МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1991

УДК 531.8

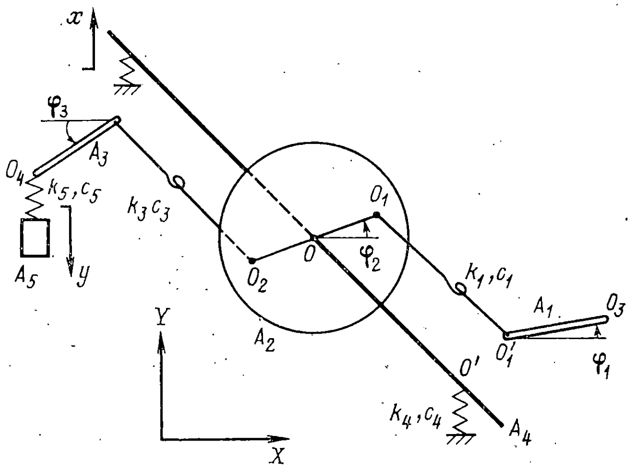
Л. Д. АКУЛЕНКО, С. К. КАУШИНИС, Г. В. КОСТИН

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРАВЛЯЕМЫХ ДВИЖЕНИЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВЫБОРКИ ИНФОРМАЦИИ

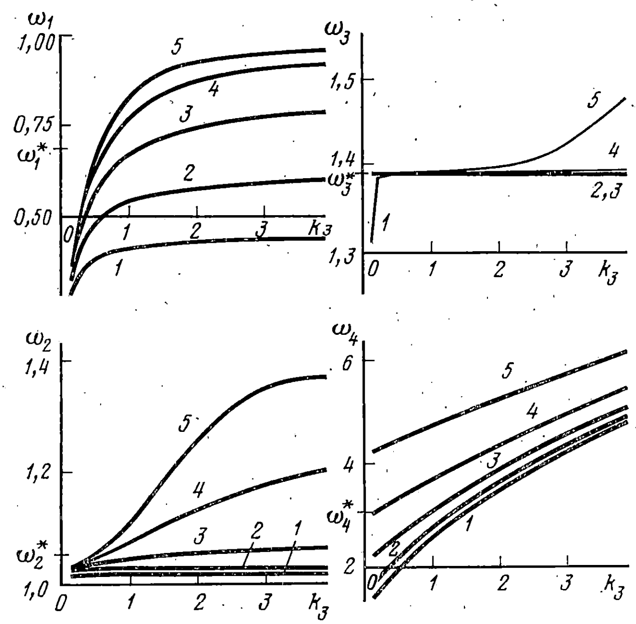
При теоретическом исследовании динамики сложных управляемых технических объектов с высокими показателями качества функционирования (например точности, быстродействия, энергозатрат и т. д.) часто необходимо учитывать упругую податливость конструкции и динамику управляющих систем. Стремление повысить эффективность устройства приводит к необходимости облегчения конструкции. Это в свою очередь приводит к увеличению влияния упругих колебаний и переходных процессов в приводах. Анализ таких систем проведен в [1, 2]. В работе рассматриваются плоские вращательные движения манипуляционной системы исполнительного устройства выборки информации для накопителя на жестких магнитных дисках. Электромеханическая модель включает упругую механическую часть и электропривод постоянного тока с подвижной катушкой. Управляющим воздействием является напряжение, подаваемое на активную обмотку электропривода. К этой системе предъявляются высокие требования точности позиционирования (отношение отклонения от заданного конечного положения к характерному перемещению не должно превышать $\varepsilon=3\cdot10^{-5}$) и к быстродействию. Постановка задачи управления близка к исследуемым в [3–6]. Анализируются частотные и амплитудно-частотные характеристики линейной электромеханической модели заданной конструкции исполнительного устройства [7]. Результаты этих исследований сравниваются с экспериментальными данными. С помощью численного интегрирования моделируется динамика управляемых движений системы. Для абсолютно жесткой модели даются оценки времени поворота системы на заданный угол и постоянных времени электромеханических и электромагнитных процессов в приводе.

1. Уравнения механической части исполнительного устройства. Предлагается электромеханическая линейная модель исполнительного устройства накопителя на магнитных дисках, управляемого электромагнитным приводом позиционирования с подвижной катушкой. Механическая часть модели показана на фиг. 1. Рассматриваются плоские вращательные движения системы. Абсолютно жесткий вал A_4 упруго закреплен в подшипниках и может без трения вращаться вокруг своей оси, расположенной перпендикулярно плоскости движения. Суммарный коэффициент упругости подшипников — k_4; а коэффициент демпфирования — c_4. На валу в точке O жестко закреплен диск A_2, масса которого равна m_2, а суммарный момент инерции относительно оси вала A_4 равен J_2. К диску в свою очередь упруго прикреплены два абсолютно жестких стержня A_1 и A_3 на расстояний l_2 и l_3 соответственно; l_1 и l_4 — длины стержней, m_1 и m_3 — массы, J_1 и J_3 — моменты инерции относительно центра масс, l_5 и l_6 — расстояние от точки закрепления до центра масс, k_1 и k_3 — угловые коэффициенты упругости, а c_1 и c_3 — коэффициенты демпфирования. В точке O_3 расположена магнитная катушка привода, а в точке O_4 упруго закреплена материальная точка A_5 массы m_5 (магнитная головка), которая может совершать упругие движения перпендикулярно оси стержня A_3.

Введем неподвижную систему координат OXY и два набора фазовых переменных. Первый из них (назовем его «абсолютным») состоит из угла



Фиг. 1



Фиг. 2

φ_1 полного поворота стержня A_1 относительно оси OX вокруг точки O_1'; угла поворота φ_2 вала A_4; полного угла поворота φ_3 стержня A_3, смещения x точки O относительно положения равновесия и абсолютного смещения y магнитной головки A_5 вдоль оси OY. Направления углов поворотов и смещений выбраны так, как показано на фиг. 1. Второй набор включает в себя следующие («относительные») переменные: φ_1', φ_2', φ_3', x' и y'. Связь между абсолютными и относительными переменными имеет следующий вид

$$x=x', \quad \varphi_2=\varphi_2', \quad \varphi_1=\varphi_1'+\varphi_2', \quad \varphi_3=\varphi_3'+\varphi_2' \qquad (1.1)$$

$$y=-x'+\varphi_2'(l_3+l_4)+\varphi_3' l_4+y'$$

Здесь y' — смещение магнитной головки A_5 относительно точки O_4 стержня A_3.

Кинетическая энергия системы может быть представлена в виде суммы

$$T=\sum_{i=1}^{4}T_i,\quad T_1=m_1(x^{\cdot}+l_2\varphi_2^{\cdot}+l_5\varphi_1^{\cdot})^2/2+J_1\varphi_2^{\cdot 2}/2 \tag{1.2}$$

$$T_2=m_2x^{\cdot 2}/2+J_2\varphi_2^{\cdot 2}/2$$

$$T_3=m_3(-x^{\cdot}+l_3\varphi_2^{\cdot}+l_6\varphi_3^{\cdot})^2/2+J_3\varphi_3^{\cdot 2}/2,\quad T_4=m_5y^{\cdot 2}/2$$

Потенциальная энергия упругих колебаний запишется следующим образом

$$U=k_1\varphi_1'^2/2+k_3\varphi_3'^2/2+k_4x'^2/2+k_5y'^2/2 \tag{1.3}$$

Матрица потенциальной энергии и матрица диссипации в относительных переменных соответственно имеют вид:

$$K=\mathrm{diag}\{k_1,\ 0,\ k_3,\ k_4,\ k_5\},\quad C=\mathrm{diag}\{c_1,\ 0,\ c_3,\ c_4,\ c_5\} \tag{1.4}$$

Выражая в (1.2) абсолютные переменные через относительные, получим матрицу кинетической энергии A размером 5×5.

Используемые системы координат включают как размерные, так и угловые переменные. Введем для удобства новую систему координат в виде

$$z=\|z_1,\ z_2,\ z_3,\ z_4,\ z_5\|^T=\|l_1\varphi_1',\ (l_3+l_4)\varphi_2',\ l_4\varphi_3',\ x,\ y\|^T \tag{1.5}$$

Соответственно изменяются матрицы кинетической и потенциальной энергии и матрица диссипации

$$A^*=\|a_{ij}^*\|,\ C^*=\|c_{ij}^*\delta_{ij}\|,\ K^*=\|k_{ij}^*\delta_{ij}\| \tag{1.6}$$

$$k_{11}^*=k_1/l_1^2,\ \ k_{22}^*=0,\ \ k_{33}^*=k_3/l_4^2,\ \ k_{44}^*=k_4,\ \ k_{55}^*=k_5$$

$$c_{11}^*=c_1/l_1^2,\ \ c_{22}^*=0,\ \ c_{33}^*=c_3/l_4^2,\ \ c_{44}^*=c_4,\ c_{55}^*=c_5$$

$$a_{11}^*=(m_1l_5^2+J_1)/l_1^2,\ \ a_{12}^*=(m_1l_5(l_2+l_5)+J_1)/l_1(l_3+l_4)$$

$$a_{13}^*=a_{15}^*=0,\ \ a_{14}^*=m_1l_5/l_1$$

$$a_{22}^*=(m_1(l_2+l_5)^2+m_3(l_3+l_6)^2+J_1+J_2+J_3)/(l_3+l_4)+m_5$$

$$a_{23}^*=(m_3l_6(l_3+l_6)+J_3)/l_4(l_3+l_4)+m_5$$

$$a_{24}^*=(m_1(l_2+l_3)-m_3(l_3+l_6))/(l_3+l_4)-m_5$$

$$a_{33}^*=(m_3l_6^2+m_5l_4^2+J_3)/l_4^2,\ \ a_{34}^*=-m_3l_6/l_4-m_5$$

$$a_{44}^*=m_1+m_2+m_3+m_5,\ \ a_{55}^*=-a_{45}^*=a_{25}^*=a_{35}^*=m_5,\ \ a_{ij}^*=o_{ji}^*$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, а $i,\ j=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$. В дальнейшем, для простоты звездочка опускается. Уравнение движения этой системы в линейном приближении (при малом отклонении от нулевого положения) запишется в виде

$$Az^{\cdot\cdot}+Cz^{\cdot}+Kz=Q \tag{1.7}$$

Здесь $Q=\|q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5\|^T$ — вектор обобщенных сил, действующих на систему (1.7).

2. Вывод уравнений движения полной электромеханической системы. Уравнения баланса токов в электроприводе имеют вид [8]

$$\begin{cases} L_{11}j_1^{\cdot}+L_{12}j_2^{\cdot}+r_1j_1+f(z_1^{\cdot}+z_2^{\cdot}(l_2+l_1)/(l_3+l_4)+z_4^{\cdot})=u \\ L_{21}j_1^{\cdot}+L_{22}j_2^{\cdot}+r_2j_2=0,\quad F=fj_1,\quad L_{12}=L_{21} \end{cases} \tag{2.1}$$

где j_1 — ток в первой цепи электропривода на которую подается напряжение u, r_1 — омическое сопротивление в этой цепи, f — коэффициент магнитного потока (f=const), j_2 — ток, а r_2 — сопротивление во второй, короткозамкнутой цепи, L_{11}, L_{22}, L_{12} — это индуктивность первой и второй цепи и коэффициент взаимоиндукции соответственно. Так как F — электромагнитная сила, действующая со стороны привода в точке O_3, из этого следует, что

$$Q=Q^*+Q',\ Q'=fj_1\|1,\ (l_1+l_2)/(l_3+l_4),\ 0,\ 1,\ 0\|^T \tag{2.2}$$

где Q' — вектор электромагнитных, а Q^* — вектор возмущающих внешних сил. В системе (1.7), (2.1), (2.2), задается также начальное состояние

$$z_i(t_0)=z_i^0,\quad z_i^{\cdot}|_{t=t_0}=z_i^{\cdot 0},\quad j_m(t_0)=j_m^0 \tag{2.3}$$

$$i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\quad m=1,\ 2$$

Напряжение u, подаваемое на подвижную магнитную катушку первой цепи, считается управляющим воздействием, на которое накладывается следующее ограничение по абсолютному значению

$$|u|\leqslant u_0 \tag{2.4}$$

3. Постановка задачи управления движением. Ставится задача перевода системы (1.7), (2.1), (2.2) из начального положения (2.3) в заданную окрестность Δ конечной фазовой точки

$$z_i(T)=z_i^T,\quad z_i^{\cdot}|_{t=T}=z_i^{\cdot T},\quad j_m(T)=j_m^T\quad (i=\overline{1,5},\ m=1,2) \tag{3.1}$$

за время $T<T'<+\infty$ и фиксации в этой окрестности произвольное время. При этом минимизируется некоторый функционал Θ. Обобщая все сказанное выше, можно записать

$$Az^{\cdot\cdot}+Cz^{\cdot}+Kz-P^Tj=Q^*,\quad Lj^{\cdot}+Rj+Pz^{\cdot}=ue \tag{3.2}$$

$$z_i|_{t=t_0,T}=z_i^{0,T},\quad z_i^{\cdot}|_{t=t_0,T}=z_i^{\cdot 0,T},\quad j_m|_{t=t_0,T}=j_m^{0,T}$$

$$|u|\leqslant u_0,\quad \xi(t)=\|z(t),\ z^{\cdot}(t),\ j(t)\|^T\in\Delta$$

$$\Theta[\xi,\ u,\ T]\to\min,\ e=\|1,\ 0\|^T,\ \xi^*=\|z^T,\ z^{\cdot T},\ j^T\|^T\in\Delta,\ t>T$$

$$R=\operatorname{diag}\{r_1,\ r_2\},\ j=\|j_1,\ j_2\|^T$$

$$L=\begin{Vmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22}\end{Vmatrix},\quad P=\begin{Vmatrix} f & f(l_1+l_2)/(l_3+l_4) & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{Vmatrix}$$

Решение данной задачи (3.2) для произвольных параметров, начальных и конечных условий построить не удается. Но рассматриваемая система имеет ряд существенных особенностей. Характерное время приведения системы в конечное положение много больше максимального периода собственных колебаний и времени переходных электромагнитных процессов в приводе. Амплитуда упругих колебаний много меньше величины транспортных перемещений механической части исполнительного устройства как целого, поэтому можно рассматривать упругие смещения как возмущения и применять асимптотические и приближенные методы для построения законов управления. Так как рассматриваемая модель является приближенной и значения параметров системы заданы с ограниченной точностью, а также из-за воздействия на систему неизвестных возмущающих сил и моментов, управление должно устойчиво (по отношению к внешним возмущениям и изменению параметров) за ограниченное время приводить систему в заданное положение. В реальном устройстве измеряются значения только некоторых переменных, поэтому система (1.7), (2.1), (2.2) не является наблюдаемой.

На практике часто возникает более простая задача перевода магнитной головки A_5 из начального положения покоя в конечное с заданной точностью за ограниченное время и удержание ее в этом положении. Можно записать, что

$$y(t_0)=y^0,\quad |y(t)-y^T|\leqslant\varepsilon,\quad t\geqslant T,\quad T\leqslant T',\quad |u|\leqslant u_0 \tag{3.3}$$

$$y=z_2+z_3-z_4+z_5$$

При этом предполагается гашение или невозбуждение упругих колебаний и токов в обмотках привода.

4. Частотный анализ системы. Для определения параметров конструкции (в данном случае коэффициентов жесткостей), а также для сравнения модели с экспериментальными результатами, необходимо исследовать частотные характеристики системы. Для этого рассмотрим механическую часть исполнительного устройства при отсутствии диссипации. Из (1.7) следует, что уравнение движения консервативной системы запишется в виде

$$Az^{\cdot\cdot}+Kz=Q \tag{4.1}$$

Все корни характеристического уравнения

$$\det(A^{-1}K-\omega^2E)=0 \tag{4.2}$$

имеют нулевую действительную часть. Так как система может свободно вращаться вокруг оси вала A_4, то два корня уравнения (4.2) являются нулевыми.

На фиг. 2 приведены результаты численных расчетов четырех ненулевых частот собственных колебаний системы (4.1). При заданной матрице кинетической энергии (1.8) и заданных коэффициентах жесткостей $k_1=k_1^0$, $k_4=k_4^0$ безразмерные частоты ω_m/ω_0 ($m=1, 2, 3, 4$, $\omega_1\leqslant\omega_2\leqslant\omega_3\leqslant\omega_4$) представлены как функции от безразмерного параметра k_3/k_3^0. Здесь k_j^0 — номинальные значения коэффициентов жесткости конструкции ($j=1, 3, 4, 5$), а ω^0 — характерная собственная частота

$$\omega^0=(k_3^0/(m_5+m_3l_6^2/l_4^2+J_3/l_4^2))^{1/2} \tag{4.3}$$

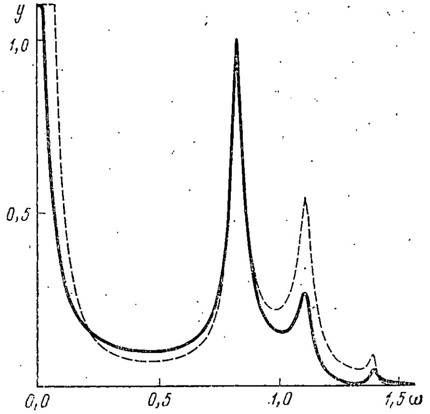
Для каждой частоты ω_m приведено пять графиков, соответствующих следующим значениям параметра k_5: $k_5^0/4$, $k_5^0/2$, k_5^0, $2k_5^0$ и $4k_5^0$. Соответственные кривые помечены цифрами 1, 2, 3, 4 и 5. На фиг. 2 также приведены экспериментальные значения собственных частот ω_m^* исполнительного устройства. Нетрудно заметить, что при номинальных значениях коэффициентов жесткости полученные частоты близки к реальным значениям $|(\omega_m^*-\omega_m)/\omega_m|\ll 1$, $m=1, 2, 3, 4$. Как видно из фиг. 2 при увеличении (уменьшении) любого коэффициента жесткости k_j все частоты ω_m монотонно увеличиваются (уменьшаются). При этом чувствительность различных частот к изменению коэффициента k_j зависит параметрически от значения всех коэффициентов k_j, $j=1, 3, 4, 5$.

5. Амплитудно-частотные характеристики электромеханической модели исполнительного устройства. Для сравнения модели с реальным устройством важно исследовать теоретические и экспериментальные амплитудно-частотные характеристики поведения системы. Их анализ помогает оценить точность модели и особенности ее поведения с учетом коэффициентов диссипации. Рассмотрим вначале поведение механической части исследуемой системы (1.7) при воздействии на нее обобщенных сил вида

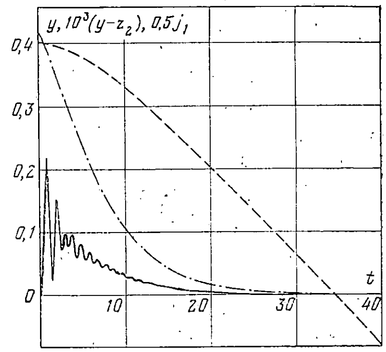
$$Q=de^{i\omega t} \tag{5.1}$$

где d вектор, компоненты которого постоянные действительные числа. Установившееся движение системы имеет вид

$$z=z'e^{i\omega t} \tag{5.2}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Здесь $z'=\|z_1', z_2', z_3', z_4', z_5'\|^T$ — комплексный вектор, а $|z_l'|$ — амплитуда установившихся колебаний l-й фазовой координаты. Полагая в векторе d все компоненты кроме j-го равными нулю, можно построить зависимость амплитуды $|z_l'|$ от ω при воздействии на j-й вход синусоидальной силы (5.1). В результате для (1.7) получим

$$(K-\omega^2 A+i\omega C)z'=d \tag{5.3}$$

Решая это уравнение, находим z':

$$z'=(K-\omega^2 A+i\omega C)^{-1}d \tag{5.4}$$

На фиг. 3 (штриховая линия) показана амплитудно-частотная характеристика для абсолютной координаты магнитной головки $y=z_2+z_3+z_4+z_5$ при воздействии на стержень A_1 силы вида (3.1) (d выбрано так, что амплитуда первого максимума равнялась единице). Введены новые безразмерные переменные

$$z^*=z/(l_3+l_4), \quad \omega^*=\omega/\omega^0 \tag{5.5}$$

В дальнейшем звездочка опускается.

Рассмотрим полную электромеханическую систему (1.7), (2.1). Запишем новые переменные для силы тока в уравнениях (1.7), (2.1) следующим образом

$$j_i'=r_1 j_i/u_0, \quad m=1,2 \tag{5.6}$$

и опустим штрихи. Тогда, подавая на систему (1.7), (2.1) воздействие вида (5.1), где d имеет соответствующую размерность, и вводя новый вектор

$$\eta=\|z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, j_1, j_2\|^T \tag{5.7}$$

получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$\left\| \begin{matrix} C'-\omega^2 A'+i\omega B' & -P' \\ P' & i\omega L'+R' \end{matrix} \right\| \eta=d, \quad R'=(u_0/r_1)R, \quad L'=(u_0/r_1)L \tag{5.8}$$

$$A'=(l_3+l_4)^{-1}A, \ C'=(l_3+l_4)^{-1}C, \ K'=(l_3+l_4)^{-1}K, \ P'=(u_0/r_1)P$$

Здесь матрицы A, C, K определены в (1.8), а L, R, P — в (3.2).

На фиг. 3 (сплошная линия) представлена зависимость амплитуды колебания y магнитной головки A_5 от частоты ω подаваемого напряжения u. Из графиков видно, что при включении в систему привода уменьшаются относительная амплитуда колебаний на более высоких частотах. Для предложенных параметров кривая, изображенная на фиг. 3, качественно отражает экспериментальные амплитудно-частотные характеристики системы. Это позволяет использовать выбранные параметры для дальнейшего теоретического исследования динамики исполнительного устройства.

6. Электромеханическая модель абсолютно жесткого исполнительного устройства. Для изучения транспортных движений устройства, а также для построения приближенных законов управления необходимо исследовать случай нулевой упругой податливости. Применяя затем к полной модели полученные результаты, можно оценить влияние упругости на поведение системы. Уравнение (1.7) механической части системы в предельном случае абсолютно жесткого тела ($k_i\to\infty$, $i=1, 3, 4, 5$) перейдет в следующее

$$J\varphi^{\cdot\cdot}=\Phi j_1,\ \Phi=f/(l_1+l_2) \tag{6.1}$$

$$J=J_1+J_2+J_3+m_1(l_2+l_5)^2+m_3(l_3+l_6)^2+m_5(l_3+l_4)^2$$

Здесь φ — угол поворота вала A_4, J — полный момент инерции относительно оси вала, Φ — угловой коэффициент магнитного потока.

Уравнения двигателя с учетом преобразования (5.6) запишутся в виде

$$\begin{cases} L_{11}{}^*j_1{}^{\cdot}+L_{12}{}^*j_2{}^{\cdot} = -j_1-\Phi\varphi^{\cdot}/u_0+u', \quad u'=u/u_0, \quad |u'|\leqslant 1 \\ L_{21}{}^*j_1{}^{\cdot}+L_{22}{}^*j_2{}^{\cdot} = -j_2, \quad L_{ij}{}^*=L_{ij}/r_i, \quad i,j=1,2 \end{cases} \tag{6.2}$$

Начальные условия задаются в форме

$$\varphi(t_0)=\varphi^0,\ \varphi^{\cdot}|_{t=t_0}=\dot{\varphi}^0,\ j_1(t_0)=j_1{}^0,\ j_2(t_0)=j_2{}^0 \tag{6.3}$$

Двигатель с подвижной магнитной катушкой имеет существенную особенность: корни характеристического уравнения для (6.2) сильно отличаются друг от друга (в типичных случаях на 2—3 порядка), а это в свою очередь сильно затрудняет расчеты. Для их разделения введем новую переменную

$$j=j_1+L_{22}{}^*/L_{21}{}^*j_2 \tag{6.4}$$

Выражая в (6.2) j_2 через j, получаем

$$\begin{cases} L'j_1{}^{\cdot} = -(1+\rho)j_1+\rho j-\Phi\varphi^{\cdot}/u_0+u', \quad \rho=L_{21}{}^{*2}/L_{22}{}^{*2} \\ L_{22}{}^*j^{\cdot} = -(j_1-j), \quad L'=L_{11}{}^*-L_{12}{}^{*2}/L_{22}{}^* \end{cases} \tag{6.5}$$

Если выполняется следующее условие

$$\tau_1\ll\tau_2\ll\tau_3,\quad \tau_1\equiv L'/(1+\rho),\quad \tau_2\equiv L_{22}{}^*,\quad \tau_3\equiv Jr_1/\Phi^2 \tag{6.6}$$

где τ_1 — характерное время изменения тока в первой цепи j_1, τ_2 — время переходных процессов в электроприводе, τ_3 — характерный интервал поворота системы (6.1), (6.5) на единичный угол, то в системе при старшей производной имеется малый параметр (сингулярно возмущенная система). Устремим L' к нулю, тогда уравнения (6.1), (6.5) перейдут в следующие

$$J\varphi^{\cdot\cdot}=\Phi j_1,\ \tau_2 j^{\cdot}=-(j_1-j),\ j_1=(-\rho j+\Phi\varphi^{\cdot}/u_0+u')/(1+\rho) \tag{6.7}$$

Оценим время T поворота системы (6.7) из состояния покоя на угол φ^* при постоянном приложенном напряжении $u=u_0$. Если выполняется условие (6.6), то можно при оценке T не учитывать электромагнитные переходные процессы в приводе. При $\tau_2\to 0$ уравнение (6.7) переходит в уравнение

$$Jr_1\varphi^{\cdot\cdot}+\Phi^2\varphi^{\cdot}-\Phi u_0 u'=0 \tag{6.8}$$

с начальными и конечными условиями и ограничениями на управление

$$\varphi(t_0)=\varphi^0,\ \varphi^{\cdot}|_{t=t_0}=0,\ \varphi(T)=\varphi^0+\varphi^*,\ |u'|\leqslant 1 \tag{6.9}$$

Решение уравнения (4.8) при учете (4.9) имеет вид

$$\varphi(t)=u_0/\Phi\,(t-(1-e^{-\nu t})/\nu),\quad \nu=\Phi^2/Jr_1 \tag{6.10}$$

Если $\varphi^* \gg u_0/\Phi\nu$, то $T \approx \Phi\varphi^*/u_0 + 1/\nu$, а если $\varphi^* \ll u_0/\Phi\nu$, то $T \approx \approx (2\Phi\varphi^*/(u_0\nu))^{1/2}$.

7. Численное моделирование динамики электромеханической системы. Методом Рунге – Кутта четвертого порядка с автоматическим выбором шага и контролем точности проинтегрирована система двенадцатого порядка (1.7), (2.1) с учетом замены переменных и времени (3.5), (3.6). При этом

$$z_2^0 = 0{,}4,\quad z_m^0 = \dot{z}_i^0 = j_1^0 = j_2^0 = 0,\quad m = 1,\ 3,\ 4,\ 5,\quad i = \overline{1,5},\quad u' = -1 \qquad (7.1)$$

На фиг. 4 показаны функции от времени абсолютного (пунктирная линия) и упругого (сплошная линия) смещения магнитной головки ($y = z_2 + z_3 - z_4 + z_5$ и $v = y - z_2$ соответственно). В момент времени $t_0 = 0$ на систему действует постоянное единичное напряжение. Изменение тока j_1 от времени показано штрихпунктирной линией. Из графиков видно, что в системе возникают колебательные движения с частотой низшей моды $\omega \sim \omega_0$. При этом $\max\{v\} \sim 10^{-3} \cdot \max\{y\}$. Время T, за которое система проходит через точку $y = 0$ приблизительно равно оцененному в предыдущей главе интервалу T. Это время много больше периода упругих колебаний и времени переходных процессов в электроприводе.

8. Краткие выводы. Из изложенного следует, что выбранная линейная модель с предложенными параметрами отражает в пределах некоторой точности амплитудно-частотные свойства и динамику заданной конструкции системы выборки информации.

Несмотря на то, что амплитуда колебаний магнитной головки мала по сравнению с характерными перемещениями системы, упругая податливость конструкции вследствие высоких требований к точности позиционирования магнитной головки вызывает существенное ухудшение качества функционирования системы. Предлагается либо уменьшить максимальное напряжение в цепи привода, что естественно вызовет увеличение времени поворота, либо применять «сглаженные» управления, которые в отличие от релейных вызывают меньшие упругие отклонения [9], либо техническими средствами увеличивать демпфирование в системе. Методы гашения упругих колебаний программными средствами [10] в данном случае трудно реализовать на практике из-за отсутствия полной информации о фазовом состоянии объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н.* Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 384 с.
2. *Акуленко Л. Д.* Асимптотические методы оптимального уравнения. М.: Наука, 1987. 368 с.
3. *Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н., Градецик 4 В. Г.* Манипуляционные работы. Динамика, управление, оптимизация. М.: Наука, 1989. 368 с.
4. *Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н.* Об управлении поворотом упругого звена манипулятора // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. 1984. № 1. С. 167–173.
5. *Акуленко Л. Д., Михайлов С. А.* Синтез управления вращениями упругого звена электромеханического манипуляционного робота // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. 1988. № 4. С. 33–41.
6. *Book W. J.* Analysis of massless elastic chains with servo controlled joints // Trans. ASME J. Dynamic Syst. Measur. and Control. 1979. V. 101. N 3. P. 187–192.
7. *Гантмахер Ф. Р.* Лекции по аналитической механике. М.: Наука, 1966. 300 с.
8. *Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С.* Теория автоматизированного электропривода. М.: Энергия, 1979. 616 с.
9. *Костин Г. В.* Динамика управляемых вращений нагруженного упругого звена в манипуляционной системе с электромеханическим приводом // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. 1989. № 6. С. 130–138.
10. *Формальский А. М., Лавровский Э. К.* Стабилизация заданной позиции упругого стержня // ППМ. 1989. Т. 53. Вып. 5. С. 752–760.

Москва

Поступила в редакцию
27.VI.1990