

Ю. В. ПЫЛЬНЕВ, Ю. В. РАЗУМЕЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ ГЛУБОКОПОГРУЖЕННОГО ПОПЛАВКА СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ В ОДНОРОДНОЙ И СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Излагаются результаты сравнительных экспериментальных исследований затухающих вертикальных колебаний тонких цилиндрических поплавков с экспоненциальной образующей в однородной жидкости, а также на границе пресной и соленой воды с перепадом плотности до 40–50 кг/м³. Дается описание специальной экспериментальной установки и методики эксперимента. Главная его особенность — стремление обеспечить для сравниваемых опытов одинаковое начальное отклонение и частоту колебаний или коэффициент восстанавливающей силы поплавков в однородной и стратифицированной жидкости. Результаты эксперимента сопоставляются с теоретическим решением задачи колебаний тех же поплавков на границе раздела идеальных жидкостей разной плотности [1], [2]. Дается оценка влияния вязкости, частоты, начальной амплитуды и стратификации на коэффициенты присоединенных масс и демпфирования.

1. Постановка задачи. В [1] получено теоретическое решение задачи затухающих колебаний поплавков, образующая которых задана в форме экспоненты $x = \pm ae^{-\mu|y|}$ (фиг. 1). Поплавки симметричны относительно плоскостей $x=0$ и $y=0$ и статически уравновешены на границе раздела 2-х жидкостей плотностью $\rho_1 < \rho_2$. Поплавки полагаются «тонкими» $a \ll h$, жидкость невязкой, а длина l достаточной, чтобы пренебречь концевыми эффектами. Считается, что при отклонении поплавок от статического равновесия, последующие колебания происходят только за счет изменения архимедовых сил и излучения внутренних волн на границе раздела. При этих предположениях в [1] получен закон затухающих вертикальных колебаний $s(t)$ поплавок в виде решения интегродифференциального уравнения

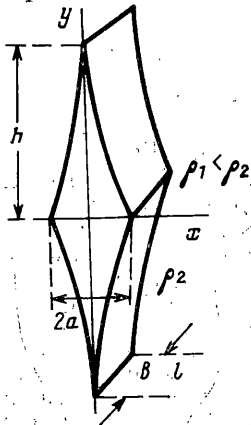
$$s'' + \Omega^2 s = - \frac{4g\Delta\rho}{M_0 + M_*} \int_0^t K(t-\tau) s'(\tau) d\tau$$

где $s(0) = s_0$, $s'(0) = 0$ — начальные условия колебаний, $M_0 = M/l$ и $M_* = \lambda/l$ — масса присоединенная масса поплавок, приходящаяся на единицу его длины l , $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ — разность плотностей нижней и верхней жидкости. $K(t-\tau)$ — ядро интегрального оператора, для которого в [1] получено явное выражение и которому в последующем придана табулированная форма; $\Omega^2 = \mu g \Delta\rho / (\rho_1 + \rho_2) (1 + a\mu/2l)$ — квадрат частоты собственных колебаний поплавок под действием архимедовых и инерционных сил, последние включают массу и присоединенную массу, которая учтена коэффициентом $a\mu/2l$.

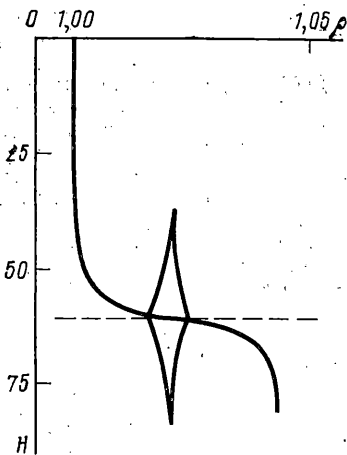
Вид переходного процесса для такого поплавок найден для разных $\mu = a\mu$ в функции безразмерного времени $\tau = [(g\mu\Delta\rho t) / (\rho_1 + \rho_2)]^{1/2}$. В [2] проведен численный эксперимент и установлены основные закономерности этого идеализированного затухающего переходного процесса, происходящего без учета сил вязкости. Естественно было поставить физический эксперимент и оценить степень адекватности модели [1] и [2] реальным процессам качки поплавков той же формы в реальной стратифицированной жидкости и одновременно ответить на ряд других вопросов.

Основные задачи данной работы: провести опыты по затухающей качке поплавков двух различных параметров $a\mu \approx 0,1$ и $a\mu \approx 0,15$ в стратифицированной жидкости под действием архимедовых сил и на упругих элементах разной жесткости с вариацией частоты и начальной амплитуды; провести аналогичные опыты в однородной жидкости в условиях возможного равенства частот или упругости подвески поплавков; выделить долю влияния стратификации и сопоставить с данными численного анализа [2]; исследовать зависимость коэффициентов демпфирования и присоединенной массы от частоты, начальной амплитуды и вида стратификации.

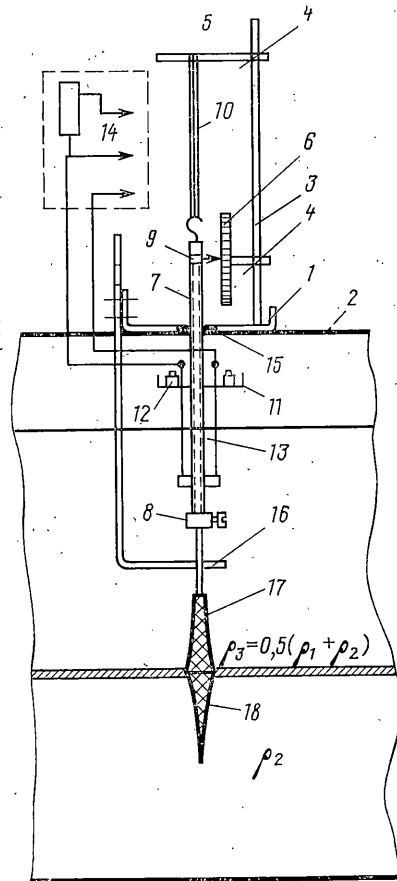
2. Экспериментальная установка. Эксперименты проводились на специальной установке [3], состоявшей устройстве вертикальной качки (УВК) с двумя рядом расположенными гидрлотками размерами $4 \times 1 \times 1,1$ м, в одном из которых создавалась двухслойная среда на основе раствора NaCl. Общий вид УВК показан на фиг. 2. Его основными элементами являются: станина 1, которая устанавливается на стенку 2 гидрлотка, вертикальный шток 3 и перемещающаяся по нему на штативном зажиме 4 горизонтальная штанга 5, шкала 6, выполненная с возможностью перемещения вдоль штока, державка 7 с телескопическим узлом 8 и стрелкой 9, которая



Фиг. 1



Фиг. 3

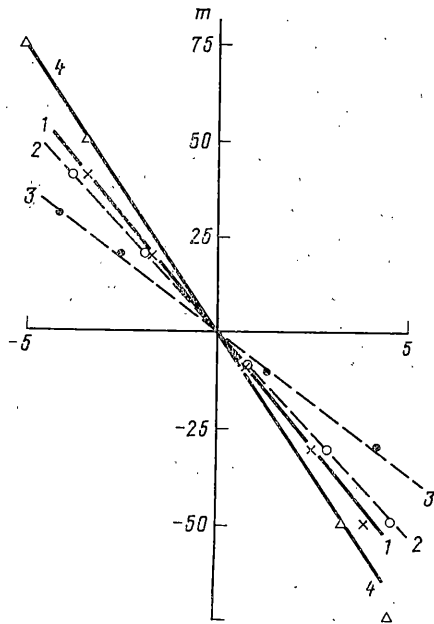


Фиг. 2

через систему кордовых резинок 10 подсоединяется к горизонтальной штанге, чашка 11 для тарировочных грузов 12, две струны 13, пересекающие свободную поверхность, включенные в полумостовую схему усилителя, работающего на частоте примерно 10 кГц и выполняющие роль датчика вертикальных перемещений. Державка (ее масса около 185 г) легко движется в двух фторопластовых втулках. К хвостовику 17 телескопического штока подсоединяется на резьбе поплавок 18. Для свободной качки поплавков в стратифицированной жидкости на собственной частоте был дополнительно изготовлен облегченный датчик вертикальных перемещений с двумя струнами — электродами и чашкой для тарировочных грузов. Его масса 20 г.

Поплавки 1 и 2 имеют следующие параметры (см. фиг. 1): $2a_1=6$ см, $h_1=28,5$ см, $l_1=18$ см, $\mu_1=0,049$ см⁻¹ ($a_1\mu_1\approx 0,15$), объем $V_1=3315$ см³ и масса $m_1=3350$ г и $2a_2=3,15$ см, $h_2=22,4$ см, $l_2=18$ см, $\mu_2=0,06$ см⁻¹ ($a_2\mu_2\approx 0,10$), объем $V_2=1389$ см³ и масса $m_2=1400$ г. Поплавки изготовлены из твердого пенопласта и статически уравновешены с облегченным датчиком вертикальных перемещений для плавания посередине слоя скачка плотности с $\Delta\rho\approx 0,045$ г/см³ в устойчивом вертикальном положении. Для этого в нижнюю половину поплавков заложен свинцовый балласт. В верхней части поплавков вмонтирована втулка с резьбой для соединения с хвостовиком 17. Поверхность поплавков покрыта воском и заглажена.

Было проведено три серии экспериментов: в стратифицированном гидролотке на границе раздела на частоте собственных колебаний поплавков (с облегченным датчиком), при этом на границе раздела поплавок уравновешивались с помощью небольшого балласта в чашке; в стратифицированном гидролотке на достаточно резкой границе на двух-трех и пяти — семи резонансах с вариацией частоты и начальной амплитуды; в гидролотке с пресной водой на глубине около 50 см от поверхности,



Фиг. 4

при этом ставилась задача за счет вариации резинок добиться равенства частот или коэффициента восстанавливающей силы.

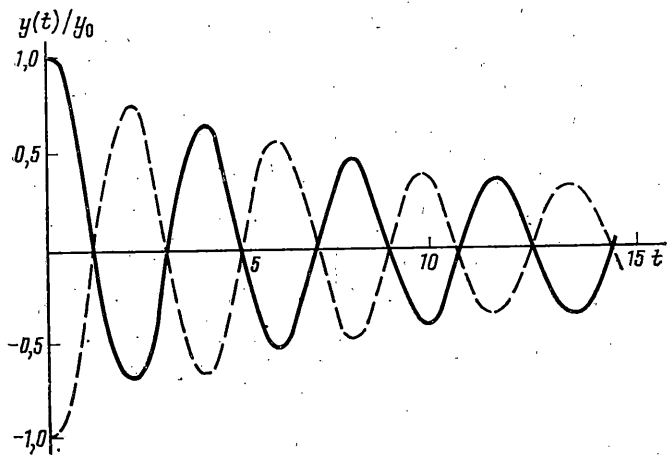
Методика эксперимента. В стратифицированной гидротопке вначале снимался гидрологический разрез, определялась условная ось скачка плотности (ССП), и поплавок при заданном количестве резинок с помощью тарировочных грузов в чашке и перемещения горизонтальной штанги уравнивался на оси СПП. Конкретный разрез плотности и положение поплавка перед опытом показаны на фиг. 3. Опыты на СПП проводились с поплавком 1 без резинок и на двух, трех, пяти и семи резинках. Перед каждым опытом проводилась тарировка упругой подвески. Для последней в чашку добавлялись тарировочные грузы и снимались первоначально в ней находившиеся и фиксировались статические перемещения поплавка относительно положения равновесия. По ним определялся коэффициент восстанавливающей силы $\partial R/\partial y = g\Delta m_2/\Delta y$ дин/см. Совершенно аналогично эти операции совершались в однородной жидкости. Типовые грузовые тарировки нескольких опытов показаны на фиг. 4. В достаточно широкой области перемещений $|y_0| \leq 5$ см зависимость $R(y)$ линейна как для однородной, так и для стратифицированной жидкости. Это объясняется удачной формой поплавков, предложенных в [1], ибо $R(y)$ в стратифицированной жидкости определяется как жесткостью подвески, так и изменением остаточной плавучести поплавка при его вертикальных перемещениях.

Опыты по качке проводились при начальных отклонениях $y_0 \approx \pm 5$ и $\pm 8-9$ см. На осциллографе записывалось не менее четырех полных колебаний. Обычно до полной остановки поплавки успевали сделать 8-10 колебаний. Образцы затухающих колебаний в относительных единицах, но в размерном времени показаны на фиг. 5-7.

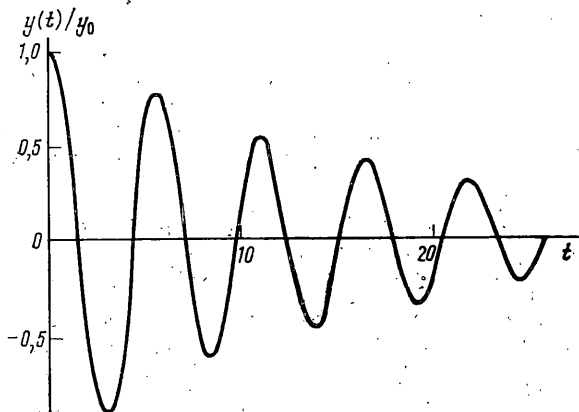
На фиг. 5 дано сравнение $y(t)/y_0$ для поплавка 1 в однородной (сплошная линия) и стратифицированной жидкости (пунктирная линия) при одинаковых начальных отклонениях $y_0 = 5$ см и $y_0 = -5$ см, специально подобранных одинаковых жесткостях подвески и практически одинаковых периодах.

В стратифицированной жидкости на 2-х резинках $\partial R/\partial y \approx 10000$ дин/см, период $T = 4,05$ с, в однородной жидкости величина $\partial R/\partial y \approx 9940$ дин/см достигалась уже на 3-х резинках. Период здесь также 4,05 с. Характер переходного процесса во многом сходен. На фиг. 6 показана свободная качка поплавка 1 без резинок под действием только восстанавливающей силы от стратификации. В этом опыте при $\partial R/\partial y \approx 5160$ дин/см получен период $T = 5,65$ с. В однородной жидкости на 2-х резинках при $\partial R/\partial y = 5900$ дин/см получен период 5,2 с. На фиг. 7 показана качка поплавок 2 на слое скачка на 2-х резинках при $y_0 = 9,4$ см (сплошная линия), на 5 резинках при $y_0 = 8$ см (штрих-пунктир) и на 5 резинках при $y_0 = -9,2$ см (пунктир).

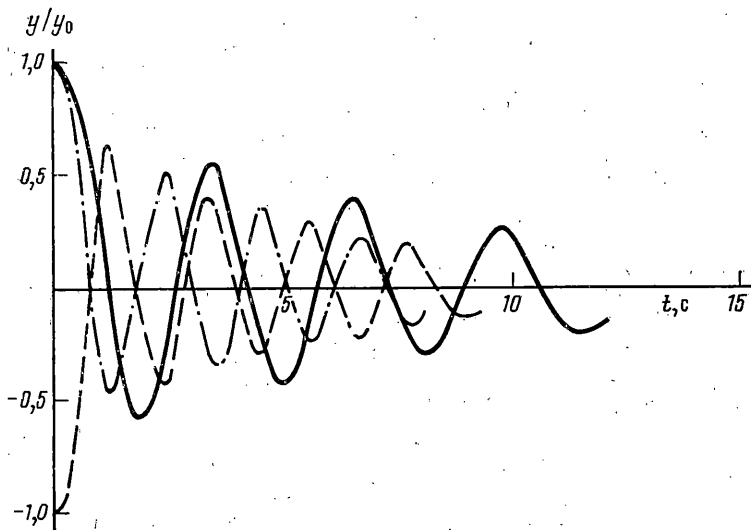
3. Качественный анализ результатов. Характер переходного процесса затухающей качки поплавков в однородной и стратифицированной жидкости позволяет указать ряд общих и отличительных признаков этих процессов.



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

Первые полупериоды у всех затухающих переходных процессов на 5–7% больше, чем последующие. Аналогичное свойство колебаний наблюдалось и в экспериментах с поплавками других форм¹. Для стратифицированной жидкости это качественно согласуется с результатами [2]. Но это свойственно и качке тел в однородной жидкости. Когда модель отпускается, она 0,2–0,4 с как бы зависает, медленно разгоняясь. За счет этого и весь первый период T_1 больше последующих. Например, при качке поплавок 1 на двух резинках в однородной жидкости $T_1=4,00$ с, а $T_2=3,90$ с, в стратифицированной жидкости на двух резинках $T_1=4,05$, $T_2=3,80$ с, а вообще без резинок $T_1=5,6$ с, $T_2=5,4$ с. Для поплавок 2 на двух резинках $T_1=3,3$ с, $T_2=3,1$ с.

При малых начальных отклонениях $|y_0| < 1,5$ а переходные процессы в однородной и стратифицированной жидкостях при $\partial R/\partial y \approx \text{const}$ практически не различаются. Если сравнивать переходные процессы фиг. 5 для однородной и стратифицированной жидкостей для сравнительно небольших $y_0/a=1,66$, то можно заметить, что на первом полупериоде в стратифицированной жидкости магнитуа составляет 0,7 от начальной, а в однородной – 0,75, на втором полупериоде соотношение между ними уже 0,64 и 0,68, после двух полных колебаний процессы практически одинаковы. Это означает, что при малых возмущениях в стратифицированной жидкости не развигается заметных внутренних волн (ВВ), и в колебательном процессе поплавок преобладают инерционные и вязкие компоненты, свойственные однородной жидкости.

Влияние стратификации начинает заметно проявляться при $|y_0| > 2a$. Уже с первого размаха отклоненный поплавок отдает энергию на излучение ВВ. Эти волны отчетливо наблюдались в эксперименте, т. к. граница раздела подкрашивалась фиолетовыми чернилами. И сразу же излученные ВВ подпитывают последующие колебания поплавок, частично отдавая ему взятую энергию. За счет этого затухание колебаний поплавок замедляется. Примером могут служить переходные процессы поплавок 2, показанные на фиг. 7. Поплавок, подвешенный на двух кордовых резинках и отклоненный вверх, погружается в более тяжелую жидкость ($\Delta\rho=0,045$ г/см³) на 0,57 y_0 , а затем выбрасывается ею вверх на величину 0,55 y_0 , т. е. почти без уменьшения магнитуа. В последующем затухание происходит по экспоненциальному закону, однако с меньшей интенсивностью, чем на той же частоте в однородной жидкости. Причина этого – подпитка качки излученными ВВ. За счет этого поплавок совершают так много колебаний. При этом в стратифицированной жидкости имеется некоторое отличие в характере первых трех магнитуд при $y_0 > 0$ и $y_0 < 0$.

Сопоставление свободной качки поплавок 1 в стратифицированной жидкости (без резинок) (фиг. 6) с расчетной кривой [2] качки такого же поплавок в невязкой стратифицированной жидкости для того же значения $\Delta\rho=0,046$ г/см³ показывает, что в общих чертах имеет место согласие теории и эксперимента. Расчетный период для $\mu=0,15$ составляет около 6 с, в эксперименте он равен 5,6 с, однако степень затухания в эксперименте почти вдвое меньше, чем это определяется теоретическим решением [2]. Здесь нужно отметить, что в реальном эксперименте не было чисто двухслойной среды, имел место размытый слой толщиной около 4–8 см. Кроме того, все решения в [1] получены для бесконечно малых отклонений поплавок. В эксперименте отклонения были конечными и не всегда удовлетворяли условию малости.

4. Идентификация переходного процесса и оценка коэффициентов присоединенной инерционности и демпфирования. Характер переходных процессов давал основания применять для их идентификации линейные уравнения второго порядка, но с коэффициентами, зависящими от начальных отклонений и фазы переходного процесса. На возможность аппроксимации переходных процессов качки поплавок в стратифицированной жидкости уравнением колебательного звена при большом t указано и в [2]. Для условий эксперимента это уравнение имеет вид

$$(m_0 + m_1 + m_2 + \lambda_{22}') y'' + N_y y' + y \partial R/\partial y = 0; \quad y(0) = y_0, \quad y'(0) = 0 \quad (4)$$

где m_0 , m_1 , m_2 – массы поплавок, державки, тарировочных грузов; N_y – коэффициент демпфирования; $\partial R/\partial y$ – коэффициент восстанавливающей силы упругой подвески и стратификации; λ_{22}' – присоединенная инерционность колеблющейся системы. Уравнение (4) может быть приведено к стандартному виду $y'' + 2\Gamma_y y' + n_y^2 y = 0$, $y(0) = y_0$, $y'(0) = 0$, где $\Gamma_y = \frac{1}{2} N_y / (m_0 + m_1 + m_2)$ – коэффициент относительного демпфирования; $n_y^2 = (\partial R/\partial y) / (m_0 + m_1 + m_2)$ – квадрат частоты незатухающих колебаний.

Для определения Γ_y с кривой затухающего переходного процесса снимались магнитуа y_h и соответствующие им времена t_h через полупериод и строились зависимости натурального логарифма отношения начального размаха к последующим для

¹ Разумеев Ю. В., Червяков А. Н., Болдырев В. Н. Экспериментальное определение коэффициентов демпфирования и присоединенных инерций цилиндров и тел вращения в однородной и стратифицированной жидкости методом затухающей качки // Тез. докл. Всесоюз. научно-техн. конф., посвященной 125-летию со дня рождения А. Н. Крылова. Л.: Судостроение, 1988. С. 131.

первого и последующих полупериодов. На фиг. 8 и 9 по оси ординат отложен $\ln(|y_0| + |y_{0,5}|) / (|y_k| + |y_{k+1}|) = A$, по оси абсцисс — время t . На фиг. 8 приведены параметры качки поплавок 1 и 2 на двух резинках на границе раздела, а на фиг. 9 — на трех резинках в однородной жидкости. На фиг. 8 для поплавка 1 темные треугольники соответствуют $y_0 = 5$ см, а светлые — $y_0 = -5$ см; темные квадраты соответствуют $y_0 = -8,6$ см, штрих-пунктиром проведены аппроксимирующие эти точки прямые. Для этого поплавка первый полупериод $T_1 = 4,05$ и $r_y = 0,095$, последующие полупериоды $T_2 = 3,8$ с и $r_y = 0,078$. Для поплавка 2 темные точки соответствуют $y_0 = 9,4$ см, а светлые — $y_0 = -8,1$ см, по точкам проведены штриховые прямые. Для этого поплавка первый полупериод $T_1 = 3,4$ с и $r_y = 0,16$, последующие полупериоды $T_2 = 3,1$ с и $r_y = 0,11$.

На фиг. 9 штрих-пунктирные линии относятся к поплавку 1, а штриховые — к поплавку 2. Для поплавка 1 темные точки соответствуют $y_0 = 4,9$ см, светлые — $y_0 = -4,9$ см, темные треугольники соответствуют $y_0 = 8,0$ см, при этом $T_1 = 4,05$ с и $r_y = 0,12$, а $T_2 = 3,9$ с, $r_y = 0,084$. Соответственно для поплавка 2 темные точки соответствуют $y_0 = 5,2$ см, светлые — $y_0 = -4,8$ см, темные треугольники соответствуют $y_0 = 8,5$ см и светлые — $y_0 = -7,2$ см. Для поплавка 2 на первом полупериоде $T_1 = 3,0$ с и $r = 0,2$, а на последующих — $T_2 = 2,8$ с, $r = 0,125$.

Предложенный алгоритм обработки данных эксперимента эквивалентен традиционным $\ln|y_k|/|y_{k+1}| - t$, однако, имеет преимущество в том, что позволяет нейтрализовать дрейф нуля и получать осредненный r_y , используя все множество точек нескольких затухающих процессов.

Обработка результатов эксперимента показала, что при $|y_0| < 1,5$ а вся совокупность точек, укладывается на одну прямую, выходящую из начала координат. Это свидетельствует о линейной зависимости сопротивления от скорости. При получении r_y использовались y_k и t_k нескольких опытов на одной и той же частоте с близкими начальными условиями, для них определялось среднее $y_0 = n^{-1} \sum |y_{i0}|$ и условное среднее $y_0' = 1/2n^{-1} \sum (|y_{i0}| + |y_{i0,5}|)$, где $y_{i0,5}$ — магнитуды на первом полупериоде i -го опыта. При $|y_0| > 2a$ начинает ощущаться зависимость $y(t)$ от величины, а в стратификации — и от знака начального отклонения. Но при этом просматривается следующая закономерность: на первых одном-двух размахах крутизна затухания $y(t)$ больше, а когда $y(t)$ входит в зону (1,2–1,5) a , наклон прямой уменьшается до наклона, свойственного диапазону $|y_0| \leq 1,5 a$. Поэтому весь процесс можно разбить на два участка: начальный, включающий один-два размаха, и участок развитых колебаний. Для них характерны $T_1 > T_2$ и $r_{1y} > r_{2y}$. Методами стыковки на конце интервала T_1 можно описать весь процесс $y(t)$. Если ввести частоты $\sigma_1 = 2\pi/T_1$ и $\sigma_2 = 2\pi/T_2$, соответствующие им y_0 и y_0' , также Γ_{1y} и Γ_{2y} , то затухающий процесс можно идентифицировать выражением

$$y(t) = y_0 e^{-\Gamma_{1y} t} \left(\cos \sigma_1 t + \frac{\Gamma_{1y}}{\sigma_1} \sin \sigma_1 t \right) e^{-\Gamma_{2y} \tau} \left(\cos \sigma_2 \tau + \frac{\Gamma_{2y}}{\sigma_2} \sin \sigma_2 \tau \right) \quad (2)$$

при $t < T_1$ $\tau = 0$, $t = t_1$; при $t > T_1$ $t_1 = T_1$, $\tau = t - T_1$.

Использование его показывает, что при больших $|y_0| > 3a$ линейное представление начального участка с Γ_{1y} , определенным через размахи, дает на первой магнитуде погрешность до 20%. Обусловлено это двумя причинами: во-первых, демпфирование на участке носит нелинейный характер (во всяком случае в начальный момент), а во-вторых, при $t \approx T_{0,5}$ обычно происходит излом аппроксимирующей прямой (см. фиг. 8 и 9). Поэтому для начального интервала условный коэффициент демпфирования в однородной жидкости рекомендуется определять по формуле

$$\Gamma_{1y} = 2 \ln \frac{|y_0^+| + |y_0^-|}{|y_{0,5}^+| + |y_{0,5}^-|} : (T_{0,5}^+ + T_{0,5}^-)$$

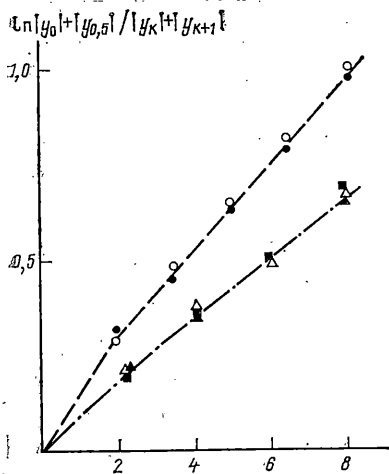
где y_0^+ и y_0^- — положительное и отрицательное начальное отклонение; $y_{0,5}^+$ и $y_{0,5}^-$ —

соответствующие им первые магнитуды; $T_{0,5}^+$ и $T_{0,5}^-$ — первые полупериоды колеба-

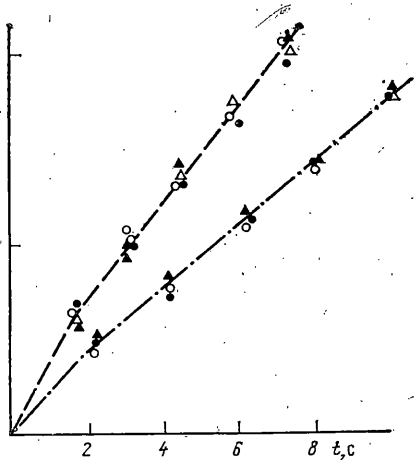
ний. Использование положительных и отрицательных начальных отклонений позволяет исключить статическую ошибку и смещение нуля.

Для стратифицированной жидкости, в которой знак начального отклонения имеет значение, Γ_{1y} целесообразно определять отдельно по формулам

$$\Gamma_{1y}^+ = \ln \frac{y_0^+}{|y_{0,5}^+|} : T_{0,5}^+, \quad \Gamma_{1y}^- = \ln \frac{|y_0^-|}{y_{0,5}^-} : T_{0,5}^- \quad (3)$$



Фиг. 8



Фиг. 9

Для примера на фиг. 10 показан переходный процесс, рассчитанный по формуле (2) (штриховая кривая) с Γ_{1y}^+ , определенным по формуле (3) в сопоставлении с реальным опытом качки поплавка 2 на двух резинках при $y_0=9,4$ см (сплошная кривая). Согласие с экспериментом можно считать вполне удовлетворительным, однако для начального интервала требуется более качественное нелинейное представление демпфирования. Возможен и другой путь — введение для начального интервала «чистого запаздывания» $\Delta T = T_1 - T_2$ при одной и той же частоте $\sigma_1 = \sigma_2 = 2\pi/T_2$. Из фиг. 10 видно, что, если сместить расчетную кривую начального участка вправо на 0,2 с, она практически сольется с экспериментальной. С использованием этого смещения можно кусочно-линейными дифференциальными уравнениями описать достаточно сложный процесс колебаний поплавка в стратифицированной жидкости.

Используя связь $n_y^2 = \sigma^2 + \Gamma_y^2$ и имея из опыта период T , $\partial R/\partial y$ и Γ_y , можно найти присоединенную массу поплавка

$$\lambda_{22}^0 = \frac{\partial R/\partial y}{(2\pi/T)^2 + \Gamma_y^2} - (m_0 + m_1 + m_2) - \lambda_{22}^1$$

где λ_{22}^1 — присоединенная масса державки. Для ее определения были проведены опыты по качке державки без поплавка и определена присоединенная масса основной державки. При $m_1=185$ г, $\lambda_{22}^1 \approx 11$ г. От λ_{22} можно перейти к коэффициенту присоединенной массы $k_{22} = \lambda_{22}/\rho V$, где ρ — средняя плотность на горизонте нахождения середины поплавка.

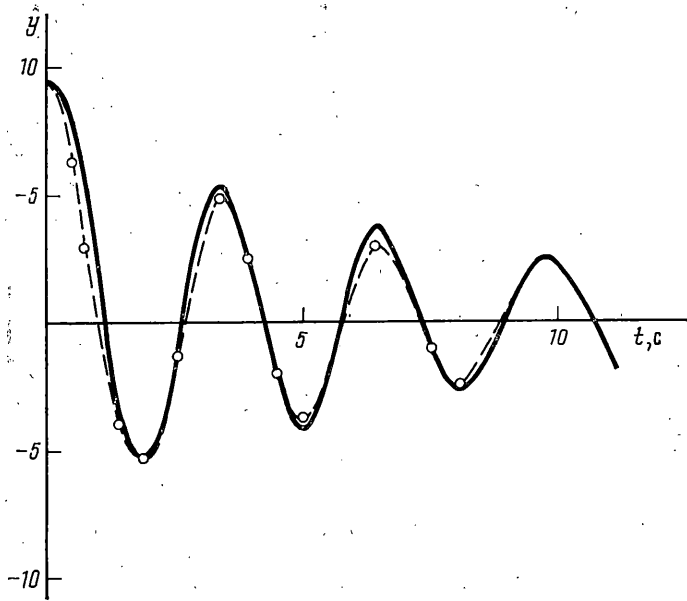
Имея из обработки кривых затухания значения Γ_y , находим размерные коэффициенты демпфирования $N_y^0 = 2\Gamma_y(\partial R/\partial y)/(\sigma^2 + \Gamma_y^2) - N_y^1$, где N_y^1 — коэффициент демпфирования державки. Он по данным экспериментов с основной державкой был определен в виде $N_y^1 \approx 0,15 \sigma m_1$. Для сопоставления полученных результатов и переноса их на вынужденные колебания полезно воспользоваться понятием первого полуразмаха $y_0' = 0,5(|y_0| + |y_{0,5}|)$ и последующих полуразмахов $y_k' = 0,5(|y_k| + |y_{k+1}|)$, которые сопоставимы с амплитудами вынужденных колебаний. Важно также сопоставить наибольшие вертикальные скорости затухающих колебаний $y_1'(t) = -y_0\sigma_1(1 + \Gamma_y^2/\sigma^2)e^{-\Gamma_y t} \sin \sigma t$ и незатухающих $y_2 = y_0\sigma_2 \sin \sigma_2 t$. Для определения колебаний скорости затухающего процесса $y_{1\max}$, нужно найти из уравнения $\Gamma_y \sin \sigma_1 t = \sigma_1 \cos \sigma_1 t$ время t_0 , соответствующее максимуму $y_{1\max}$, и найти сам этот максимум

$$y_{\max} = -y_0\sigma_1 \left[1 + \left(\frac{\Gamma_y}{\sigma} \right)^2 \right] \exp\left(-\frac{\Gamma_y}{\sigma_y} \arctg \frac{\sigma}{\Gamma_y} \right) \text{sinarctg} \frac{\sigma}{\Gamma_y}$$

Это выражение введением $\mu = \Gamma_y/\sigma$ может быть представлено в виде

$$y_{\max} = y_0\sigma_1 \mu_{\Phi}; \quad \mu_{\Phi} = (1 + \mu^2) \exp(-\mu \arctg \mu^{-1}) \text{sinarctg} \mu^{-1}$$

Коэффициент ослабления скорости затухающего колебательного процесса μ_{Φ} в районе $\mu \approx 0,7$ имеет размытый минимум, а затем μ_{Φ} начинает медленно возрастать. С помощью μ_{Φ} можно получить наибольшую вертикальную скорость на первом



Фиг. 10

$v_{1y} \approx y_0 \sigma_1 \kappa_{\Phi}$ и втором полуразмахах $y_{0,5} = y_0 \sigma_1 \kappa_{\Phi}$, найти осредненную наибольшую скорость $\langle v_y \rangle \approx y_0' \sigma_1 \kappa_{\Phi}$ (м). Ее можно сопоставить с наибольшей вертикальной скоростью незатухающего процесса $V_{y \max} = A \sigma$.

Учитывая потребности сопоставления коэффициентов демпфирования, полезно ввести понятие условной частоты $\sigma_y = \sigma_1 \kappa_{\Phi}$, а также безразмерной условной частоты $\bar{\sigma}_y = \sigma_y (h/g)^{1/2}$ затухающих колебаний. Важным критерием сопоставления значений коэффициентов демпфирования является число Рейнольдса, которое для затухающих колебаний примем в форме $Re = y_0' \sigma_y h / \nu$.

Размерные коэффициенты демпфирования N_y^0 целесообразно привести к безразмерной форме. Их может быть несколько, но наибольшей критеричностью для затухающих процессов обладают представления вида $\Gamma_y' = N_y^0 / (\rho V \sigma_y)$, $C_y = N_y^0 h / (\rho V \sigma_y y_0')$. В таблице представлены исходные данные и результаты некоторых наиболее характерных опытов. Строки со звездочкой относятся к развитым колебаниям, характеристики которых определялись для второго и последующих полуразмахов; первый столбец определяет количество резинок n .

Анализ данных таблицы позволяет выявить некоторые закономерности. Во всех опытах в однородной жидкости (первая, вторая, третья и седьмая строки) при больших начальных отклонениях k_{22} , Γ_y' и C_y больше, чем при малых, однако для исследованной хорошо обтекаемой формы коэффициенты эти малы.

В стратифицированной жидкости (четвертая — шестая, восьмая — десятая строки) при малых $|y_0| < a$ значения k_{22} , Γ_y' и C_y мало отличаются от аналогичных значений в однородной жидкости при близких частотах. При больших начальных отклонениях $|y_0| > 3a$ в стратифицированной жидкости k_{22} , Γ_y' и C_y меньше, чем при малых. В отдельных опытах возбужденные внутренние волны так подпитывали свободную качку поплавка, что период колебаний его заметно уменьшался. При $\partial R / \partial y = \text{idem}$ в рамках модели колебательного звена это приводит к уменьшению инерционности колеблющейся системы. В отдельных опытах создавалась искусственная ситуация кажущейся отрицательной присоединенной массы. Такой эффект может создавать в условиях резонанса подпитка затухающих колебаний возбужденными на первых размахах ВВ. Значения коэффициентов демпфирования в исследованном диапазоне частот достаточно малы.

Из сопоставления характера колебаний поплавок в однородной и стратифицированной жидкости при близких $\partial R / \partial y$ можно сделать вывод, что при малых начальных возмущениях, не приводящих к существенному возмущению границы раздела, определяющее значение в коэффициентах демпфирования имеет вязкость, при больших возмущениях начинает сказываться влияние стратификации. Взаимодействие колеблющегося в стратифицированной жидкости тела с изученными им самим волнами уменьшает кажущееся демпфирование и присоединенную массу. Опыты для контрастности проводились при $\Delta \rho \approx 0,045$ г/см³, что в 20–30 раз больше наблюдае-

n	$\frac{\partial R}{\partial y}$	y_0	y'_0	T	Γ_y	$\bar{\sigma}_y$	Re	$k_{22} = \frac{\lambda_{22}}{\rho V}$	Γ'_y	C_y
2	8600	5,90	5,15	4,20	0,120	0,227	14800	0,07	0,20	1,10
		4,37*	3,23	4,10	0,082	0,241	9870	0,02	0,12	1,05
2	9940	4,90	4,17	4,06	0,12	0,236	12480	0,10	0,205	1,40
		3,45*	3,35	3,90	0,084	0,254	10780	0,07	0,12	1,03
6	13600	5,15	4,30	3,40	0,17	0,276	15040	0,091	0,241	1,60
		3,45*	3,27	3,30	0,12	0,296	12250	0,027	0,147	1,28
—	5160	4,60	4,30	5,55	0,059	0,178	9700	0,18	0,137	0,91
		4,00*	3,40	5,40	0,070	0,183	7900	0,12	0,120	1,06
2	10020	4,90	4,27	4,05	0,095	0,242	13060	0,17	0,155	1,04
		3,70*	3,50	3,80	0,078	0,263	11640	0,021	0,10	0,82
3	12470	10,0	8,45	3,50	0,15	0,271	29020	0,061	0,205	0,69
		5,05	4,28	3,45	0,21	0,264	14300	0,022	0,287	1,91
2	6840	5,10	4,32	3,20	0,17	0,262	12700	0,09	0,22	1,17
		8,55	7,10	3,30	0,18	0,243	19380	0,17	0,279	0,88
		3,45*	3,30	3,10	0,125	0,280	10360	0,016	0,139	0,94
—	2180	4,60	4,17	5,2	0,07	0,172	8037	0,043	0,062	—
		3,7	3,4	5,1	0,054	0,171	6824	0,004	0,045	—
2	6900	8,75	7,23	3,30	0,16	0,255	20790	0,178	0,23	0,71
		5,70*	5,37	3,10	0,11	0,283	17040	0,027	0,12	0,49
5	14400	4,55	3,57	2,25	0,34	0,356	14290	0,087	0,346	2,17
		8,60	6,60	2,25	0,36	0,353	26186	0,85	0,37	1,26
		2,60*	2,47	2,15	0,16	0,408	11306	-0,01	0,12	1,00

мого натуре, и влияние натурной стратификации на параметры взаимодействия будет меньше, чем это наблюдалось в эксперименте.

7. Сопоставление характера экспериментальных $u(t)$ с теоретическим решением [1] и [2]. Полного соответствия условий эксперимента исходным допущением [1] добиться не удалось. Во-первых, в реальных условиях строго двухслойную стратификацию на основе пресной и соленой воды не создать. В экспериментах имел место размытый переходный слой. И хотя этот слой периодически отсасывался, тем не менее переход от $\rho_1 \approx 1 \text{ г/см}^3$ до $\rho_2 \approx 1,045 \text{ г/см}^3$ осуществлялся на перепаде глубин 5–7 см. Во-вторых, сами поплавки не могли быть сделаны со строго экспоненциальной поверхностью. Приведенные выше значения μ_1 и μ_2 этих поплавков откорректированы по фактическому их объему и размерам, и они несколько отличаются от первоначально заданных. В-третьих, решения в [1] получены в рамках линейной модели. В условиях эксперимента начальные отклонения не всегда удовлетворяли условию малости. Тем не менее в качественном отношении многие прогнозы [1] и [2] подтвердились, в частности расчетные и экспериментальные периоды свободной затухающей качки при малых начальных отклонениях отличаются не более чем на 15%. Близки и коэффициенты присоединенных масс при большом t , для которого, в сущности, в [1] и получено решение. Что касается коэффициентов демпфирования, то здесь имеет место большее расхождение, в некоторых режимах до 50%. Эксперимент дает меньшее значение коэффициента демпфирования, особенно после большого начального отклонения. Это указывает на большую роль излученных волн на процесс последующих колебаний тела. Видимо, требуется разработка более адекватной модели явления.

В заключение авторы благодарят С. В. Нестерова за постановку данного исследования и постоянный интерес к нему, а также Б. К. Ермоша и А. Н. Червякова за помощь в проведении эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акуленко Л. Д., Нестеров С. В. Колебания твердого тела на поверхности раздела двух жидкостей // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 5. С. 34–40.
2. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Нестеров С. В., Чайковский А. А. Численно-аналитическое исследование колебаний твердого тела на границе раздела двух жидкостей // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 4. С. 59–66.

Ленинград

Поступила в редакцию
15.II.1990