\Omega_0 - 9p\sigma_3^{-1}(1-2\nu)]$$

$$z_1 = -3\omega\lambda^{-1} [3Bp_0(3p_0+\sigma_3(1+2z_0))^{-1} - A]$$

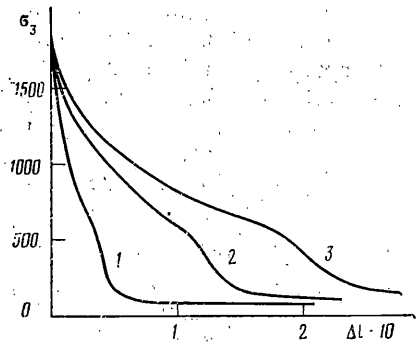
$$\lambda = 4A\mu\Omega_0 + 3A\Omega_0(1+\mu^2)^{1/2} - 9(1-\nu)$$

где ω определяется из выражения (2.3).

Анализ соотношения (2.4) показывает, что для любых положительных значений параметров A , B и C , а также для реальных значений параметров μ и ν ($0 \leq \mu \leq 1$, $0 \leq \nu < 0,5$) условие стационарности фронта разрушения не выполняется. То есть, имеет место неравенство $\partial D / \partial \sigma_3 < 0$ для любых $\sigma_3 > p$. Причем производная $\partial D / \partial \sigma_3$ сложным образом зависит от напряжения σ_3 . Однако при условии $\omega \ll 1$, для которого получено выражение (2.4), данная производная монотонно убывает с увеличением напряжения σ_3 . Таким образом, можно говорить о «расплывании» фронта волны разрушения в хрупком материале.



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 2 показаны результаты численного решения системы уравнений (1.1), (1.3), (1.4), (2.1), (2.2) для напряжений $\sigma_3 \geq K_c g(\Omega_0)/(q(z_0)(\pi l_0)^{1/2})$ и давлениях $p=5\text{ МПа}$ (1) и $p=7,5\text{ МПа}$ (2). Сплошной линией на фигуре показана зависимость скорости D (км/с) от напряжения σ_3 на момент остановки роста трещин, а штриховой — зависимость σ_1 от σ_3 . Как видно из рисунка, в случае $\omega \sim 1$, когда взаимодействие между трещинами начинает существенно оказывать влияние на деформационные свойства среды, зависимости скорости D и напряжения σ_1 от σ_3 становятся более слабыми по сравнению со случаем малого изменения степени трещиноватости среды $\omega \ll 1$. Однако, общие закономерности изменения скорости D и напряжения σ_1 при изменении напряжения σ_3 , полученные в случае $\omega \ll 1$, остаются в силе и для $\omega \sim 1$. При этом для напряжений σ_3 , при которых происходит значительное изменение степени трещиноватости среды скорость D очень слабо зависит от напряженного состояния и можно говорить о квазистационарных участках плоской волны разрушения в области высоких напряжений.

3. После множественного пересечения трещин ($\Omega \approx 1$) поведение среды в волне разрушения необходимо описывать уравнениями раздробленной породы [7].

Объемные деформации раздробленной породы определяются как ее упругой сжимаемостью, так и переупаковкой отдельных кусков:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{I_1}{v_{p0}^2} \right) - \Lambda \rho \left| \frac{d\gamma^c}{dt} \right| \quad (3.1)$$

где Λ — коэффициент дилатансии; $d\gamma^c/dt$ — скорость неупругого сдвига; v_{p0} — скорость распространения продольных упругих волн.

Уравнение (1.2) при $\Omega=1$, соответствующем переходу к раздробленной среде, должно переходить в уравнение (3.1). Поэтому из условия непрерывности плотности при переходе среды в раздробленное состояние может быть получено выражение для скорости неупругого сдвига:

$$\frac{d\gamma^c}{dt} = A \frac{1-v^2}{(2-v)E} \frac{d\tau_*}{dt} \quad (3.2)$$

в котором напряжение σ_1 , также как и в соотношении (2.1) для допредельного разрушения, определяется из условия непрерывности смещений перпендикулярных направлению движения плоской волны разрушения.

С помощью уравнений (1.1), (1.3), (1.4), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2) был проведен расчет изменения профиля плоской интенсивной волны напряжений в предварительно нагруженной упругой среде, ослабленной большим числом трещин. На фиг. 3 приведены профили (длина измеряется в метрах) волны напряжения σ_3 на моменты времени $t=3 \cdot 10^{-4}$ с (1), $t=9 \cdot 10^{-4}$ с (2), $t=1,5 \cdot 10^{-3}$ с (3) для давления $p=5$ МПа. Как видно из фигуры, ударная волна в хрупких средах имеет сложную структуру. Впереди распространяется волна упругого предвестника, движущегося со скоростью ϕ_{p0} и волна неупругих деформаций, предшествующих началу разрушения среды. Скорость распространения этой волны определяется из уравнения (2.4) при условии $\phi=0$.

Далее движется волна частичного разрушения, переходящая при интенсивных нагрузках в волну полного разрушения.

Отсутствие точек перегиба на профиле ударной волны при переходе среды от допредельного к полному разрушению связано с тем, что при сшивке решений в этих областях использовалось условие непрерывности как самой плотности среды, так и ее производной.

Следует отметить, что система уравнений, полученная в настоящей работе, может быть использована также и при описании самоподдерживающегося разрушения хрупких материалов [1].

Таким образом, в настоящей работе на основе модели среды с трещинами была решена задача о распространении плоской волны разрушения в хрупких материалах. Показано, что для хрупких сред возможно существование волны частичного разрушения, описание которой необходимо проводить с учетом кинетики процесса разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
2. Григорян С. С. О некоторых работах по разрушению хрупких тел в динамических условиях // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 1. С. 173-180.
3. Слепян Л. И. О моделях в теории волн хрупкого разрушения // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 1. С. 181-186.
4. Глушко А. И. К модели хрупкого разрушения горных пород // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 2. С. 159-163.
5. Христианович С. А., Салганик Р. Л. Внезапные выбросы угля (породы) и газа. Напряжения и деформации. М., 1980. 87 с. Препринт Ин-та пробл. механики № 153.
6. Николаевский В. Н. О динамике фронтов разрушения в хрупких телах // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 5. С. 106-115.
7. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра. 1984. 232 с.
8. Скрипка В. П., Талонов А. В., Тулинов Б. М. Деформационные свойства горных пород на стадии допредельного разрушения // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1989. № 5. С. 19-25.
9. Талонов А. В., Тулинов Б. М. Расчет упругих характеристик трещиноватых сред в сложнапряженном состоянии // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 2. С. 184-187.
10. Atkinson B. K. Subcritical crack propagation in rocks: theory, experimental results, and applications // J. Struct. Geol. 1984. V. 4. No. 1. P. 41-56.
11. Дыскин А. В. К расчету эффективных деформационных характеристик материала с трещинами // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 4. С. 130-135.
12. Талонов А. В., Тулинов Б. М. Кинетическая модель для расчета деформационных свойств хрупкой среды, включая стадию допредельного разрушения (на примере горных пород) // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1986. Т. 17. № 2. С. 152-159.
13. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра. 1985. 271 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.XI.1989