**МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 · 1991**

УДК 539.374

С. А. АМБАРЦУМЯН, М. М. МИНАСЯН

ОБ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ВЯЗКОУПРУГОГО ТЕЛА

Для широкого класса твердых деформируемых тел влияние скорости деформации на их механические характеристики и динамическое поведение является весьма существенным. Это явление исследовано во многих экспериментальных и теоретических работах, однако проблема далека от завершения. В публикуемой работе рассматривается построение еще одной модели сплошного деформируемого тела, механические характеристики которого зависят от скорости деформации. Выделяются некоторые особенности модели, исследуется задача о распространении продольных волн в стержнях.

1. Тщательный анализ известных экспериментальных данных об одноосном испытании ряда полимерных материалов [1–4], а также кости [5] позволяет для процесса нагружения указать следующие особенности поведения этих материалов.

а) При нагружении с различными постоянными скоростями деформации диаграммы напряжение — деформации представляют семейство линий, аффинно-подобных диаграмме квазистатического испытания.

б) Начальный касательный модуль на диаграммах не зависит от начальной скорости деформации и начальные участки диаграмм веерообразно расходятся от статической диаграммы.

в) Расхождение диаграмм довольно заметно уже при малых скоростях деформации (порядка 10^{-3} c^{-1}) и имеет тенденцию к сгущению при больших скоростях (порядка 10^3 c^{-1}).

г) При испытании с переменной скоростью с замедлением процесса нагружения начиная с некоторого значения деформации напряжение падает, хотя деформация и продолжает расти.

При снятии напряжений из состояний, деформации в которых не превышают упругие деформации квазистатического испытания, остаточные деформации либо отсутствуют, либо столь малы, что ими можно пренебречь. Это обстоятельство позволяет вышеуказанные особенности поведения материалов отнести к их вязкоупругим свойствам. Все известные авторам модели вязкоупругого тела (Фойхт, Максвелл, Больцман, другие реологические связи σ—ε) не обладают всеми названными свойствами одновременно.

В настоящей работе обсуждается новая модель, которая в общей форме для процесса нагружения имеет вид

$$\sigma=\sigma_c(\varepsilon)[1+\psi((\dot\varepsilon/\alpha)^n)] \tag{1.1}$$

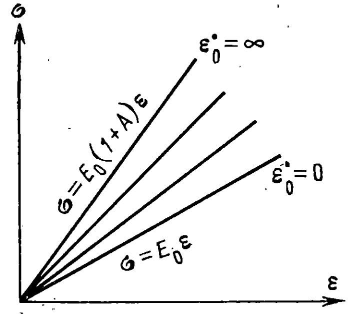
где σ — напряжение, ε — деформация, $\dot\varepsilon$ — скорость деформации, $\sigma_c(\varepsilon)$ — напряжение при квазистатическом испытании, α, n — постоянные.

Функция ψ — монотонно возрастающая функция скорости деформации, причем $\psi(0)=0$, $\psi(\infty)=A=\text{const}$. Считается, что $0<n<1$.

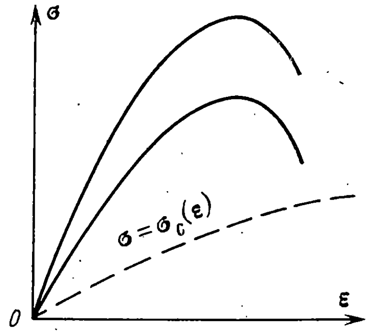
Свойства а), б) очевидны.

Начальный касательный модуль в зависимости от начальной скорости деформации $\dot\varepsilon_0$ будет

$$E_н=E_0[1+\psi((\dot\varepsilon_0/\alpha)^n)],\quad E_0=d\sigma_c(0)/d\varepsilon \tag{1.2}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 показаны начальные участки диаграмм. (Очевидно, что при $\sigma_c(\varepsilon)=E_0\varepsilon$ и $\dot\varepsilon=\mathrm{const}$ так же будут выглядеть и полные диаграммы $\sigma-\varepsilon$.) Выбранная оценка для показателя n обеспечивает чувствительность диаграмм к малым значениям $\dot\varepsilon$.

Свойство г) также очевидно. Действительно, рассматривая на пути деформирования $\varepsilon=\varepsilon(t)$ функции $\dot\varepsilon$ и $\ddot\varepsilon$ как функции от ε, для касательного модуля получаем выражение

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon}=\frac{d\sigma_c(\varepsilon)}{d\varepsilon}[1+\psi]+\sigma_c(\varepsilon)\psi' n\left(\frac{\dot\varepsilon}{\alpha}\right)^{n-1}\frac{\ddot\varepsilon}{\dot\varepsilon} \qquad (1.3)$$

При замедлении процесса нагружения ($\dot\varepsilon>0$, $\ddot\varepsilon<0$), слагаемые в правой части (1.3) имеют разные знаки и при некотором значении деформации $d\sigma/d\varepsilon=0$, а при дальнейшем замедлении, касательный модуль становится отрицательным. Диаграммы в случае переменных скоростей деформации схематично показаны на фиг. 2.

Процессы нагружения ($\dot\varepsilon=0$) кончаются на линии квазистатической диаграммы $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)$. Таким образом все диаграммы нагрузки заполняют область двумя предельными диаграммами, «сверхскоростной» — $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)\times\times(1+A)$, и «сверхмедленной» — $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)$). Хотя эта картина подобна случаю линейной модели вязкоупругого тела с «длительным» и «мгновенным» модулями, однако существенная разница заключается в том, что в случае имеется единственный модуль, а именно «мгновенный», при любом ненулевом значении начальной скорости деформации $\dot\varepsilon_0$, а следовательно и отсутствует начальное веерообразное расхождение диаграмм.

Уравнение (1.1) предписывает материалу свойство запаздывания деформации (последствие). Рассмотрим особенности этого явления. Пусть внезапно приложено постоянное напряжение σ_0. Тогда для определения закона деформации $\varepsilon=\varepsilon(t)$ надо интегрировать уравнение

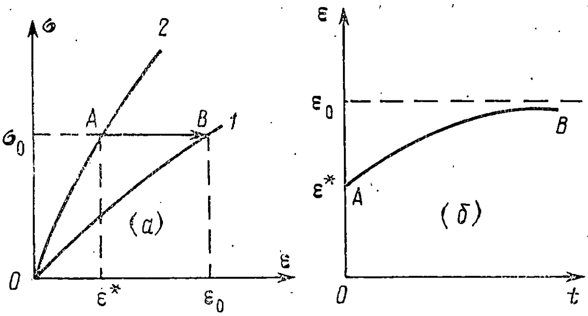
$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\varepsilon}{dt}=\left[f\left(\frac{\sigma_0-\sigma_c(\varepsilon)}{\sigma_c(\varepsilon)}\right)\right]^{1/n} \qquad (1.4)$$

где функция f — обратная функция ψ и определена на промежутке $[0;\ A]$. Поскольку $\sigma_c(0)=0$, то начальное значение ε при $t=0$ не может быть нулевым и должно определяться из условия

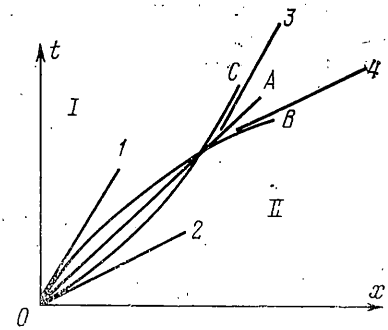
$$\sigma_c(\varepsilon)=\sigma_0(1+A)^{-1} \qquad (1.5)$$

Если обозначить решение (1.5) через ε^*, то из (1.4) получим

$$\alpha t=\int_{\varepsilon_*}^{\varepsilon}\left[f\left(\frac{\sigma_0-\sigma_c(\varepsilon)}{\sigma_c(\varepsilon)}\right)\right]^{-1/n}d\varepsilon \qquad (1.6)$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Конечное значение деформации определяется условием $\sigma_c(\varepsilon)=\sigma_0$. Пусть при этом $\varepsilon=\varepsilon_0$. Интеграл (1.6) при $\varepsilon=\varepsilon_0$ в верхнем пределе несобственный. Для выделения главной его части допустим, что функция $\psi(x)$ в окрестности нуля имеет представление kx. Тогда обратная ей функция $f(x)$ представится в виде $k^{-1}x$ и главное значение (1.6) определится интегралом

$$\frac{1}{k}\int\limits_{\varepsilon^*}^{\varepsilon}\left(\frac{\sigma_0-\sigma_c(\varepsilon)}{\sigma_c(\varepsilon)}\right)^{-1/n} d\varepsilon \tag{1.7}$$

При $n\leqslant 1$ этот интеграл расходится, а при $n>1$ сходится. В нашем случае $n<1$, и следовательно конечное значение ε_0 достигается за бесконечное время (как это имеет место при всех моделях вязкоупругого тела).

На фиг. 3 показаны особенности последствия. Линия *1* соответствует функции $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)$, линия *2* — $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)(1+A)$. Деформация мгновенно принимает значение ε^*, затем асимптотически стремится к значению ε_0 (линия *3*). Мгновенный скачок деформации физически объясняется тем, что при внезапном приложении напряжения начальная скорость деформации становится бесконечной и материал ведет себя как упругое тело с уравнением $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)(1+A)$, деформация мгновенно принимает то значение, которое соответствует напряжению σ_0. Затем, по мере уменьшения скорости деформации включается механизм вязкоупругости.

Как было отмечено выше, уравнение (1.1) написано для процесса нагружения. Отсутствие экспериментальных данных о разгрузке не позволяет с достаточным основанием выбрать модель для этого процесса. Тем не менее, имея в виду те материалы, в которых отсутствуют остаточные деформации после снятия напряжения для неударных разгрузок (т. е. когда нагружение завершается непрерывно до нулевого значения скорости деформации) можно предположить, что разгрузка идет по квазистатической линии $\sigma=\sigma_c(\varepsilon)$.

Предполагается также, что процессы нагрузки и разгрузки одинаковы при растяжении и сжатии и при пользовании уравнением (1.1) следует ввести соответствующие изменения для знаков ε и $\dot{\varepsilon}$. На основании вышеизложенного можно вычислить количество энергии, которая выделяется за один цикл периодического деформирования.

В частности при $\sigma_c=E_0\varepsilon$ и законе деформирования $\varepsilon=\varepsilon_0\sin\omega t$ за один период выделяется энергия

$$\Delta W=E_0\varepsilon_0^2F(\varepsilon_0\omega\alpha^{-1}),\qquad F(\xi)=\int\limits_0^1\psi(\xi^n\eta^{n/2})d\eta \tag{1.8}$$

Если α^{-1} можно считать характерным временем запаздывания деформации, то величину $\omega\alpha^{-1}$ — параметром рассеяния энергии при циклическом нагружении. Отметим, что при $\omega\alpha^{-1}\to 0$, $\Delta W\to 0$.

Теперь конкретно о функции ψ и ее зависимости от скорости деформации. В работе [6] предложена и в [7] рассмотрена зависимость

$$\psi=(\dot\varepsilon/\alpha)^n \tag{1.9}$$

Проведено сравнение с известными экспериментальными данными для кости [5], винипласта [2] и политена [4]. Показано, что для кости $\alpha=220$ с$^{-1}$, $n=0{,}25$, для винипласта $\alpha=50$ с$^{-1}$, $n=0{,}25$, для политена $\alpha=1100$ с$^{-1}$, $n=1$. Для кости и винипласта испытания проведены с постоянными скоростями деформации, а для политена — с переменными. Сравнение показало хорошее совпадение экспериментальных и теоретических кривых. Особенно впечатляет совпадение 26 точек для политена, диаграммы $\sigma-\varepsilon$ которого для трех испытаний имеют виды, показанные на фиг. 2. Поскольку эти представления для функции ψ не полностью соответствуют общему описанию этой функции в уравнении (1.1), то этот вопрос требует пояснений. Испытания для винипласта проведены с малыми скоростями от порядка 10^{-3} с$^{-1}$ до 70 с$^{-1}$ и выбор функции ψ для винипласта следует рассмотреть как первый член разложения функции $\psi((\dot\varepsilon\alpha^{-1})^n)$. Испытания для кости проведены со скоростями от 10^{-3} с$^{-1}$ до 1500 с$^{-1}$. Здесь также выбор степенной зависимости от $\dot\varepsilon$ правильно воспроизводит данные эксперимента, при малых скоростях следует учитывать следующие члены разложения. В частности для той же кости разложение $\psi=(\dot\varepsilon/40)^{0,28}-0{,}402(\dot\varepsilon/40)^{0,56}+0{,}095(\dot\varepsilon/40)^{0,84}$ дает лучшее совпадение для всей зоны изменения $\dot\varepsilon$ от 10^{-3} с$^{-1}$ до 1500 с$^{-1}$. Что же касается политена, то здесь испытания проведены для скоростей от $3\cdot 10^3$ с$^{-1}$ до $9\cdot 10^3$ с$^{-1}$, поэтому линейную зависимость функции ψ от $\dot\varepsilon$ следует рассматривать как аппроксимацию к действительной функции $\psi((\dot\varepsilon\alpha^{-1})^n)$, которая может быть представима в виде разложения по степеням $\dot\varepsilon/\alpha$. И действительно, разложение $\psi=(\dot\varepsilon/300)^{0,3}-1{,}054(\dot\varepsilon/300)^{0,6}+0{,}6275(\dot\varepsilon/300)^{0,9}$ практически не отличается от линейной зависимости $\dot\varepsilon/1100$ на промежутке $[3\cdot 10^3;\ 10^4$ с$^{-1}]$ изменения $\dot\varepsilon$. Результат этот не является неожиданным, поскольку речь идет о совпадении парабол $y={}^3/_{11}x^{10/3}$, $y=x-1{,}054x^2+0{,}6275x^3$ на малом промежутке [2; 3] для x.

Из вышеизложенного можно заключить, что в отсутствие единого представления функции ψ во всем диапазоне изменения $\dot\varepsilon$ в каждой конкретной задаче можно использовать то или другое, в зависимости от предполагаемого промежутка $\dot\varepsilon$, приближение. Так например, при малых скоростях, в особенности в задачах о колебаниях, можно пользоваться степенной функцией $\psi=(\dot\varepsilon\alpha^{-1})^n$, при умеренных и больших скоростях с диапазоном изменения $\dot\varepsilon$, не превышающим один порядок, использовать линейную аппроксимацию.

2. Рассмотрим задачу о распространении возмущений в полубесконечном стержне $x\geqslant 0$, конец $x=0$ которого движется по заданному закону. В простой постановке задача сводится к интегрированию системы

$$\rho\partial v/\partial t=\partial\sigma/\partial x \tag{2.1}$$

$$\partial\varepsilon/\partial t=\partial v/\partial x \tag{2.2}$$

$$\sigma=\sigma_c(\varepsilon)[1+\psi((\alpha^{-1}\partial v/\partial x)^n)] \tag{2.3}$$

с нулевыми начальными условиями и с граничным условием $u(0,t)=f(t)$. В системе ρ — плотность, v — скорость и u — продольное перемещение частиц. В дальнейшем примем $\sigma_c(\varepsilon)=E_0\varepsilon$. Тогда для функции перемещения

$u(t, x)$ имеем задачу

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial u}{\partial x}\left[1+\psi\left(\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t}\right)^n\right)\right]\right\}=0$$
$$u(0, t)=f(t) \quad (a_0^2=E_0/\rho)$$
$$u(x, 0)=0, \quad \partial u(x, 0)/\partial t=0 \tag{2.4}$$

Задача (2.4) решается только численными или приближенными методами. В любом случае следующий вопрос является принципиальным и важным при применении того или другого метода: носит ли распространение возмущения волновой характер с передним фронтом, или нет? И если да, то какие можно указать общие характеристики распространения фронтов.

Для выяснения этого вопроса обратимся к модели (1.6) и функции $f(t)=-ct^k$ ($k\geqslant 1$). Как будет показано ниже, этот случай поддается асимптотическому анализу, а в некоторых частных случаях (для значений n и k) позволяет построить решение как численно, так и аналитически.

Согласно основной теореме теории размерностей решение задачи в безразмерных комбинациях имеет вид

$$\Pi=\Pi(\Pi_1, \Pi_2, n, k) \tag{2.5}$$
$$\Pi=uc^{-1}t^{-k} \tag{2.6}$$
$$\Pi_1=x[(a_0^{2(k-1)/n}\alpha^{1-k}c)^{n/(2k+n-2)}t]^{-1} \tag{2.7}$$
$$\Pi_2=x[(a_0^{2/n}\alpha^{-1}c)^{n/(n+2)}t^{(nk+2-n)/(n+2)}]^{-1} \tag{2.8}$$

Очевидно, что задача в общем не автомодельна. Теперь применим метод асимптотического моделирования. Если считать, что функция Π в (2.5) не зависит от Π_2 и искать решение в виде

$$u(t, x)=ct^kF(\xi), \quad \xi=xa_0^{-1}t^{-1} \tag{2.9}$$

то получим уравнение

$$(k-1)(kF-\xi F')-\xi(kF-\xi F')'=F''+$$
$$+(c\alpha^{-1}a_0^{-1})^n t^{n(k-2)}\{F'[(k-1)F'-\xi F'']^n\}' \tag{2.10}$$

Если же считать, что функция Π не зависит от Π_1 и искать решение в виде

$$u(t, x)=ct^k\Psi(\lambda), \quad \lambda=xm^{-1}t^{-s} \quad s=(nk+2-n)/(n+2)<1 \tag{2.11}$$

то получим уравнение

$$(k-1)(k\Psi-s\lambda\Psi')-s\lambda(k\Psi-s\lambda\Psi')'=$$
$$=a_0^2m^{-2}\Psi''t^{2n(2-k)/(n+2)}+\{(k\Psi-s\lambda\Psi')'^n\Psi'\}' \tag{2.12}$$

а) Пусть $1\leqslant k<2$. Тогда при малых значениях времени в уравнении (2.12) можно пренебречь членом, содержащим $t^{2n(2-k)/(n+2)}$, а при больших значениях t – в уравнении (2.10) членом, содержащим $t^{n(k-2)}$. Механический смысл этих асимптотик заключается в том, что в начальные моменты «динамические» напряжения $E_0\varepsilon(\varepsilon\alpha^{-1})^n$ намного больше «статических» $E_0\varepsilon$, а для больших моментов времени – наоборот.

Таким образом, при малых t функция $\Psi(\lambda)$ удовлетворяет уравнению

$$(k-1)(k\Psi-s\lambda\Psi')-s\lambda(k\Psi-s\lambda\Psi')'=\{(k\Psi-s\lambda\Psi')'^n\Psi'\}' \tag{2.13}$$

При больших значениях t функция $F(\xi)$ удовлетворяет уравнению

$$(k-1)(kF-\xi F')-\xi(kF-\xi F')'=F'' \tag{2.14}$$

Для этих функций имеем граничные условия

$$\Psi(0)=-1,\quad \Psi(\infty)=0,\quad \Psi'(\infty)=0$$
$$F(0)=-1,\quad F(\infty)=0,\quad F'(\infty)=0 \tag{2.15}$$

Анализ уравнения (2.13) показывает, что оно имеет ненулевое решение при граничных условиях из (2.15) только на конечном интервале $0\leqslant\lambda\leqslant\lambda_0$, при этом граничные условия из бесконечности переносятся в точку $\lambda=\lambda_0$, а при $\lambda>\lambda_0$ $\Psi\equiv0$. Это означает, что возмущение имеет передний фронт, закон движения которого определяется значением

$$x_\Phi(t)=m\lambda_0 t^s \tag{2.16}$$

В работе [7] исследовано уравнение (2.13) при $k=1$, $n=1$. В этом случае оно интегрируется один раз и сводится к уравнению

$$\Psi'\Psi''+{}^2/_3\lambda\Psi'-\Psi=0 \tag{2.17}$$

для которого имеются следующие граничные условия

$$\Psi(0)=-1,\quad \Psi(\lambda_0)=0,\quad \Psi'(\lambda_0)=0 \tag{2.18}$$

Задача решена численно методом «пристрелки». Пристреливается условие $\Psi'(0)$ для задачи Коши таким образом, чтобы в некоторой точке $\lambda=\lambda_0$ соблюдались граничные нулевые условия. Далее приведены численные результаты.

λ	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,42
$-\Psi$	1	0,753	0,539	0,359	0,214	0,105	0,034	0,001	0
Ψ'	1,313	1,152	0,985	0,813	0,635	0,452	0,262	0,068	0

Из таблицы видно, что $\lambda_0=1{,}42$ и фронт волны согласно (2.16) движется в этом случае по закону

$$x_\Phi(t)=1{,}42(a_0^2c/\alpha)^{1/3}t^{2/3} \tag{2.19}$$

Поскольку из уравнения (2.13) с учетом условий в точке λ_0 следует

$$\Psi''(\lambda_0)=-(s\lambda_0)^{(2-n)/n} \tag{2.20}$$

в то время как $\Psi(\lambda_0)=\Psi'(\lambda_0)=0$, то на фронте волны скорость частиц v, деформация ε и напряжение σ равны нулю, а скорость деформации $\dot{\varepsilon}$, ускорение частиц, градиенты деформации и напряжения, связанные с величиной $\Psi''(\lambda_0)$ отличны от нуля. Это означает, что возмущение распространяется в виде волны ускорения.

Отметим одно точное решение уравнения (2.13). При $k=1$ $n=4$ (хотя выше приняли, что для исследованных материалов $n<1$, тем не менее этот случай представляет теоретический интерес для рассматриваемого здесь вопроса). Функция

$$\Psi(\lambda)=-{}^1/_2(\lambda/\lambda_0)^3+{}^3/_2(\lambda/\lambda_0)-1 \tag{2.21}$$

где $\lambda_0=\sqrt[3]{3}\approx1{,}44$, удовлетворяет уравнению (2.13) и условиям (2.15). Обращает внимание близость λ_0 в рассмотренных двух случаях.

Уравнение (2.14), которое соответствует обычному волновому уравнению, имеет решение

$$F(\xi)=-(1-\xi)^k,\quad \xi\leqslant1$$
$$F(\xi)=0,\quad \xi>1 \tag{2.22}$$

при этом значение $\xi_0=1$ определяет фронт волны, который движется по закону

$$x_Ф(t)=a_0t \tag{2.23}$$

Здесь также скорость частиц, деформация и напряжение равны нулю на фронте, т. е. непрерывны, в то время как их производные по t, x терпят разрывы.

Проведенный анализ выясняет следующую картину распространения возмущений. Если ее отнести к задаче (2.4), то в начальный момент фронт волны движется с предельной скоростью $a_0(1+A)^{1/2}$, затем, замедляясь, асимптотически становится фронтом обычной упругой волны, имеющим скорость a_0.

б) Пусть теперь $k>2$. В этом случае имеем противоположную картину: при малых значениях t действует уравнение (2.14), а при больших значениях t — уравнение (2.13). Применительно к задаче (2.4) получается следующая картина: фронт волны, начав движение со скоростью a_0, затем, убыстряясь, асимптотически достигает скорости $a_0(1+A)^{1/2}$.

в) Наконец, допустим $k=2$. Нетрудно видеть, что $П_1=П_2$ и оба члена в уравнениях (2.10) и (2.12), содержащие t, исчезают, а сами эти уравнения совпадают. Это означает, что движение автомодельно при всех t.

Задача (2.4) в этом случае имеет следующее точное решение

$$\begin{aligned} u(t,x)&=-ct^2(1-x\lambda_0^{-1}a_0^{-1}t^{-1})^2, \quad x\leqslant a_0\lambda_0t \\ u(t,x)&=0, \quad x>a_0\lambda_0t \end{aligned} \tag{2.24}$$

где $\lambda=x(a_0t)^{-1}$ — единственная автомодельная координата, а λ_0 определяется из соотношения

$$\lambda_0^2=1+\psi((2c/(\alpha a_0\lambda_0))^n) \tag{2.25}$$

Фронт волны движется по закону

$$x_Ф(t)=\lambda_0a_0t \tag{2.26}$$

а его скорость D постоянна и удовлетворяет неравенству

$$a_0<D<a_0(1+A)^{1/2} \tag{2.27}$$

Картина фронтов волн представлена фиг. 4.

Кривая OB представляет движение фронта волны при $1\leqslant k<2$. Она имеет начальную касательную 1 с уравнением $x=a_0(1+A)^{1/2}t$ и асимптотику 4 с уравнением $x=a_0t+\text{const}$. Кривая OC соответствует случаю $k>2$. Здесь, наоборот, начальная касательная 2 имеет уравнение $x=a_0t$, а асимптотика 3—$x=a_0(1+A)^{1/2}t+\text{const}$.

Прямая OA с уравнением $x=\lambda_0a_0t$, представляет фронт волны при $k=2$.

В заключение еще раз отметим, что во всех случаях на фронте волны непрерывны скорость v, деформация ε и напряжение σ, а их производные терпят разрывы. В частности скорость деформации на фронте принимает значение

$$\dot{\varepsilon}_Ф=\alpha[\psi^{-1}(D^2/a_0^2-1)]^{1/n}$$

где D — скорость фронта волны.

Вышеизложенные соображения, естественно, помогут при постановке и решении более общих задач о распространении волн в стержнях.

Отметим, что в настоящей работе анализированы только волны нагружения. Волны же разгрузки требуют отдельного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Огибалов П. М., Малинин Н. И., Нетребко В. П., Кишкин Б. П.* Конструкционные полимеры. М.: Изд-во МГУ, 1972. Т. 1. 322 с.; Т. 2. 306 с.
2. *Викторов В. В., Добровольский И. П., Шапиро Г. С.* Исследование динамических свойств некоторых полимерных материалов при нагружении и разгрузке // Механика полимеров. 1967. № 1. С. 118–122.
3. *Кокошвили С. М., Тамуж В. П., Шапиро Г. С.* Динамическое нагружение полимерных материалов // Механика полимеров. 1970. № 2. С. 326–338.
4. *Кольский Г.* Исследование механических свойств материалов при больших скоростях нагружения // Механика. Сб. сокращ. пер. и реф. иностр. период. лит. 1950. № 4. С. 108–128.
5. *Herrmann G., Liebowitz H.* Mechanics of bone fracture // Fracture. N. Y.; L.: Acad. Press. 1972. V. 7. P. 772–836.
6. *Амбарцумян С. А.* Некоторые вопросы теории оболочек из композиционных материалов // Успехи механики. 1983. Т. 6. № 314. С. 69–77.
7. *Ambartsumian S. A., Minassian M. M.* On the model of bodies with their mechanical properties depending on the strain rate // Intern. J. Non-Linear Mech. 1986. V. 21. № 1. P. 27–36.

Ереван

Поступила в редакцию
25.VI.1990