МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 • 1991

УДК 531.38

С. Н. ЕГОРОВ, В. В. КОРАБЕЛЬЩИКОВ, Д. М. СУРИНСКИЙ

КАЛИБРОВКА ГИРОИНЕРЦИАЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ СИСТЕМ ОРИЕНТАЦИИ ПО ИНФОРМАЦИИ ОТ НЕПОДВИЖНЫХ АСТРОВИЗИРОВ

Рассматривается задача оценки постоянных ошибок блока гироинерциальных измерителей системы ориентации по информации, поступающей от астровизиров с малым полем зрения, неподвижно установленных на объекте ориентации. В качестве калибровочных маневров используются плоские вращения.

1. Введение. Для повышения точности инерциальных систем навигации и ориентации движущихся объектов применяется калибровка измерителей, т. е. идентификация основных погрешностей в процессе нормального функционирования объекта [1—3]. С целью повышения точности оценок идентифицируемых параметров и упрощения алгоритмов оценивания используются специальные калибровочные маневры (в случае систем ориентации — угловые движения, например, плоские вращения объекта ориентации [4]).

В работе решается задача калибровки гироинерциальных измерителей бесплатформенной системы ориентации по информации, поступающей от астровизиров с малым полем зрения, неподвижно установленных на объекте ориентации. Измерительная информация от астровизиров может поступать только при достаточно медленном движении астроориентира в поле зрения астровизира, что накладывает определенные ограничения на выбор калибровочных маневров. Исследуемые алгоритмы калибровки достаточно просты и предназначены для реализации в бортовом вычислительном устройстве.

2. Математические модели. Используемые базисы (все правые ортонормированные): инерциальный — неподвижный в инерциальном пространстве, в котором требуется определять ориентацию объекта; приборный — построенный на борту объекта, в котором система ориентации определяет ориентацию объекта; базис гироизмерений — связанный с объектом ориентации, в котором координаты вектора угловой скорости объекта с точностью до ошибок измерений совпадают с выходными сигналами блока гироинерциальных измерителей; связанный — ориентация которого в базисе гироизмерений неизменна и известна; базис астровизира, первый орт которого направлен по оптической оси, а второй и третий определяют оси измерений астровизира.

Бесплатформенная система определения ориентации осуществляет интегрирование кинематических уравнений углового движения объекта по информации об угловой скорости, поступающей с блока гироинерциальных измерителей. Линеаризованные уравнения такой системы можно принять в виде

$$\varphi^{\cdot}=\varphi\times\omega+G\omega+\delta,\quad G^{\cdot}=0,\quad \delta^{\cdot}=0 \qquad (2.1)$$

где φ — вектор малого поворота приборного базиса относительно инерциального, определяемый в связанном базисе; ω — вектор угловой скорости объекта ориентации; δ — вектор ухода блока гироинерциальных измерителей; G — тензор ошибок блока гироинерциальных измерителей, вызванных ошибками установки и вариациями коэффициентов передачи измерителей. Точкой обозначена производная по времени.

На объекте размещены несколько неподвижных астровизиров. Можно считать, что астровизир измеряет отклонение фактического изображения астроориентира от его ожидаемого положения, т. е. проекции вектора φ на две оси измерения

$$y^{(i)}=(\varphi_2{}^{(i)}\varphi_3{}^{(i)})^T+\varepsilon^{(i)} \tag{2.2}$$

где $y^{(i)}$ — столбец выходных сигналов i-го астровизира; $\varphi_j{}^{(i)}$ — j-я координата вектора φ в базисе i-го астровизира; $\varepsilon^{(i)}$ — столбец ошибок астровизирования. Одновременное визирование двух и более астроориентиров позволяет определить координаты вектора φ в любом связанном базисе. В этом случае уравнение астроизмерений можно принять в виде

$$y=\varphi+\varepsilon \tag{2.3}$$

где φ — столбец координат вектора φ в соответствующем базисе, ε — столбец ошибок астровизирования.

Целью калибровки блока гироинерциальных измерителей является идентификация вектора ухода δ и тензора G. Вектор δ оценивается достаточно просто при стабилизации объекта в инерциальном пространстве и одновременном визировании хотя бы двух астроориентиров. В этом случае из (2.1) и (2.3) следует (δ — столбец координат вектора δ):

$$\delta=\dot{y}+\dot{\varepsilon}. \tag{2.4}$$

Дифференцирование измерения y и сглаживание шума $\dot{\varepsilon}$ легко осуществить, используя конечно-разностную форму равенства (2.4) и методы наименьших квадратов или динамической фильтрации. В дальнейшем вектор δ в модели (2.1) не учитывается, и рассматривается идентификация тензора G. Требуется оценить его компоненты в базисе гироизмерений.

3. Вращения вокруг ортов базиса гироизмерений. Пусть калибровочный маневр представляет собой плоское вращение вокруг одного, например, первого орта базиса гироизмерений. В начале и в конце поворота астровизирование позволяет измерить вектор φ.

Первое уравнение в (2.1) в матричной форме имеет вид

$$\dot{\varphi}=-A(\omega)\varphi+G\omega \tag{3.1}$$

где φ, ω — столбцы координат соответствующих векторов в базисе гироизмерений, G — квадратная матрица третьего порядка компонент тензора G в этом же базисе, $A(\omega)$ — кососимметрическая матрица вида

$$A(\omega)=\begin{Vmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{Vmatrix} \tag{3.2}$$

ω_i — элементы столбца ω. Для рассматриваемого углового движения $\omega=(\nu 00)^T$, где $\nu(t)$ — модуль угловой скорости.

Удобнее в качестве независимой переменной в (3.1) использовать угол поворота ψ. Тогда $\nu=\dot{\psi}$ и уравнение (3.1) приводит к системе $\varphi_1'=g_{11}$, $\varphi_2'=\varphi_3+g_{12}$, $\varphi_3'=-\varphi_2+g_{13}$, где φ_i, g_{ij} — элементы матриц φ и G, а штрихом обозначены производные по ψ. Решение этой системы

$$\varphi_1(\psi)=\varphi_1(0)+g_{11}\psi$$

$$\varphi_2(\psi)=[\varphi_2(0)-g_{31}]\cos\psi+[\varphi_3(0)+g_{21}]\sin\psi+g_{31}$$

$$\varphi_3(\psi)=-[\varphi_2(0)-g_{31}]\sin\psi+[\varphi_3(0)+g_{21}]\cos\psi-g_{21}$$

может быть использовано для нахождения первого столбца матрицы G. Уравнение для его вычисления имеет вид

$$Hg_1=b, \quad g_1=\|g_{11}g_{21}g_{31}\|^T \tag{3.3}$$

$$H=\begin{Vmatrix}\psi & 0 & 0\\ 0 & \sin\psi & 1-\cos\psi\\ 0 & \cos\psi-1 & \sin\psi\end{Vmatrix}, \quad b=\begin{Vmatrix}\varphi_1(\psi)-\varphi_1(0)\\ \varphi_2(\psi)-\varphi_2(0)\cos\psi-\varphi_3(0)\sin\psi\\ \varphi_3(\psi)-\varphi_3(0)\cos\psi-\varphi_2(0)\sin\psi\end{Vmatrix}$$

Столбец b полностью определяется по результатам астровизирования в начале и конце поворота. Так как $\det H=2\psi(1-\cos\psi)\neq 0$ при $\psi\neq 2k\pi$, то при выполнении этого условия можно найти $g_1=H^{-1}b$. В частности, если $\psi=\pi$, то $g_{11}=[\varphi_1(\pi)-\varphi_1(0)]/\pi$, $g_{21}=-[\varphi_3(\pi)+\varphi_3(0)]/2$, $g_{31}=[\varphi_2(\pi)+$ $+\varphi_2(0)]/2$.

При вращении на угол $\psi=2\pi$ матрица H вырожденная и весь столбец g_1 из (3.3) не определяется. В этом случае возможна оценка лишь одной компоненты

$$g_{11}=[\varphi_1(2\pi)-\varphi_1(0)]/2\pi \tag{3.4}$$

но зато эту оценку можно сделать инвариантной к постоянным ошибкам астровизирования. Действительно, если для измерений $\varphi_1(2\pi)$ использовать те же астроориентиры и астровизиры, что и при измерении $\varphi_1(0)$, то эти измерения будут иметь одинаковые постоянные ошибки, которые в выражении (3.4) взаимно уничтожаются.

Аналогичные вращения вокруг второго и третьего ортов базиса гироизмерений дают возможность оценить элементы второго g_2 и третьего g_3 столбцов матрицы G. Трех последовательных вращений на углы, не кратные 2π, достаточно для оценки всех компонент тензора $\mathbf{G}$ в базисе гироизмерений.

4. Вращения вокруг произвольных осей. Вращения вокруг ортов базиса гироизмерений не всегда удобны, например, из-за отсутствия подходящих астроориентиров. Пусть вращения осуществляются вокруг первого орта некоторого i-го связанного базиса, $T^{(i)}$ — матрица перехода к этому базису от базиса гироизмерений. Тогда

$$\varphi^{(i)}=T^{(i)}\varphi, \quad \omega^{(i)}=T^{(i)}\omega, \quad G^{(i)}=T^{(i)}GT^{(i)T} \tag{4.1}$$

где индексом i обозначены матрицы компонент соответствующих геометрических объектов в i-ом связанном базисе, а матричная форма уравнения (2.1) в этом базисе аналогична (3.1):

$$\varphi^{\cdot(i)}=-A(\omega^{(i)})\varphi^{(i)}+G^{(i)}\omega^{(i)} \tag{4.2}$$

Измерения и формулы вычислений, рассмотренные выше, позволяют оценить первый столбец матрицы $G^{(i)}$: $g_1^{(i)}=(H^{(i)})^{-1}b^{(i)}$. Связь этого столбца с матрицей G следует из (4.1):

$$g_1^{(i)}=T^{(i)}Gt_1^{(i)} \tag{4.3}$$

где $t_1^{(i)}$ — первый столбец матрицы $T^{(i)}$. Из этого равенства можно определить лишь три линейных комбинации матрицы G. Для нахождения всей матрицы надо использовать три подобных маневра. Тогда обобщением (4.3) будет равенство

$$T_1G^T=D(g_1^{(i)T})L(T^{(i)}) \tag{4.4}$$

где T_1 — матрица, составленная из первых строк матриц $T^{(i)}$, $D(\ldots)$ и $L(\ldots)$ обозначают диагональную и строчную блочные матрицы, составленные из указанных в скобках матриц при изменении индекса i от 1 до 3.

Вычисление G из (4.4) возможно, если $\det T_1\neq 0$, что соответствует вращениям вокруг трех некомпланарных осей. В этом случае $G=C(T^{(i)T})\cdot$ $\cdot D(g_1^{(i)})T_1^{-T}$, где $C(\ldots)$ — блочная столбцевая матрица.

При числе калибровочных маневров более трех возможно статистическое сглаживание влияния случайных ошибок астровизирования. В этом случае под T_1^{-1} понимается псевдообратная матрица, вычисляемая, например, по методу наименьших квадратов.

5. Вращение на углы 2π. Было показано, что при повороте на угол 2π вычисляемые оценки можно сделать нечувствительными к постоянным ошибкам астровизирования, в том числе к ошибкам установки астровизиров. Однако при одном таком маневре можно определить только одну компоненту тензора **G**. Рассмотрим возможность увеличения числа идентифицируемых компонент при увеличении числа подобных маневров.

Матрицу G можно разложить на симметрическую и кососимметрическую части $G=G_c+G_h$, где $G_c={}^1/_2(G+G)^T$, $G_k={}^1/_2(G-G^T)$, а G_c представить в виде суммы диагональной матрицы и симметрической с нулевыми элементами на главной диагонали. Тогда $G=D(\alpha)+A(\beta)+S(\gamma)$, где

$$D(\alpha)=\begin{Vmatrix}\alpha_1 & 0 & 0\\ 0 & \alpha_2 & 0\\ 0 & 0 & \alpha_3\end{Vmatrix},\quad S(\gamma)=\begin{Vmatrix}0 & \gamma_3 & \gamma_2\\ \gamma_3 & 0 & \gamma_1\\ \gamma_2 & \gamma_1 & 0\end{Vmatrix}$$

$A(\beta)$ имеет вид, аналогичный (3.2), а элементы α_i, β_i, γ_i связаны очевидными взаимно однозначными соотношениями с элементами матрицы G.

Объединяя α_i, β_i, γ_i в соответствующие трёхмерные столбцы α, β и γ и учитывая тождества $D(\alpha)\omega=D(\omega)\alpha$, $A(\beta)\omega=-A(\omega)\beta$, $S(\gamma)\omega=S(\omega)\gamma$ уравнение (3.1) можно представить в виде

$$\dot\varphi=-A(\omega)\varphi+D(\omega)\alpha-A(\omega)\beta+S(\omega)\gamma \tag{5.1}$$

Столбцы α, β и γ можно интерпретировать как соответственно вектор вариаций крутизны блока гироинерциальных измерителей, вектор ошибки установки блока и вектор, характеризующий неортогональность базиса гироизмерений. Так как матричной операции $A(\omega)\beta$ соответствует операция векторной алгебры $\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\beta}$, то столбец β действительно является матричным представлением геометрического вектора поворота $\boldsymbol{\beta}$. Для столбцов α и γ аналогичных геометрических образов нет.

Было показано, что столбец α может быть идентифицирован по измерениям в началах и в концах трёх последовательных плоских вращений на углы 2π вокруг ортов базиса гироизмерений. Наличие вектора $\boldsymbol{\beta}$ приводит к тому, что при заданном угловом движении с постоянной по направлению угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ истинное вращение будет осуществляться по информации блока гироинерциальных измерителей вокруг вектора, представление которого в базисе гироизмерений есть $\omega+\nu\beta$. Очевидно, это движение тоже является плоским вращением, поэтому при повороте на угол 2π наличие $\boldsymbol{\beta}$ не скажется на ориентации объекта. При таких калибровочных маневрах столбец β не идентифицируется.

Возможность идентификации столбца γ следует из того, что α и γ в отличие от β не являются матричным представлением каких-либо геометрических векторов, следовательно, при замене базиса их компоненты изменяются по правилам, отличным от правил векторной алгебры. В частности, наличие γ приводит при замене базиса к изменению столбца α.

Для упрощения дальнейших выкладок исключим из (5.1) слагаемые, содержащие столбцы α и β, один из которых можно считать оцененным, а второй ненаблюдаем при рассматриваемых маневрах. Пусть T — матрица перехода от базиса гироизмерений к некоторому связанному базису, т. е. в этом базисе

$$\varphi_*=T\varphi,\quad \omega_*=T\omega \tag{5.2}$$

Подстановка (5.2) в (5.1) с учётом тождества $A(\omega_*)=TA(T^T\omega_*)T^T$ приводит к уравнениям $\dot\varphi_*=-A(\omega_*)\varphi_*+TS(\gamma)T^T\omega_*$. Вычисление множителя перед ω_* во втором слагаемом показывает, что диагональные элементы этой матрицы имеют вид $2\Sigma\gamma_i t_{i,j+1} t_{i,j+2}$ (суммирование по j от 1 до 3). Здесь i — номер диагонального элемента, t_{ij} — элементы матрицы T. Наличие этих диагональных элементов означает появление столбца α_* вариаций крутизны блока гироинерциальных измерителей в новом базисе. При плоских вращениях вокруг ортов этого базиса на углы 2π столбец α_* может быть оценен без погрешностей, зависящих от постоянных ошибок астровизирования. В частности, при вращениях вокруг первого орта может быть оценена величина $c_1 = 2\Sigma\gamma_i t_{1,j+1} t_{1,j+2}$ (суммирование по j от 1 до 3). При вращениях вокруг трёх (не обязательно ортогональных) осей столбец γ определяется из уравнения

$$Q\gamma = c \tag{5.3}$$

$$Q = 2\begin{Vmatrix} t_{12} & t_{13} & t_{11} & t_{13} & t_{11} & t_{12} \\ t_{22} & t_{23} & t_{21} & t_{23} & t_{21} & t_{22} \\ t_{32} & t_{33} & t_{31} & t_{33} & t_{31} & t_{32} \end{Vmatrix}, \quad c = \begin{Vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Vmatrix}$$

Здесь t_{ij} — направляющие косинусы i-й оси вращения в базисе гироизмерений.

Например, если три оси последовательных вращений лежат в координатных плоскостях базиса гироизмерений и образуют с компланарными им ортами этого базиса углы $\pi/4$, то $t_{ii}=0$, $t_{ij}=2^{-1/2}$ при $i \neq j$, и решение уравнения (5.3) будет $\gamma = c$.

Следовательно, шесть плоских вращений на углы 2π позволяют определить шесть элементов столбцов α и γ, интерпретируемых как вектор вариаций крутизны и вектор неортогональности базиса блока гироинерциальных измерителей. Эти оценки можно сделать инвариантными к постоянным ошибкам астровизирования.

6. Вращение вокруг осей визирования. Если объект ориентации вращается с точностью до ошибок управления вокруг направления на астроориентир или близкой к этому направлению оптической оси астровизира, то изображение астроориентира медленно перемещается в поле зрения астровизира и не выходит за его пределы. В этом случае работоспособность астровизира сохраняется, и возможно использовать поступающую от него в процессе вращения измерительную информацию для фильтрации переменных ошибок астровизирования и уточнения получаемых оценок.

Пусть объект вращается вокруг оптической оси i-го астровизира, $T^{(i)}$ — матрица перехода от базиса гироизмерений к базису этого астровизира. Уравнение астроизмерений имеет вид (2.2), а уравнение системы определения ориентации — вид (4.2), где $\omega^{(i)} = (\nu\ 0\ 0)^T$. Вектор состояния соответствующего динамического процесса имеет размерность 6, а уравнения состояния такие

$$\dot{\varphi}^{(i)} = \nu g_{11}^{(i)}, \quad \dot{\varphi}_2^{(i)} = \nu\varphi_3 + \nu g_{21}^{(i)}, \quad \dot{\varphi}_3^{(i)} = -\nu\varphi_2$$

При измерениях (2.2) система (6.1), очевидно, не полностью наблюдаема. Наблюдаемыми являются составляющие $\varphi_2^{(i)}$, $\varphi_3^{(i)}$, $g_{21}^{(i)}$, $g_{31}^{(i)}$ вектора состояния. Непрерывный динамический фильтр полного порядка для наблюдаемого подвектора состояния имеет структуру $\dot{q} = (F-KB)q + Ky^{(i)}$, где q — вектор состояния фильтра размерности 4:

$$F = \begin{Vmatrix} 0 & \nu & \nu & 0 \\ -\nu & 0 & 0 & \nu \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad B = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

K — матрица коэффициентов фильтра размерности 4×2, выбором которой можно менять динамические и точностные характеристики фильтра. Оценками элементов $g_{21}^{(i)}$ и $g_{31}^{(i)}$ являются выходные сигналы фильтра q_3 и q_4.

Если, кроме того, использовать информацию от другого астровизира для определения $\varphi_1^{(i)}$ в начале и в конце поворота, то за одно вращение можно определить три компоненты тензора G в базисе i-го астровизира. Три последовательные плоские вращения вокруг некомпланарных оптических осей астровизиров позволяют полностью идентифицировать тензор **G**.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ткаченко А. И.* Определение ориентации и калибровка пространственного измерителя угловой скорости с использованием угловой информации // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 3. С. 19–23.
2. *Ткаченко А. И.* Коррекция системы «пространственный измеритель угловой скорости – гиростабилизатор» // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 1. С. 31–36.
3. *Потапенко Е. М.* Калибровка датчиков ориентации // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 2. С. 11–17.
4. *Yong K., Headley R. P.* Real time precision attitude determination system (RETPAD) for highly maneuverable spacecrafts // AIAA Guid. and Contr. Conf., Palo Alto. Calif. 1978. Collect. Techn. Pap. 1978. P. 48–58.

Куйбышев

Поступила в редакцию
5.IV.1989