МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 · 1991

УДК 531.383

И. В. НОВОЖИЛОВ, С. В. СИВАКОВ, В. В. ТИХОМИРОВ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОГРЕШНОСТИ ОДНОРОТОРНОГО ГИРОКОМПАСА В ТОРСИОННОМ ПОДВЕСЕ

Рассматривается задача идентификации параметров погрешности гирокомпаса по текущим измерениям приборного азимутального угла. При стационарном режиме вращения ротора погрешности, определяемые начальным отклонением, смещением нуля отсчета и постоянной составляющей интеркардинального возмущающего момента, не разделяются. Показано, что в нестационарном режиме, при разгоне ротора, составляющие погрешности могут быть идентифицированы с удовлетворительной точностью.

Одна из наиболее существенных составляющих погрешности наземного гирокомпаса появляется при интеркардинальной [1, 2] поступательной вибрации основания. Выражение для интеркардинальной погрешности получено в [3] при помощи формальных асимптотических процедур. Механику появления этой погрешности можно качественно пояснить фиг. 1. Здесь $O\xi\eta\zeta$ — система отсчета, ориентированная по осям географического трехгранника, O — точка крепления торсиона к основанию, O_1 — к корпусу гироблока, O_2 — центр масс гироблока, λ, γ — углы, задающие «маятниковые» повороты гироблока.

Обозначим через R реакцию, приложенную со стороны торсиона к гироблоку. Вычислим момент силы R относительно оси $O_2\zeta$. Из фиг. 1 следует, что

$$M_\zeta=-R_\eta d_\xi \qquad (1)$$

Здесь $R_\eta=R\lambda$ — величина составляющей силы R по оси η, а $d_\xi=l_2\gamma$ — плечо этой составляющей, вычисленные в линейном по λ, γ приближении. Полагая приближенно реакцию торсиона равной весу гироблока: $R=mg$, получим из (1):

$$M_\zeta=-mgl_2\lambda\gamma \qquad (2)$$

При заданной вибрации основания величины маятниковых углов λ, γ можно считать заданными высокочастотными функциями времени. Выделим среднюю составляющую $\langle M_\zeta\rangle=\text{const}$ возмущающего момента (2) и подставим в прецессионные уравнения гироскопа в торсионном подвесе

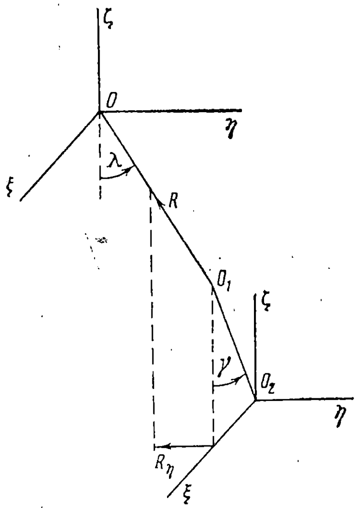
$$-H(U\sin\varphi+\alpha^{\cdot})=-mgl_2\beta,\quad H(U\cos\varphi\alpha+\beta^{\cdot})=\langle M_\xi\rangle \qquad (3)$$

Здесь приняты традиционные обозначения [3]: H — собственный кинетический момент гироскопа, U — угловая скорость Земли, φ — широта места; α, β — отклонение оси гирокомпаса от меридиана и ее возвышение над горизонтом. Точкой здесь и далее обозначается дифференцирование по натуральному времени T.

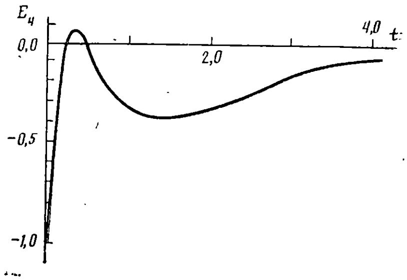
Из (2), (3) получается значение интеркардинальной погрешности α_n гирокомпаса

$$\alpha_n=mgl_2\langle\lambda\gamma\rangle/(HU\cos\varphi) \qquad (4)$$

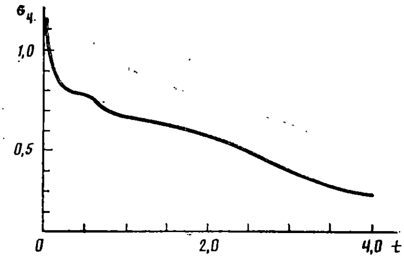
совпадающее с выражением из [3]. Числовые оценки, приведенные для значений параметров гирокомпаса из [3], показывают, что величина мо-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

жет достигать весьма больших значений. (Слагаемым $\langle M_\xi \rangle$ в (3) могут быть также учтены постоянные составляющие момента возмущения от тяжения токопроводов, от взаимной неортогональности конструктивных элементов из-за технологических несовершенств, сказывающиеся при $H \neq \neq \text{const}$ и так далее).

Попытаемся оценить возможность идентификации погрешности гирокомпаса по его показаниям. Исключим в системе (3) переменную β и приведем ее к виду

$$\alpha^{\cdot\cdot} + H^{-1} mgl_2 U \cos \varphi \alpha = -(H^{-1} mgl_2)^2 \langle \lambda\gamma \rangle \qquad (5)$$

Обозначим через $\omega_n^2 = mgl_2 U \cos \varphi / H$ квадрат собственной прецессионной частоты гирокомпаса. Уравнение (5) перейдет в

$$\alpha^{\cdot\cdot} + \omega_n^2 \alpha = \omega_n^2 \alpha_n \qquad (6)$$

Предположим, что $\langle \lambda\gamma \rangle$, φ, H, а следовательно, ω_n и α_n из (4) не изменяются со временем. Тогда решением уравнения (6) будет

$$\alpha = \alpha_n + (\alpha_0 - \alpha_n) \cos \omega_n T + \alpha_0^{\cdot} \sin \omega_n T / \omega_n \qquad (7)$$

где α_0, $\alpha_n^{\cdot}$ — начальные условия по положению и скорости.

Предположим, что измерение показаний гирокомпаса α_1 производится относительно нуля отсчета, смещенного от истинного меридиана на величину α°, с инструментальной погрешностью $\Delta\alpha$. Тогда

$$\alpha_1 = \alpha - \alpha^\circ + \Delta\alpha \qquad (8)$$

Подставив в (8) выражение (7), получим

$$\alpha_1 = \alpha_n - \alpha^\circ + (\alpha_0 - \alpha_n) \cos \omega_n T + \alpha_0^{\cdot} \sin \omega T / \omega_n + \Delta\alpha \qquad (9)$$

Задача идентификации погрешности гирокомпаса состоит в определении параметров α_n, α°, α_0, $\alpha_0^{\cdot}$ в (9) по набору числовых значений α_1 в дискретные моменты времени, либо по α_1, заданной как функция времени.

Из (9) сразу же видно, что в рамках модели гирокомпаса, задаваемой уравнениями (3), могут определяться лишь комбинации $(\alpha_n-\alpha^\circ)$ и $(\alpha_0-\alpha_n)$. Разделить параметры α_n, α°, α_0 здесь в принципе невозможно.

Оценим возможность разделения параметров α_n, α°, α_0, связанную с тем обстоятельством, что множитель H в (5) входит по-разному в коэффициент восстанавливающего момента и в выражение для возмущения. Можно поэтому ожидать, что изменение во времени величины H в (5) изменит характер зависимости погрешности гирокомпаса от α_n, α_0, α° и позволит разделить их при идентификации.

Примем для определенности простейшую, линейную на временно́м интервале идентификации зависимость $H_1(T)=H_0+(H-H_0)T/T_1$ при $0\leqslant T\leqslant T_1$; $H_1(T)=H$ при $T>T_1$.

Здесь T_1 — интервал времени, на котором изменяется $H_1(T)$, H_0 — его начальное, H — стационарное значения. Предположим, что величина H_0 достаточно велика, так что частота ω_0 квазистатистических прецессионных колебаний, определяемая соотношением $\omega_0^2=mgl_2U\cos\varphi/H_0$ значительно меньше частоты нутационных и маятниковых колебаний гирокомпаса; время идентификации T_1 достаточно велико и значительно превышает периоды нутационных и маятниковых движений.

Тогда прецессионные приближения остаются в силе, и уравнения движения гирокомпаса можно записать в форме (3), заменив в них константу H медленно изменяющейся функцией времени $H_1(T)$:

$$-H_1(T)\,(U\sin\varphi+\alpha^\cdot)=-mgl_2\beta,\qquad H_1(T)\,(U\cos\varphi\alpha+\beta^\cdot)=\langle M_\xi\rangle \qquad (10)$$

Приведем систему (10) к нормализованному безразмерному виду, сделав замену $t=T/T_*$, $x_1=\alpha/\alpha_*$, $x_2=\beta/\beta_*$, $x_3=\langle M_\xi\rangle/(H_0U\cos\varphi\alpha_*)$, $x_4=\alpha^\circ/\alpha_*$. Характерные значения величин T_*, α_*, β_* выберем так, чтобы безразмерные переменные t, x_1, x_2, x_3, x_4 были порядка единицы. Возьмем $T_*=(H_0)^{1/2}/(mgl_2U\cos\varphi)^{1/2}$ — характерное времени прецессионных движений, $\alpha_*=1/3440$ — тогда x_1, x_3, x_4 измеряются в угловых минутах, $\beta_*=\alpha_*(H_0U\cos\varphi)^{1/2}/(mgl_2)^{1/2}$.

Запишем нормализованную систему (10) в виде

$$dx_1/dt=x_2/(1+\mu t)-(H_0U)^{1/2}\sin\varphi/(mgl_2\cos\varphi)^{1/2}$$

$$dx_2/dt=-x_1+x_3/(1+\mu t),\ dx_3/dt=0,\ dx_4/dt=0 \qquad (11)$$

где $\mu=(H-H_0)T_*/(H_0T_1)$. Введя обозначения $z=\alpha_1/\alpha_*$, $r=\Delta\alpha/\alpha_*$, уравнение измерения (8) представим в виде

$$z(t)=x_1+x_4+r \qquad (12)$$

При идентификации погрешности гирокомпаса наиболее важной является оценка величины x_4 смещения нуля отсчета азимутального угла. Анализ наблюдаемости [4] системы (11) по этой величине при измерениях (12) показывает, что x_4 наблюдаема.

Выберем алгоритм оценивания x_4 и найдем погрешность оценивания. Будем считать, что измерения (12) проводятся дискретно в моменты времени $t_i=i\Delta t$, $i=1, 2, \ldots, N$, где Δt — постоянная величина. Предположим, что ошибки измерений r_i являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с нулевым средним значением и известным среднеквадратичным отклонением σ. В этом случае наименьшая ошибка оценки достигается при обработке результатов измерений при помощи метода наименьших квадратов. Применение метода наименьших квадратов в задаче возможно в форме регрессионного анализа и в форме нестационарного дискретного фильтра Калмана [5, 6].

Применение регрессионного анализа требует отыскания в явном виде решения системы (11) с переменными коэффициентами. Различные аппроксимации решения приводят к появлению методических ошибок, что затрудняет решение задачи.

Обратимся к оцениванию при помощи фильтра Калмана. Обозначим оценку вектора переменных системы (11) в момент времени t_i через $x^{\vee}(i)$, а ковариационную матрицу ошибок оценок через $P(i)$, тогда алгоритм оценивания дается уравнениями [6]:

$$\begin{gathered} x^{\vee}(i+1)=F(i)x^{\vee}(i)+S(i)h^{T}(hS(i)h^{T}+\sigma^{2})^{-1}(z_i-hx^{\vee}(i)) \\ P(i)=S(i)-S(i)h^{T}(hS(i)h^{T}+\sigma^{2})^{-1}hS(i),\ S(i+1)=F(i)P(i)F^{T}(i) \end{gathered} \tag{13}$$

Здесь $F(i)$ – переходная матрица системы (11) на интервале времени $(t_i,\ t_{i+1})$. В соответствии с уравнением (12) $h=(1,\ 0,\ 0,\ 1)$, значения переменных z_i вычисляются по (11) и (12) для моментов времени t_i. Знак T означает транспонирование матрицы. Численные значения параметров прибора брались из [3]. В начальный момент времени вектор x принимался нулевым, матрица P единичной. В качестве начальных условий системы (11) принимались $x_1(0)=1$, $x_2(0)=1$, $x_3(0)=1$, $x_4(0)=1$. При численном расчете уровень погрешности измерений задавался величиной $\sigma=0{,}1$. Выбор величин H_0 и T_1 должен удовлетворять предположениям, сформулированным выше. Кроме того потребуем, чтобы время идентификации T_1 было «достаточно малым», меньшим периода прецессионных колебаний. Не проводя подробной оптимизации по этим параметрам, при счете примем $H_0=H/3$, $T=4T_*$, тогда $T_1=2{,}4/\omega_n$. Точность оценок существенно зависит от числа измерений, т. е. от величины Δt. На фиг. 2, 3 приведены результаты счета, полученные по формулам (13) для $\Delta t=0{,}01T_*$. При $\Delta t=0{,}05T_*$ точность ухудшается примерно в два раза.

На фиг. 2 приведен график величины E_4 – среднего значения ошибки оценки смещения нуля прибора $l_4=x_4-x_4$, а на фиг. 3 – график величины σ_4 – среднеквадратического отклонения l_4. Изменение во времени характеристик оценок x_1, x_2, x_3 имеет аналогичный вид.

Полученные результаты показывают достаточно высокую точность оценивания параметров и хорошую скорость сходимости оценок. Таким образом, решение задачи идентификации при переменном кинетическом моменте гирокомпаса позволяет проводить оценку смещения нуля прибора, что невозможно при стационарном режиме гирокомпаса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Булгаков Б. В.* Прикладная теория гироскопов. М.: Гостехиздат, 1955. 355 с.
2. *Шульман И. Ш.* Интеркардинальная девиация гирокомпаса с жидкостно-торсионным подвесом // Инж. ж. МТТ. 1968. № 4. С. 38–42.
3. *Борзов В. И., Бублик Г. Ф., Тябина В. В.* Интеркардинальная погрешность наземного гирокомпаса // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1989. № 1. С. 72–79.
4. *Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. М.: Изд-во МГУ, 1982. 174 с.
5. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. 456 с.
6. *Балакришнан А. В.* Теория фильтрации Калмана. М.: Мир, 1988. 168 с.

Москва

Поступила в редакцию 13.XI.1989