

УДК 531.8

© 1991 г.

В. В. ЛАПШИН

## УПРАВЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫМ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПРЫГАЮЩЕГО АППАРАТА

При движении прыгающего аппарата в опорной фазе приводы в степенях подвижности ног сначала тормозят, а затем разгоняют корпус, сообщая ему энергию, необходимую для реализации предстоящей фазы полета. Для осуществления такого режима движения целесообразно использовать упругие элементы, обеспечивающие рекуперацию энергии [1–3]. В [3] показано, что задача управления движением прыгающего аппарата разделяется на четыре независимых подзадачи (контура управления): 1) управление вертикальным движением, 2) управление горизонтальным движением, 3) стабилизация движения по углам наклона корпуса к горизонту, 4) адаптация к неровностям местности (четвертый контур управления необходим только для многоногих аппаратов).

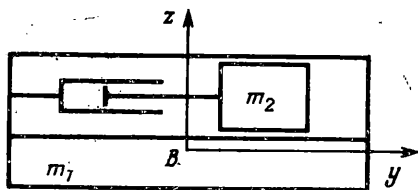
В данной работе разработанные ранее алгоритмы<sup>1</sup> управления движением центра масс корпуса аппарата с невесомыми ногами обобщены на случай аппарата с весовой ногой. Аналитически исследованы разомкнутая и замкнутая системы стабилизации вертикального движения плоской модели одноногого прыгающего аппарата с линейным упругим элементом в телескопической ноге и задача управления горизонтальным движением аппарата (движением вперед – назад). Теоретически обоснована экспериментально обнаруженная в [3] возможность использования разомкнутой системы управления вертикальным движением аппарата. Показано, что вертикальное движение является автоколебательным и имеется асимптотически устойчивое периодическое решение при фиксированной величине смещения сервопривода подкачки энергии в систему в течение опорной фазы. При изменении величины этого смещения изменяются параметры асимптотически устойчивого периодического решения (высота прыжков аппарата).

Полученные алгоритмы управления легко обобщаются на случай пространственного движения одноногого и многоногих прыгающих аппаратов с аналогичной конструкцией ног, в опорной фазе движения которых аппарат опирается на фиксированное число ног [3].

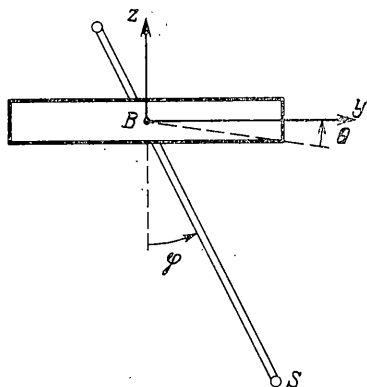
**1. Конструктивная схема аппарата.** Рассматривается плоское движение аппарата, состоящего из корпуса и весовой телескопической ноги. Корпус аппарата состоит из двух частей (тел) массой  $m_1$  и  $m_2$  (фиг. 1). С телом  $m_1$  связана система координат  $Byz$  (ось  $Bz$  – конструктивная вертикаль). Противовес  $m_2$  может перемещаться относительно  $m_1$  вдоль продольной оси  $Bu$  с помощью соответствующего сервопривода. Массу корпуса обозначим  $m = m_1 + m_2$ . Центр масс корпуса лежит на оси  $Bu$  или  $z_c = (m_1 z_1 + m_2 z_2) / m = 0$ ,  $y_c = (m_1 y_1 + m_2 y_2) / m$ , где  $y_c$ ,  $z_c$  – координаты центра масс корпуса в относительной системе координат,  $y_1$ ,  $z_1$  – координаты центра масс тела  $m_1$ ;  $y_2$ ,  $z_2$  – координаты центра масс тела  $m_2$ . Моменты инерции частей корпуса относительно их центров масс обозначим  $J_1$ ,  $J_2$ .

Положение корпуса в абсолютной системе координат  $O\eta\xi$  (ось  $O\xi$  – вертикальна) определяется координатами точки  $B$  корпуса, углом накло-

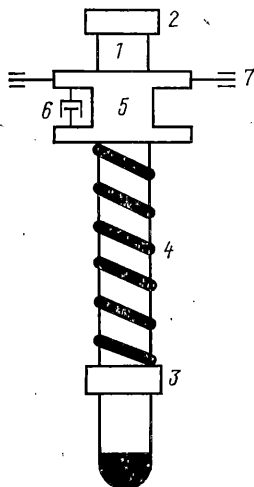
<sup>1</sup> Лапшин В. В. Управление движением четырехногого аппарата с упругими элементами в телескопических звеньях ног: Препринт № 7. М.: ИПМат. АН СССР, 1987. 28 с.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

на корпуса к горизонту  $\Phi$  (фиг. 2) и координатой  $y_2$  центра масс противовеса  $m_2$  в относительной системе координат.

Нога аппарата телескопическая и точка подвеса ноги к корпусу совпадает с точкой  $B$ . Положение ноги относительно корпуса определяется углом  $\varphi$  между отрицательным направлением оси  $Bz$  и телескопическим звеном ноги и длиной ноги  $L$  (расстоянием от точки подвеса ноги к корпусу  $B$  до стопы  $S$ ) (фиг. 2). Массу ноги обозначим  $m_L$ , расстояние от стопы до центра масс ноги —  $\rho$ , момент инерции ноги относительно центра масс —  $J_L$ .

Контакт ноги с опорной поверхностью имеет точечный характер. Конец ноги будем называть стопой. Взаимодействие ноги с опорной поверхностью сводится к силе реакции опорной поверхности.

На фиг. 3 приведена конструктивная схема телескопического звена ноги. На несущую конструкцию ноги 1 с упорами 2 и 3 надеты пружина 4 и муфта 5, которая может перемещаться вдоль ноги. Длина муфты  $\delta$  может изменяться с помощью сервопривода 6. К муфте крепится ось 7 шарнира  $\varphi$  поворота ноги относительно корпуса. Концы пружины закреплены на нижнем упоре 3 и муфте 5. Верхний упор 2 ограничивает область перемещений муфты 5, т. е. ограничивает длину ноги. Масса муфты 5 входит в массу тела  $m_1$  корпуса аппарата.

Длиной ноги  $L$  назовем расстояние от оси 7 до стопы. Максимальная длина ноги ограничена величиной  $L_0$ , соответствующей положению муфты 5 на верхнем упоре 2.

Величина усилия  $F$ , развиваемого телескопическим звеном ноги, определяется силой, развиваемой пружиной 4, и трением муфты 5 о несущую конструкцию ноги 1 (фиг. 3). Предположим, что трение сводится к сухому трению, тогда

$$F = k(L_* + \delta - L) - F_{\text{тр}} \operatorname{sign} L \quad (1.1)$$

где  $k$  — жесткость пружины,  $L_*$  — длина нерастянутой пружины,  $F_{\text{тр}}$  — величина силы сухого трения.

В дальнейшем значение длины муфты 5 будем называть поджатием пружины. Пределы изменения  $\delta$  ограничены  $\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}$ . В силу (1.1), изменяя величину поджатия пружины  $\delta$ , можно изменять величину усилия, развиваемого телескопическим звеном ноги.

**2. Способ перемещения аппарата и управления его движением.** Опорная поверхность является горизонтальной плоскостью  $\xi_G = 0$ , где  $\xi_G(\eta)$  — уравнение опорной поверхности.

Движение аппарата заключается в чередовании двух фаз — опорной и фазы полета. Фазу полета и следующую за ней опорную фазу будем называть прыжком. Номер прыжка обозначим через  $n$ . Обозначим  $t_0^n$  момент начала фазы полета  $n$ -го прыжка,  $t_1^n$  — момент начала опорной фазы  $n$ -го прыжка,  $t_2^n$  — момент окончания  $n$ -го прыжка. Естественно  $t_0^{n+1} = t_2^n$ .

При управлении движением аппарата предполагается, что в результате обработки информационным системой показаний с датчиков известны скорости корпуса аппарата  $\dot{\eta}$ ,  $\dot{\xi}$  в опорной фазе, угол наклона корпуса к горизонту  $\phi$  и скорость его изменения  $\dot{\phi}$ , координата  $y_2$  противовеса  $m_2$ , координаты и скорости в степенях подвижности ног  $\phi$ ,  $\dot{\phi}$ ;  $L$ ,  $\dot{L}$ . Минимальный состав измерений при этом должен содержать  $\phi$ ,  $y_2$ ,  $\phi$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $L$ . Желательно также непосредственное измерение скоростей  $\dot{\eta}$ ,  $\dot{\xi}$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{L}$ . Для определения скоростей  $\dot{\eta}$ ,  $\dot{\xi}$  точки  $B$  корпуса в опорной фазе достаточно провести обработку этих измерений.

Водитель аппарата задает желаемый режим движения аппарата: высоту прыжков и режим движения в горизонтальном направлении. Роль водителя могут выполнять и более высокие уровни системы управления движением автоматического аппарата.

Задача управления движением аппарата решается в предположении, что малы угол наклона корпуса к горизонту  $\phi$  и угол отклонения ноги от конструктивной вертикали  $\phi$ , малы отклонения центра масс аппарата от точки  $B$ , вызываемые перемещением противовеса  $m_2$ . В опорной фазе привод поворота ноги относительно корпуса отключен и момент в этом шарнире тождественно равен нулю. В опорной фазе противовес  $m_2$  неподвижен в относительной системе координат и сохраняется значение его координаты  $y_2$ , отработанное сервоприводом в предшествующей фазе полета.

Тогда, линеаризуя уравнения движения, получаем, что задача управления движением аппарата разделяется на три независимых подзадачи (контура управления):

1. управление вертикальным движением аппарата (поддержание заданной высоты прыжков);
2. управление горизонтальным движением аппарата;
3. стабилизация движения по углу наклона корпуса к горизонту (поддержание горизонтальной ориентации корпуса).

Управление вертикальным движением аппарата (обеспечение заданной высоты прыжков) осуществляется за счет использования привода поджатия пружины. В фазе полета нога полностью распрямлена  $L = L_0$  или муфта 5 находится на верхнем упоре 2 ноги (фиг. 3). В начале опорной фазы вертикальная скорость корпуса отрицательна. Корпус сначала тормозится до нулевой скорости по координате  $\xi$  (фаза торможения), а затем разгоняется до скорости, необходимой для реализации следующего прыжка (фаза разгона). Обозначим через  $T_1$  продолжительность фазы полета,  $T_0$  — продолжительность опорной фазы движения,  $T_T$  — продолжительность фазы торможения,  $T_P$  — продолжительность фазы разгона,  $T_0 = T_T + T_P$ .

В фазе торможения аппарат сжимает пружину ноги, накапливая в ней энергию, которая в фазе разгона идет на увеличение потенциаль-

ной и кинетической энергии корпуса. При движении по горизонтальной поверхности, если не подкачивать энергию в пружины за счет их поджатия, то из-за потерь энергии на трение и при ударах вертикальная скорость  $\dot{\xi}$  в момент отрыва от опорной поверхности (или высота прыжков) будет уменьшаться от прыжка к прыжку. В момент максимального сжатия ноги, изменяя исходное значение величины поджатия пружины, можно компенсировать потери энергии в текущей опорной фазе и ошибки отработки программного движения по вертикальной координате на предыдущих прыжках. В фазе полета сервопривод поджатия пружины возвращается в исходное положение  $\delta_0$ .

Изменение величины поджатия пружины осуществляется сервоприводом за время  $T_0$  существенно меньшее продолжительности опорной фазы  $T_0 \ll T_0$ . При построении алгоритмов управления движением будем предполагать, что изменение величины поджатия пружин осуществляется мгновенно в момент смены фаз торможения и разгона.

При управлении горизонтальным движением аппарата и движением по углу наклона корпуса к горизонту предполагается, что аппарат по вертикали осуществляет установившееся периодическое движение с заданной водителем высотой прыжков  $H_D$ .

Управление горизонтальным движением аппарата (движением по координате  $\eta$ ) осуществляется за счет изменения переднего выноса ноги в начале опорной фазы (отработки соответствующего значения угла  $\phi$  в течение предшествующей фазы полета). Изменение переднего выноса ноги относительно корпуса в начале опорной фазы позволяет изменять среднее значение проекции силы реакции опорной поверхности на ось  $O\eta$ , обеспечивая требуемое движение по координате  $\eta$ .

Изменение в фазе полета положения противовеса  $m_2$  в относительной системе координат позволяет изменить положение центра масс корпуса и среднее значение момента силы реакции в точке опоры ноги относительно центра масс аппарата, что позволяет обеспечить управление углом наклона корпуса к горизонту. В опорной фазе положение противовеса остается неизменным.

Перейдем к подробному рассмотрению первых двух из этих алгоритмов управления.

**3. Управление вертикальным движением аппарата.** В рамках сделанных предположений в опорной фазе  $\dot{\xi} = L$  и движение аппарата по вертикальной координате описывается следующими уравнениями.

В фазе полета аппарат движется по баллистической траектории

$$\ddot{\xi} = -g, \quad t \in [t_0^n, t_1^n] \quad (3.1)$$

и на фазовой плоскости  $(\xi, \dot{\xi})$  переходит из положения  $(L_0, \dot{\xi}_0)$  в положение  $(L_0, \dot{\xi}_1)$ , причем  $\dot{\xi}_1 = -\dot{\xi}_0$ .

В момент приземления имеет место абсолютно неупругий удар стопы об опорную поверхность. Скорость стопы гасится до нулевой, а скорость корпуса аппарата не изменяется  $\dot{\xi}_1^+ = \dot{\xi}_1^- = \dot{\xi}_1$ , где  $\dot{\xi}_1^-$ ,  $\dot{\xi}_1^+$  — скорость корпуса до и после удара.

В опорной фазе аппарат движется под действием силы тяжести и силы  $F$ , развиваемой упругим элементом ноги

$$\ddot{\xi} = km^{-1}(L_* + \delta - \xi) - m^{-1}F_{tr} \operatorname{sign} \dot{\xi} - g \quad (3.2)$$

В момент отрыва от опорной поверхности имеет место абсолютно неупругий удар корпуса об упор 2 ноги. Из закона сохранения количества движения при этом следует

$$\dot{\xi}_2^+ = \mu \dot{\xi}_2^- = \dot{\xi}_0^{*n+1} \quad (3.3)$$

где  $\xi_2^-$  — скорость до удара,  $\xi_2^+$  — скорость после удара корпуса о верхний упор ноги,  $\xi_0^{n+1}$  — скорость аппарата в начале следующей фазы полета,  $\mu = m/(m+m_L)$ .

Целью управления движением аппарата является поддержание заданной водителем высоты прыжков  $H_D$  (или величины изменения вертикальной координаты  $\xi$  в фазе полета). В силу (3.1) желаемая высота прыжков  $H_D$  однозначно определяет желаемую вертикальную скорость аппарата в начале фазы полета  $\xi_D^* = (2gH_D)^{1/2}$  и желаемую продолжительность фазы полета  $T_{1D} = (2H_D/g)^{1/2}$ .

Значения величины поджатия пружины для фаз торможения и разгона неодинаковы:  $\delta = \delta_0$  в фазе торможения,  $\delta = \delta_P$  в фазе разгона. Изменяя величину исходного поджатия пружины на величину  $\delta_* = \delta_P - \delta_0$ , можно управлять вертикальным движением аппарата, обеспечивая подкачку энергии в систему и компенсируя потери энергии на трение и удары. В фазе полета сервопривод поджатия пружины возвращается в исходное положение  $\delta_0$ .

Замкнутая система стабилизации вертикального движения аппарата по рассогласованию между фактической вертикальной скоростью аппарата в момент приземления  $\xi_1^*$  и желаемой величиной этой скорости в начале фазы полета  $\xi_D^*$  определяет величину смещения привода поджатия пружины  $\delta_*$ , необходимую для компенсации потерь энергии в течение текущей опорной фазы и ошибок отработки программного движения на предыдущем прыжке.

Движение аппарата по вертикальной координате  $\xi$  в опорной фазе описывается линейным дифференциальным уравнением (3.2) с постоянными коэффициентами. В фазе торможения и в фазе разгона имеют место интегралы энергии. Изменение энергии аппарата в течение каждой из этих фаз равно работе силы трения. Энергия аппарата при этом складывается из кинетической энергии корпуса, потенциальной энергии силы тяжести и энергии упругого элемента ноги. В итоге имеем следующие соотношения: для фазы торможения

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}m[\xi_1^*]^2 + mg(L_0 - \xi_{\min}) + \frac{1}{2}k(L_* + \delta_0 - L_0)^2 - \\ & - \frac{1}{2}k(L_* + \delta_0 - \xi_{\min})^2 = F_{\text{тр}}(L_0 - \xi_{\min}) \end{aligned}$$

для фазы разгона

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}m[\xi_2^-]^2 + mg(L_0 - \xi_{\min}) + \frac{1}{2}k(L_* + \delta_P - L_0)^2 - \\ & - \frac{1}{2}k(L_* + \delta_P - \xi_{\min})^2 = -F_{\text{тр}}(L_0 - \xi_{\min}) \end{aligned}$$

где  $\xi_{\min}$  — минимальное значение вертикальной координаты корпуса в опорной фазе (наинизшее положение аппарата),  $\xi_{\min} = L_0 + \alpha - (\alpha^2 + m[\xi_1^*]^2/k)^{1/2}$ ,  $\alpha = L_* + \delta_0 - L_0 + (F_{\text{тр}} - mg)/k$ . Тогда

$$[\xi_2^-]^2 - [\xi_1^*]^2 = 2k(L_* - 2F_{\text{тр}}/k)(L_0 - \xi_{\min})/m \quad (3.4)$$

Используя модель удара (3.3), получаем из (3.4), что для обеспечения требуемой высоты прыжка  $H_D$  в следующей фазе полета (или требуемой скорости  $\xi_D^*$  в начале следующей фазы полета) необходимо и достаточно в момент смены фаз торможения и разгона изменить исходное поджатие пружины  $\delta_0$  на величину

$$\delta_* = [(m+m_L)^2[\xi_D^*]^2 + m^2[\xi_1^*]^2 + 4F_{\text{тр}}m(L_0 - \xi_{\min})] / [2km(L_0 - \xi_{\min})]$$

Аналогичный закон управления для похожей модели прыгающего аппарата получен в [3].

Если допустимые значения поджатия упругого элемента ноги сервоприводом не ограничены и  $\delta_P = \delta_* + \delta_0$ , то аппарат выходит на программное движение по вертикали в течение одной опорной фазы. Однако,

в силу ограничений  $\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}$  на величину поджатия пружины, значение  $\delta_p$  выбирается из условий  $\delta_p = \max[\delta_{\min}, \min[\delta_{\max}, \delta_* + \delta_0]]$ , и аппарат выходит на установившееся периодическое движение по вертикальной координате с заданной водителем высотой прыжков за конечное число прыжков.

При использовании разомкнутой системы стабилизации вертикального движения прыгающего аппарата величина поджатия упругого элемента ноги не изменяется на каждом прыжке, а задается водителем и остается неизменной для серии прыжков в течение достаточно продолжительного промежутка времени. Покажем, что при этом в вертикальном направлении аппарат асимптотически выходит на установившееся периодическое движение.

Ранее было получено соотношение (3.4), из которого, учитывая (3.3), находим

$$\begin{aligned} [\xi_2^+ \cdot]^2 - [\xi_1^+ \cdot]^2 &= f_2 - f_1, \quad f_1(\xi_1^+ \cdot) = (1 - \mu^2) [\xi_1^+ \cdot]^2 \\ f_2(\xi_1^+ \cdot) &= d[(\alpha^2 + m[\xi_1^+ \cdot]^2/k)^{1/2} - \alpha] \\ d &= 2km(\delta_* - 2F_{tr}/k)(m + m_L)^{-2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Если  $f_2 - f_1 \geq 0$ , то  $\xi_2^+ \cdot \geq |\xi_1^+ \cdot|$  и высота прыжков увеличивается от прыжка к прыжку. Если же  $f_2 - f_1 \leq 0$ , то  $\xi_2^+ \cdot \leq |\xi_1^+ \cdot|$  и высота прыжков уменьшается от прыжка к прыжку. Если  $f_2 - f_1 = 0$ , то  $\xi_2^+ \cdot = |\xi_1^+ \cdot|$  и аппарат совершает стационарное (периодическое) движение с фиксированной высотой прыжков.

Исследуем зависимость функций  $f_2$ ,  $f_1$  и  $f_2 - f_1$  от  $|\xi_1^+ \cdot|$ . В силу того, что  $\mu \leq 1$ , из (3.5) следует  $f_1 \geq 0$  для всех  $\xi_1^+ \cdot$ .

Рассмотрим случай  $d \leq 0$  или  $\delta_* \leq 2F_{tr}/k$ , тогда  $f_2 - f_1 \leq 0$  и величина энергии подкачиваемой сервоприводом поджатия упругого элемента ноги меньше потерь энергии на трение и при ударах. Высота прыжков будет уменьшаться от прыжка к прыжку пока аппарат не остановится.

Пусть  $d \geq 0$  или  $\delta_* \geq 2F_{tr}/k$ . В силу (3.5) при этом  $f_2 \geq 0$ . Функция  $f_2(|\xi_1^+ \cdot|)$  является монотонно возрастающей функцией времени и имеет наклонную асимптоту (причем  $f_2$  лежит выше асимптоты):

$$\lim_{|\xi_1^+ \cdot| \rightarrow \infty} [f_2 - d((m/k)^{1/2} |\xi_1^+ \cdot| - \alpha)] = 0$$

Рассмотрим вопрос о количестве точек пересечения функций  $f_1$  и  $f_2$  и определим число возможных стационарных режимов движения.

Уравнение  $f_1 = f_2$  имеет два решения

$$\begin{aligned} \xi_1^+ \cdot &= 0, \quad |\xi_1^+ \cdot| = \xi_D^+ \cdot = \\ &= [(md^2 - 2d\alpha k(1 - \mu^2))/(k(1 - \mu^2)^2)]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

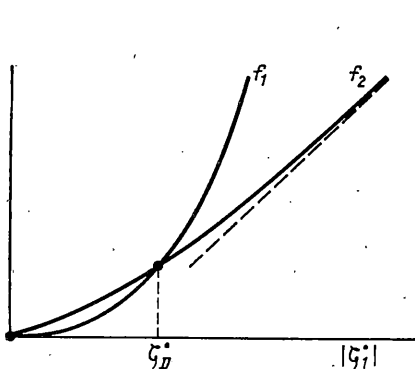
Отметим, что решение (3.6) существует только при выполнении условия

$$d \geq 2\alpha k(1 - \mu)^2/m, \quad \delta_* \geq 2F_{tr}/k + \alpha(1 - \mu^2)/\mu^2 \quad (3.7)$$

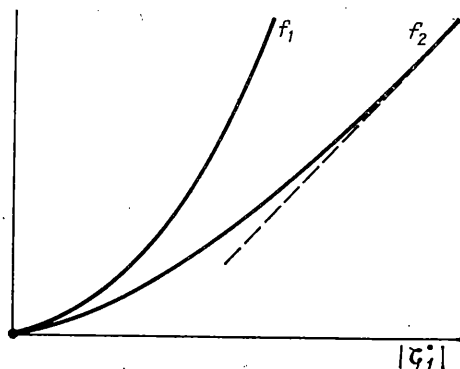
Если выполнено (3.7), зависимость  $f_1$  и  $f_2$  от  $|\xi_1^+ \cdot|$  имеет вид, приведенный на фиг. 4.

При  $|\xi_1^+ \cdot| \leq \xi_D^+ \cdot$  разность  $f_2 - f_1 \geq 0$  и происходит увеличение высоты прыжков. При  $|\xi_1^+ \cdot| \geq \xi_D^+ \cdot$  разность  $f_2 - f_1 \leq 0$  и происходит уменьшение высоты прыжков.

Следовательно, при фиксированной величине смещения привода поджатия пружины  $\delta_*$ , удовлетворяющей условию (3.7), существует асимптотически устойчивый стационарный (периодический) режим движения с высотой прыжков  $H_D = [\xi_D^+ \cdot]^2/(2g)$ , где  $\xi_D^+ \cdot$  определяется из (3.6). Ста-



Фиг. 4



Фиг. 5

ционарное же решение, соответствующее решению  $\xi_1^* = 0$ , является неустойчивым.

Если (3.7) невыполнено, то уравнение  $f_1 = f_2$  имеет единственное решение  $\xi_1^* = 0$ . При любом значении  $|\xi_1^*|$  величина  $f_2 - f_1 \leq 0$ , т. е. высота прыжков постоянно уменьшается, пока аппарат не остановится. Зависимость  $f_1$  и  $f_2$  от  $|\xi_1^*|$  в этом случае приведена на фиг. 5.

При выполнении условия (3.7) в вертикальном направлении аппарат совершает автоколебательное движение с устойчивым периодическим решением. Для стабилизации аппарата в вертикальном направлении достаточно в опорной фазе отрабатывать фиксированную величину смещения сервопривода поджатия упругого элемента. Для каждого достаточно большого значения  $\delta_*$  существует устойчивый периодический режим движения (предельный цикл), отвечающий заданной величине поджатия упругого элемента ноги. Для изменения высоты прыжков достаточно изменить величину  $\delta_*$ , и аппарат перейдет на новое устойчивое периодическое движение по вертикали.

Такая система управления вертикальным движением является разомкнутой, не использует обратной связи, содержащей информацию об отклонении фактического движения от программного. Экспериментально такой закон управления был обнаружен и использован в [3].

**4. Управление горизонтальным движением аппарата.** В рамках сделанных предположений линеаризованные уравнения горизонтального движения в опорной фазе имеют вид

$$\eta_*'' = a(\tau) \eta_*, \quad \eta_* = \eta - \eta_1^n - \Delta^n \quad (4.1)$$

$$\tau = t - t_1^n, \quad a(\tau) = F_D(\tau) / [m \xi_D(\tau)]$$

$F_D(t)$ ,  $\xi_D(t)$  — известные функции времени, характеризующие зависимость координаты  $\xi$  и усилия  $F$ , развиваемого телескопическим звеном ноги, от времени на установившемся периодическом режиме движения,  $\eta_1^n$  — значение координаты  $\eta$  при  $t = t_1^n$  (в момент приземления),  $\Delta^n$  — передний вынос ноги (расстояние вдоль оси  $O\eta$  от стопы до точки подвеса ноги к корпусу) в момент приземления.

Возьмем фундаментальную систему решений уравнения (4.1)  $f_1(\tau)$ ,  $f_2(\tau)$  с начальными условиями  $f_1(0) = 1$ ,  $f_1'(0) = 0$ ,  $f_2(0) = 0$ ,  $f_2'(0) = 1$ . Тогда

$$\eta_*(0) = -\Delta^n, \quad \eta_*'(0) = \eta_1'^n, \quad \eta_*(\tau) = -f_1(\tau) \Delta^n + f_2(\tau) \eta_1'^n$$

а в конце опорной фазы  $n$ -го шага

$$\eta_2^n = \eta_1'^n + \Delta^n (1 - f_1(T_0)) + \eta_1'^n f_2(T_0), \quad \eta_2'^n = -\Delta^n f_1'(T_0) + \eta_1'^n f_2'(T_0)$$

В момент приземления имеет место абсолютно неупругий удар стопы об опорную поверхность. Стопа останавливается, а скорость корпуса не меняется  $\eta_1^{n+} = \eta_1^{n-} = \eta_1^n$ , где  $\eta_1^{n-}$ ,  $\eta_1^{n+}$  — скорость корпуса до удара и после удара.

В момент отрыва от опорной поверхности имеет место абсолютно неупругий удар корпуса о верхний упор ноги. В силу закона сохранения количества движений имеем  $\eta_0^{n+1} = \eta_2^{n+} = \mu \eta_2^{n-}$ , где  $\eta_2^{n-}$ ,  $\eta_2^{n+}$  — скорость корпуса до удара и после удара.

В фазе полета центр масс аппарата движется по баллистической траектории и с точностью до перемещений центра масс аппарата в относительной системе координат, вызываемых перемещением противовеса  $m_2$  и ноги, имеем  $\eta^*(t) = \eta_0^n = \text{const}$  при  $t \in [t_0^n, t_1^n]$ . В результате получаем

$$\begin{aligned}\eta_0^{n+1} &= \eta_0^n + \eta_0^n T_1 + \Delta^n (1 - f_1(T_0)) + \eta_0^n f_2(T_0) \\ \eta_0^{n+1} &= \mu [-\Delta^n f_1^*(T_0) + \eta_0^n f_2^*(T_0)]\end{aligned}\quad (4.2)$$

Рассмотрим два способа управления горизонтальным движением аппарата по координате  $\eta$ .

**Управление по скорости.** Целью управления является обеспечение задаваемой водителем скорости движения  $\eta_D^*$  в предстоящей фазе полета, т. е. требуется, чтобы  $\eta_0^{n+1} = \eta_D^*$ . Это обеспечивается за счет выноса точки постановки ноги на опорную поверхность вдоль оси  $O\eta$  на величину  $\Delta^n$ . Расчет необходимого значения  $\Delta^n$  осуществляется в начале фазы полета  $n$ -го шага. Из (4.2) получаем, что для обеспечения требуемого значения скорости необходимо и достаточно, чтобы

$$\Delta^n = K_1 \eta_D^* + K_2 \eta_0^n \quad (4.3)$$

$$K_1 = -1/[\mu f_1^*(T_0)], \quad K_2 = f_2^*(T_0)/f_1^*(T_0)$$

**Управление по положению.** В этом случае за счет выбора значений  $\Delta$  для двух предстоящих прыжков  $n$ -го и  $(n+1)$ -го обеспечивается к моменту начала  $(n+2)$ -го прыжка смещение в горизонтальном направлении на расстояние  $S_D$  и скорость  $\eta_D^*$ , т. е. требуется, чтобы  $\eta_0^{n+2} = \eta_0^n + S_D$ ,  $\eta_0^{n+2} = \eta_D^*$ . Из (4.2) и аналогичных соотношений для  $(n+1)$ -го прыжка следует, что для этого необходимо и достаточно, чтобы

$$\Delta^n = K_3 S_D + K_4 \eta_D^* + K_5 \eta_0^n \quad (4.4)$$

$$\Delta^{n+1} = K_6 S_D + K_7 \eta_D^* + K_8 \eta_0^n$$

$$K_3 = -\mu f_1^*(T_0)/\kappa, \quad K_4 = (f_1(T_0) - 1)/\kappa$$

$$K_5 = \mu [(1 + \mu f_2^*(T_0))(T_1 + f_2(T_0))f_1^*(T_0) + \mu (1 - f_1(T_0))[f_2^*(T_0)]^2]/\kappa$$

$$K_6 = -\mu f_2^*(T_0)K_3, \quad K_7 = -\mu f_2^*(T_0)K_4 + K_1, \quad K_8 = \mu f_2^*(T_0)(K_5 - K_2)$$

$$\kappa = \mu f_1^*(T_0) [(1 - \mu f_2^*(T_0))(f_1(T_0) - 1) + (T_1 + \mu f_1^*(T_0)f_2(T_0))]$$

Законы управления (4.3), (4.4) аналогичны рассмотренным ранее<sup>2</sup>. Их отличие заключается в формулах для расчета коэффициентов  $K_j$  ( $j=1, 2, \dots, 8$ ), что связано с учетом весомости ног.

Закон управления по скорости (4.3) использовался в [3], где значения коэффициентов  $K_1$ ,  $K_2$  подбирались эмпирически.

<sup>2</sup> См. указ. публ. с 38.

Значения коэффициентов  $K_j$  ( $j=1, 2, \dots, 8$ ) в законах управления (4.3); (4.4) являются функциями конструктивных параметров аппарата и желаемой высоты прыжков  $H_D$ . Значения этих коэффициентов вычисляются заранее и необходимость пересчета их величины возникает только при изменении желаемой высоты прыжков  $H_D$ . На каждом прыжке необходимое значение  $\Delta^n$  вычисляется по одной из формул (4.3) или (4.4) в зависимости от способа управления, что требует малого объема вычислений.

По полученному значению  $\Delta^n$  легко определяется значение угла  $\phi$  в шарнире поворота ноги относительно корпуса в момент приземления, необходимое для реализации данного переднего выноса ноги. С учетом малости углов  $\phi$  и  $\varphi$  имеем  $\phi_1^n = (\Delta^n - L_0 \phi_1^n) / L_0$ . Полученное значение угла  $\phi_1^n$  реализуется соответствующим сервоприводом в фазе полета. Способ определения угла  $\phi$  в момент приземления  $\phi(t_1^n) = \phi_1^n$  по измерениям полученным в начале фазы полета будет рассмотрен в следующей публикации вместе с алгоритмом управления движением по углу наклона корпуса к горизонту  $\phi$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Seifert H. S. The Lunar pogo stick. // J. of Spacecraft and rockets. 1967. V. 4, N. 7. P. 941-943.
2. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
3. Raibert M. H. Legged robots that balance. London: MIT press, 1986. 233 p.

Москва

Поступила в редакцию  
12.VI.1989