

УДК 539.214

© 1991 г.

А. В. БЕРЕЗИН

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТА

Одним из подходов, описывающих упругопластическое поведение композитов, является построение моделей, отражающих микромеханику развития пластических деформаций в композите [1-4]. Вместе с тем имеются также и точные методы исследования, применяемые к описанию упругопластического поведения композита с регулярной структурой [5]. Для композитов с нерегулярной структурой, которые чаще всего и встречаются на практике, эти методы приводят к оценкам реального поведения композита при упругопластическом деформировании. В [1] предложен метод, который позволяет, в некотором смысле, точно получить структуру уравнений пластического течения композитной структуры произвольного строения. В данной работе рассматривается построение уравнений типа теории течения упругопластического композита. Причем, поскольку повреждение в матрице образуются на ранних этапах пластического деформирования композита [6], рассмотрено также влияние и этого эффекта на структуру определяющих соотношений.

1. Рассмотрим двухкомпонентный композит, состоящий из упругого наполнителя и упругопластической матрицы. Также предположим, что при пластическом деформировании матрицы в ней происходит образование микротрещин и микропор. В связи с этим упругие характеристики матрицы при ее пластическом деформировании изменяются. В этом случае закон пластического течения для матрицы имеет вид [7]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \partial \Phi / \partial \sigma_{ij} - B_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (1.1)$$

для скоростей пластических деформаций и

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \lambda \partial \Phi / \partial \dot{\sigma}_{ij} + B_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (1.2)$$

для скоростей деформаций. В (1.1) и (1.2) B_{ijkl} — тензор упругих податливостей матрицы, $\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \chi_k, \dots) = 0$ — уравнение поверхности нагружения, σ_{ij} — тензор напряжений, ε_{ij}^p — тензор пластической деформации, точками отмечены скорости соответствующих тензоров. Причем (1.1) и (1.2) выполняются при условии нагружения, которое имеет вид $\partial \Phi / \partial \sigma_{ij} > 0$, $\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \chi_k, \dots) = 0$. При разгрузке $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = 0$. В [8] получены выражения тензора упругих податливостей матрицы B_{ijkl} для распределенных дефектов типа трещин, упругие податливости пористых сред приведены в [9, 10]. Усредняя по фазам композита, получим $\langle \varepsilon_{ij} \rangle = v_1 \langle \varepsilon_{ij}^a \rangle + v_2 \langle \varepsilon_{ij}^m \rangle$, где v_1, v_2 — объемные доли наполнителя и матрицы соответственно. Предположим, что между средними деформациями композита и его компонент можно установить однозначную связь

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = a_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^a \rangle, \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^m \rangle \quad (1.3)$$

где a_{ijkl}, b_{ijkl} — коэффициенты концентрации деформаций соответственно наполнителя и матрицы, индексы a и m относятся к наполнителю и матрице. При упругом деформировании (1.3) аналогично [11], в этом случае a_{ijkl}, b_{ijkl} — постоянные тензоры четвертого ранга. Для упругопластического деформирования матрицы и композита в (1.3) $a_{ijkl} \neq 0, b_{ijkl} \neq 0$

в общем случае. Для упругого поведения компонент композита можно написать, что

$$\begin{aligned}\langle \varepsilon_{ij}^a \rangle &= A_{ijkl} \langle \sigma_{kl}^a \rangle, \quad A_{ijkl} = 0 \\ \langle \varepsilon_{ij}^m \rangle &= B_{ijkl} \langle \sigma_{kl}^m \rangle\end{aligned}\quad (1.4)$$

где A_{ijkl}, B_{ijkl} — податливости компонент композита.

Усредняя напряжения и используя (1.3) и (1.4) получим

$$\begin{aligned}\langle \sigma_{ij} \rangle &= v_1 \langle \sigma_{ij}^a \rangle + v_2 \langle \sigma_{ij}^m \rangle = [v_1 (A_{ijkl} A_{klmn})^{-1} + v_2 (b_{ijkl} B_{klmn})^{-1}] \langle \varepsilon_{mn} \rangle = \\ &= C_{ijmn}^{-1} \langle \varepsilon_{mn} \rangle\end{aligned}\quad (1.5)$$

Здесь C_{ijmn} — тензор эффективных упругих податливостей композита и

$$C_{ijmn}^{-1} = [v_1 (a_{ijkl} A_{klmn})^{-1} + v_2 (b_{ijkl} B_{klmn})^{-1}]$$

Для упругого поведения композита $\langle \varepsilon_{ij} \rangle = C_{ijkl} \langle \sigma_{kl} \rangle = a_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^a \rangle = a_{ijkl} A_{klmn} \langle \sigma_{mn}^a \rangle$. Отсюда

$$\langle \sigma_{mn}^a \rangle = (a_{ijkl} A_{klmn})^{-1} C_{ijpq} \langle \sigma_{pq} \rangle \quad (1.6)$$

$$\langle \sigma_{mn}^m \rangle = (b_{ijkl} B_{klmn})^{-1} C_{ijpq} \langle \sigma_{pq} \rangle \quad (1.7)$$

Формулы (1.6), (1.7) дают значения средних напряжений в компонентах композита через известные средние напряжения композита. При переходе матрицы в пластическое состояние

$$\langle \varepsilon_{ij}^m \rangle = \lambda^* \partial \Phi_0 / \partial \langle \sigma_{ij}^m \rangle + B_{ijkl} \langle \sigma_{kl}^m \rangle \quad (1.8)$$

В этом случае $\Phi_0[\langle \sigma_{ij}^m \rangle, \langle \varepsilon_{ij}^{pm} \rangle, \chi_k, \dots] = 0$. Поскольку наполнитель остается упругим, то

$$\langle \varepsilon_{ij}^a \rangle = A_{ijkl} (\langle \sigma_{kl} \rangle - v_2 \langle \sigma_{kl}^m \rangle) / v_1 \quad (1.9)$$

Переходя в (1.9) к средней деформации композита, получим

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{a_{ijkl} A_{klmn}}{v_1} (\langle \sigma_{mn} \rangle - v_2 \langle \sigma_{mn}^m \rangle) \quad (1.10)$$

Умножая обе части выражения (1.8) на b_{ijkl} , получим

$$\langle \varepsilon_{ij}^m \rangle = \lambda^* b_{ijkl} \partial \Phi_0 / \partial \langle \sigma_{ij}^m \rangle + b_{ijkl} B_{klmn} \langle \sigma_{mn}^m \rangle + b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^m \rangle$$

Из (1.10) следует

$$\langle \varepsilon_{ij}^m \rangle = \frac{a_{ijkl} A_{klmn}}{v_1} (\langle \sigma_{mn} \rangle - v_2 \langle \sigma_{mn}^m \rangle) + a_{ijmn} \langle \varepsilon_{mn}^a \rangle.$$

Тогда

$$\begin{aligned}\lambda^* b_{ijkl} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \langle \sigma_{kl}^m \rangle} + b_{ijkl} B_{klmn} \langle \sigma_{mn}^m \rangle + b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^m \rangle = \\ = \frac{a_{ijkl} A_{klmn}}{v_1} (\langle \sigma_{mn} \rangle - v_2 \langle \sigma_{mn}^m \rangle) + a_{ijmn} \langle \varepsilon_{mn}^a \rangle.\end{aligned}$$

и соответственно скорость изменения среднего напряжения в матрице будет

$$\left[b_{ijkl} B_{klmn} + \frac{a_{ijkl} A_{klmn} v_2}{v_1} \right] \langle \sigma_{mn}^m \rangle = \frac{a_{ijkl} A_{klmn}}{v_1} \langle \sigma_{mn}^* \rangle - \lambda^* b_{ijkl} \partial \Phi_0 / \partial \langle \sigma_{kl}^m \rangle - b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^m \rangle + a_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^a \rangle \quad (4.11)$$

Преобразуя левую часть (4.11) и учитывая выражение для эффективных упругих податливостей композита, получим

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{ij}^m \rangle &= (b_{ijpq} B_{pqkl})^{-1} C_{klmn} \langle \sigma_{mn}^* \rangle - \lambda^* v_1 (b_{ijpq} B_{pqkl})^{-1} \times \\ &\times C_{klmn} (a_{mnrst} A_{rstv})^{-1} b_{tuvw} \partial \Phi_0 / \partial \langle \sigma_{wu}^m \rangle - v_1 (b_{ijpq} B_{pqkl})^{-1} \times \\ &\times C_{klmn} (a_{mnrst} A_{rstv})^{-1} (b_{tuvw} \langle \varepsilon_{wu}^m \rangle - a_{tuvw} \langle \varepsilon_{wu}^a \rangle). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Следуя [1], для получения уравнений теории течения введем в уравнения тензор деформации и явно выделим пластическую деформацию. Тогда

$$\langle \varepsilon_{ij}^{pm} \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^m \rangle - B_{ijkl} \langle \sigma_{kl}^m \rangle \quad (4.13)$$

Из уравнения (1.5) следует, что

$$\langle \sigma_{kl}^m \rangle = \frac{1}{v_2} \langle \sigma_{kl} \rangle - \frac{v_1}{v_2} \langle \sigma_{kl}^a \rangle = \frac{1}{v_2} \langle \sigma_{kl} \rangle - \frac{v_1}{v_2} (a_{klmn} A_{mnpq})^{-1} \langle \varepsilon_{pq} \rangle \quad (4.14)$$

Подставляя (4.14) в выражение (4.13), получим

$$\langle \varepsilon_{ij}^{pm} \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^m \rangle - \frac{1}{v_2} B_{ijkl} \langle \sigma_{kl} \rangle + \frac{v_1}{v_2} B_{ijkl} (a_{klmn} A_{mnpq})^{-1} \langle \varepsilon_{pq} \rangle$$

Умножая обе части этого выражения на коэффициент концентрации деформации матрицы, будем иметь

$$\begin{aligned} b_{ijmn} \langle \varepsilon_{mn}^{pm} \rangle &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle - \frac{1}{v_2} (b_{ijkl} B_{klmn}) \langle \sigma_{mn} \rangle + \\ &+ \frac{v_1}{v_2} (b_{ijkl} B_{klmn}) (a_{mnpq} A_{pqrs})^{-1} \langle \varepsilon_{rs} \rangle = \\ &= \frac{1}{v_2} (b_{ijkl} B_{klmn}) C_{mnpq}^{-1} \langle \varepsilon_{pq} \rangle - \frac{1}{v_2} (b_{ijkl} B_{klmn}) \langle \sigma_{mn} \rangle \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$v_2 C_{mnpq} (b_{pqrs} B_{rstj})^{-1} b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^{pm} \rangle = \langle \varepsilon_{mn} \rangle - C_{mnpq}^{-1} \langle \sigma_{pq} \rangle$$

Вводя пластическую деформацию композита равенством $\langle \varepsilon_{mn}^p \rangle = \langle \varepsilon_{mn} \rangle - C_{mnpq}^{-1} \langle \sigma_{pq} \rangle$ мы получим, что пластическая деформация матрицы и композита связаны следующим образом $\langle \varepsilon_{mn}^p \rangle = v_2 C_{mnpq} (b_{pqrs} B_{rstj})^{-1} \times \langle b_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{pm} \rangle$. Из выражения (4.13) следует, что $b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^{pm} \rangle = b_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^m \rangle - (b_{ijkl} B_{klpq}) \langle \sigma_{pq}^m \rangle$. Отсюда

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{pq}^m \rangle &= (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} \langle \varepsilon_{kl} \rangle - (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} b_{klmn} \langle \varepsilon_{mn}^{pm} \rangle = \\ &= (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} C_{klmn} \langle \sigma_{mn} \rangle + (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} \langle \varepsilon_{kl}^p \rangle - \frac{1}{v_2} C_{pqij}^{-1} \langle \varepsilon_{ij}^p \rangle = \\ &= (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} C_{klmn} \langle \sigma_{mn} \rangle - \frac{v_1}{v_2} (a_{pqkl} A_{kl ij})^{-1} \langle \varepsilon_{ij}^p \rangle \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\langle \sigma_{pq}^m \rangle = (b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} C_{klmn} \langle \sigma_{mn} \rangle + [(b_{pqij} B_{ijkl})^{-1} C_{klmn}]^* \langle \sigma_{mn} \rangle - \quad (1.16)$$

$$- \frac{v_1}{v_2} (a_{pqhl} A_{hl ij})^{-1} \langle \varepsilon_{ij}^p \rangle - \frac{v_1}{v_2} [(a_{pqhl} A_{hl ij})^{-1}]^* \langle \varepsilon_{ij}^p \rangle$$

Подставляя (1.16) в (1.12), получим

$$\frac{v_1}{v_2} (a_{ijkl} A_{kl pq})^{-1} \langle \varepsilon_{pq}^p \rangle = \lambda^* v_1 (b_{ijkl} B_{kl pq})^{-1} C_{pqmn} (a_{mnr s} A_{rstv})^{-1} \times$$

$$\times b_{twvu} \frac{\partial \Phi_0(\langle \sigma^m \rangle)}{\partial \langle \sigma_{wu}^m \rangle} + [(b_{ijpq} B_{pqkl})^{-1} C_{klmn}]^* \langle \sigma_{mn} \rangle - \frac{v_1}{v_2} [(a_{ijkl} A_{kl mn})^{-1}]^* \langle \varepsilon_{mn}^p \rangle -$$

$$- v_1 (b_{ijpq} B_{pqkl})^{-1} C_{klmn} (a_{mnr s} A_{rstv})^{-1} (a_{twvu} \langle \varepsilon_{wu}^a \rangle - b_{twvu} \langle \varepsilon_{wu}^m \rangle)$$

$$\langle \varepsilon_{ij}^p \rangle = \lambda^* v_2 (a_{ijkl} A_{kl pq}) (b_{pqmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv} (a_{twvu} A_{wugf})^{-1} b_{gfhc} \partial \Phi_0 / \partial \langle \sigma_{hc}^m \rangle +$$

$$+ \frac{v_2}{v_1} (a_{ijpq} A_{pqkl}) [(b_{klmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv}]^* \langle \sigma_{tv} \rangle - (a_{ijkl} A_{kl pq}) \times$$

$$\times [(a_{pqmn} A_{mnr s})^{-1}]^* \langle \varepsilon_{rs}^p \rangle + \frac{v_2}{v_1} (a_{ijkl} A_{kl mn}) (b_{mnr s} B_{rs pq})^{-1} \times$$

$$\times C_{pqtv} (a_{twvu} A_{wuef})^{-1} b_{efdg} (v_2 \langle \varepsilon_{dg}^a \rangle + v_1 \langle \varepsilon_{dg}^m \rangle)$$

Окончательно, учитывая (1.15), скорость пластической деформации композита будет

$$\langle \varepsilon_{ij}^p \rangle = \lambda^* v_2 (a_{ijkl} A_{kl pq}) (b_{pqmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv} (a_{twvu} A_{wugf})^{-1} \times$$

$$\times b_{gfed} \frac{\partial \Phi_0 [v_2^{-1} \langle \sigma \rangle - v_1 v_2^{-1} (aA)^{-1} \langle \varepsilon \rangle, \dots]}{\partial \langle \sigma_{yz} \rangle} C_{edab}^{-1} (b_{abhc} B_{hcyz}) +$$

$$+ \frac{v_2}{v_1} (a_{ijpq} A_{pqkl}) [(b_{klmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv}]^* \langle \sigma_{tv} \rangle - (a_{ijpq} A_{pqkl}) [(a_{klmn} A_{mnr s})^{-1}]^* \times \quad (1.17)$$

$$\times \langle \varepsilon_{kl}^p \rangle + \frac{v_2}{v_1} (a_{ijpq} A_{pqkl}) (b_{klmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv} (a_{twvu} A_{wuef})^{-1} \times$$

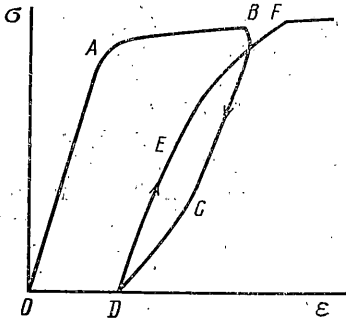
$$\times b_{efdg} (v_2 \langle \varepsilon_{dg}^a \rangle + v_1 \langle \varepsilon_{dg}^m \rangle)$$

В случае, когда $a_{ijkl} = b_{ijkl} = 0$, выражение (1.17), существенно упрощается и записывается в виде

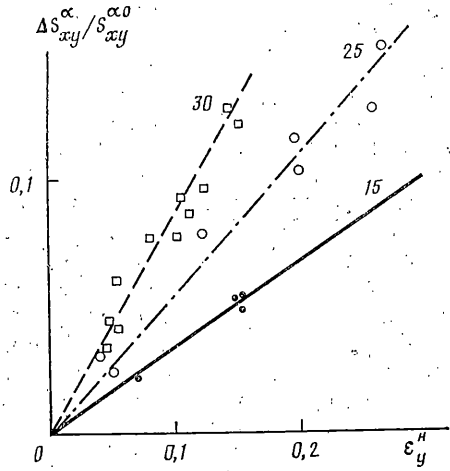
$$\langle \varepsilon_{ij}^p \rangle = \lambda^* v_2 (a_{ijpq} A_{pqkl}) (b_{klmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv} (a_{twvu} A_{wuef})^{-1} \times$$

$$\times b_{efdg} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \langle \sigma_{yz} \rangle} C_{dgab}^{-1} (b_{abch} B_{chyz}) + \frac{v_2}{v_1} (a_{ijpq} A_{pqkl}) [(b_{klmn} B_{mnr s})^{-1} C_{rstv}]^* \langle \sigma_{tv} \rangle. \quad (1.18)$$

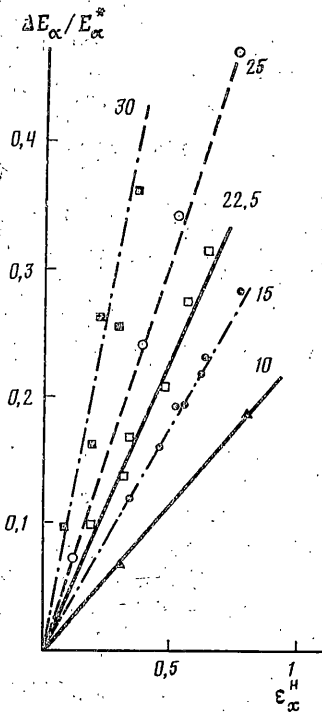
Таким образом, вместе с трансляционным упрочнением выявляется зависимость скорости пластической деформации композита от объемного содержания матрицы и волокна и скорости изменения упругих податливостей матрицы в зависимости от концентрации микротрещин в матрице. Таким образом, отказавшись от предположений о равенстве деформаций в компонентах композита, мы получили закон течения в виде (1.17). И даже в случае неизменности B_{ijkl} в процессе пластического течения не-



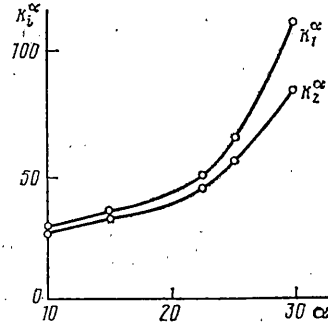
Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2



Фиг. 4

ортогональность тензора скоростей пластической деформации к поверхности нагружения будет иметь место, поскольку в общем случае $a_{ijhl} \neq 0$, $b_{ijhl} \neq 0$ по крайней мере на начальных стадиях пластического деформирования матрицы композита. В этом случае происходит увеличение области, где пластически деформируется матрица [5].

Для изотропных составляющих композита и изотропных тензоров a_{ijhl} , b_{ijhl} (1.18) упрощается и будет иметь следующий вид

$$\langle \epsilon_{ij}^{*p} \rangle = \lambda^* v_2 b_{ijhl} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \langle \sigma_{kl} \rangle} + \frac{v_2}{v_1} (a_{ijpq} A_{pqhl}) [(b_{klmn} B_{mnrst})^{-1} C_{rst}]^* \langle \sigma_{tp} \rangle$$

2. Возникновение микротрещин под действием статических и циклических нагрузок в композитных материалах подтверждается результатами рентгеновских и других микроструктурных исследований [9, 10]. Эксперименты, проведенные на однонаправленном углепластике при статическом нагружении с разгрузками (фиг. 1), показали наличие изменения деформационных характеристик материала, которое обусловлено развитием дефектов в композите. Аналогичное поведение наблюдается при исследовании статических упругих моделей однонаправленных композитов после циклического нагружения, не приводящего к разрушению. На фиг. 2 и 3 приведены зависимости $\Delta E_\alpha/E_\alpha^*$ и $\Delta S_{xy}^\alpha/S_{xy}^{0\alpha}$ от нелинейной деформации однонаправленного углепластика при одноосном нагружении под углом α к направлению волокна. Здесь $\Delta E_\alpha = E_\alpha^0 - E_\alpha^*$ — изменение модуля упругости при растяжении под углом α к направлению волокна в однонаправленном композите, E_α^0 — начальное значение модуля упругости и E_α^* — текущее значение модуля упругости в поврежденном состоянии. Из графиков на фиг. 2 и 3 видно, что

$$\begin{aligned} 1/E_\alpha^* - 1/E_\alpha^0 &= k_1^\alpha \varepsilon_x^p / E_\alpha^0 = S_{xx}^{0\alpha} k_1^\alpha \varepsilon_x^p \\ \Delta S_{xy}^\alpha &= S_{xy}^{0\alpha} k_2^\alpha \varepsilon_y^p \end{aligned} \quad (2.1)$$

т. е. изменения податливостей являются линейными функциями нелинейных деформаций. Отсюда следует, что скорости изменения упругих постоянных отличны от нуля. Из (1.5) следует, что $(b_{ijkl} B_{klmn})^{-1} = v_2^{-1} C_{ijmn} v_2^{-1} v_1 (a_{ijkl} A_{klmn})^{-1}$. Тогда (1.18) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{ij}^p \rangle &= \lambda^* v_2 (a_{ijpq} A_{pqkl}) (b_{klmn} B_{mnrst})^{-1} C_{rstu} (a_{tuvw} A_{wuef})^{-1} \times \\ &\times b_{efdg} \frac{\partial \Phi_0}{\partial \langle \sigma_{yz} \rangle} C_{dgab}^{-1} (b_{abch} B_{chyz}) - C_{ijkl}^* \langle \sigma_{kl} \rangle \end{aligned}$$

Здесь предполагается, что $A_{klpq} = 0$, $a_{pqmn} = 0$ в процессе пластического течения. Для плоского напряженного состояния, переходя к стандартным обозначениям компонент тензора напряжений, деформаций и податливостей [8], получим

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_1^p \rangle^* &= 0, \quad \langle \varepsilon_2^p \rangle^* = \lambda^* v_2 f_1^0 (\langle \sigma_x \rangle, \dots) - C_{22}^* \langle \sigma_2 \rangle \\ \langle \varepsilon_{12}^p \rangle^* &= \lambda^* v_2 f_2^0 (\langle \sigma_x \rangle, \dots) - C_{66}^* \langle \tau_{12} \rangle \end{aligned} \quad (2.2)$$

В (2.2) предполагается, что $C_{11}^* = 0$, $C_{16}^* = 0$, $C_{26}^* = 0$, $C_{12}^* = 0$, т. е. сохраняется тип симметрии композита, при деформировании по направлению волокна пластическое течение отсутствует. Соответственно при одноосном нагружении под углом α к направлению армирования из (2.2) получим

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_x^p \rangle^* &= \lambda^* v_2 f_1 (\langle \sigma_x \rangle, \dots) - S_{xx}^* \langle \sigma_x \rangle \\ \langle \varepsilon_y^p \rangle^* &= \lambda^* v_2 f_2 (\langle \sigma_x \rangle, \dots) - S_{xy}^* \langle \sigma_x \rangle \end{aligned} \quad (2.3)$$

Из экспериментальных результатов, приведенных на рис. 2 и 3, получим $S_{xx}^* = S_{xx}^{0\alpha} k_1^\alpha \langle \varepsilon_x^p \rangle^*$, $S_{xy}^* = S_{xy}^{0\alpha} k_2^\alpha \langle \varepsilon_y^p \rangle^*$, где коэффициенты k_1^α , k_2^α в зависимости от угла приведены на фиг. 4. Можно определить порядки слагаемых в правых частях (2.3), которые учитывают влияние повреждений на упругие характеристики композитного материала. В таблице приведены значения $S_{xx}^* \langle \sigma_x \rangle$ и $S_{xy}^* \langle \sigma_x \rangle$ для различных углов направления растяжения однонаправленного углепластика к направлению волокна. Из этих результатов следует, что добавки имеют порядок $\langle \varepsilon_x^p \rangle^*$ и $\langle \varepsilon_y^p \rangle^*$, поэтому учет их в соотношениях теории пластичности композитных материалов необходим. Следует отметить, что выражение повержно-

α°	$S_{xx}^\alpha \langle \sigma_x \rangle$	$S_{xy}^\alpha \langle \sigma_x \rangle$
10	$\geq 0,66 \langle \varepsilon_x^p \rangle$	$\leq -0,247 \langle \varepsilon_y^p \rangle$
15	$\geq 0,07 \langle \varepsilon_x^p \rangle$	$\leq -0,03 \langle \varepsilon_y^p \rangle$
30	$\geq 0,3 \langle \varepsilon_x^p \rangle$	$\leq -0,41 \langle \varepsilon_y^p \rangle$

сти нагружения Φ через компоненты тензоров напряжений и деформаций получены теоретически для пористых сред [14, 15]. Вместе с тем выражения для поверхности нагружения сред с повреждениями каким-либо образом распределенных по объему и отличных от пор неизвестны. Получение экспериментальной или теоретической информации о поверхности нагружения таких сред является центральной проблемой при разработке теории деформирования упругопластических сред с повреждениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю. Н. Упругопластическое состояние композитной структуры // В кн.: Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды. М.: Наука, 1969. С. 411–415.
2. Немировский Ю. В. Об упругопластическом поведении армированного слоя // Ж. прикл. механики и техн. физики. 1969. № 5. С. 81–90.
3. Креггерс А. Ф., Тетерс Г. А. Определение упругопластических свойств пространственно армированных композитов методом усреднения // Мех. композитных материалов. 1981. № 1. С. 30–36.
4. Исупов Л. П. Некоторые свойства определяющих уравнений для упругопластического композита // Мех. композитных материалов. 1984. № 6. С. 997–1003.
5. Адамс Д. Упругопластическое поведение композитов. — В сб.: Механика композитных материалов. Т. 2/Под ред. Сендецки Дж. М.: Мир, 1978. С. 196–221.
6. Купер Г. А. Микромеханические аспекты разрушения. В сб.: Разрушение и усталость. Т. 5/Под ред. Браутман Л. М.: Мир, 1978. С. 440–475.
7. Березин А. В. К теории пластичности дефектных материалов // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 6. С. 89–97.
8. Салганик Р. Л. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 149–158.
9. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
10. Композиционные материалы. Т. 2. Механика композиционных материалов/Под ред. Дж. Сендецки. М.: Мир, 1978. 564 с.
11. Сендецки Дж. Упругие свойства композитов. В сб.: Механика композиционных материалов. Т. 2/Под ред. Сендецки Дж. М.: Мир, 1978. С. 61–101.
12. Регель В. Р., Тамуж В. П. Разрушение и усталость полимеров и композитов. Обзор // Механика полимеров. 1977. № 3. С. 458–478.
13. Регель В. Р., Лексовский А. М., Поздняков О. Ф. Изучение кинетики разрушения композиционных материалов // Механика композитных материалов. 1979. № 2. С. 211–216.
14. Дудукаленко В. В., Смыслов А. Ф. К расчету предела пластичности пористых материалов // Прикл. механика. 1980. Т. 16. № 5. С. 32–35.
15. Gurson A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Pt. I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media // Trans. ASME. J. Eng. Mater. and Techn. 1977. V. 99. No. 1. P. 2–15.

Москва

Поступила в редакцию
2.II.1988.