

УДК 539.3:534.1

© 1991 г.

И. А. ГУЗЬ

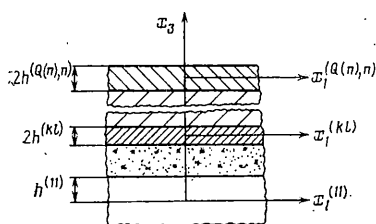
ЛОКАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЛОИСТЫХ СЖИМАЕМЫХ КОМПОЗИТОВ (пространственная задача)

В теории устойчивости слоистых композитных материалов наиболее точные результаты получены при использовании модели кусочно-однородной среды с привлечением соотношений трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел [1]. В ряде работ проведено исследование потери устойчивости по формам, периодически вдоль границы раздела сред. Так, была рассмотрена устойчивость слоистых композитов периодической структуры (с различными свойствами слоев, для пространственной и плоской задач) [2–5], поверхностная неустойчивость слоистых полуплоскости [6] и полупространства [7], пакета слоев, сопряженных с полупространством [8]. (Обзор результатов, полученных при указанном подходе, приведен в [9]). Из экспериментальных исследований известно, что наряду с периодическими возникают и локальные формы потери устойчивости. В связи с этим в настоящей статье изучается локальная неустойчивость слоистых сжимаемых композитов в пространственной постановке для форм потери устойчивости, представимых в виде интегралов Фурье.

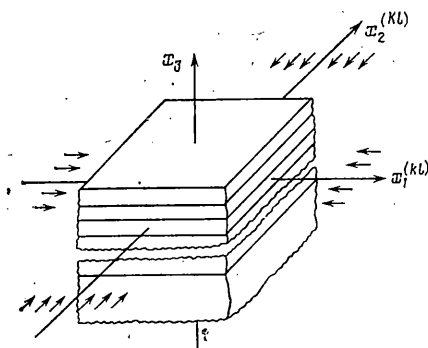
1. Постановка задачи. Рассмотрим композитный материал, имеющий одну из следующих структур: а) периодическая система N -слоистых пакетов; б) полупространство, состоящее из бесконечного числа повторяющихся N -слоистых пакетов; в) конечное число слоев, сопряженных с полупространством или бесконечным числом повторяющихся N -слоистых пакетов; г) бесконечное число повторяющихся R -слоистых пакетов, сопряженное с полупространством или бесконечным числом повторяющихся N -слоистых пакетов; д) R -слоистый пакет, находящийся между двумя полупространствами или двумя бесконечными системами повторяющихся пакетов (имеющих соответственно N и S слоев). Одна из таких структур представлена на фиг. 1.

Считаем, что границы слоев и полупространств параллельны некоторой плоскости, а каждый слой пакета может иметь различные характеристики (толщину и определяющие уравнения). Будем обозначать все величины, относящиеся к i -му слою j -го пакета индексом ij сверху. Условимся также считать полупространство первым (однослойным) пакетом — индекс 11, если же в структуре нет полупространств, то нумерацию начинаем с любого пакета. Исследование проводим в лагранжевых координатах. В докритическом (невозмущенном) состоянии введем декартову систему координат: ось ox_3^{ij} направим перпендикулярно границам слоев, оси ox_1^{ij} и ox_2^{ij} — в плоскости слоев, причем (см. фиг. 1) оси ox_1^{ij} и ox_2^{ij} лежат в срединной плоскости слоя, а в случае полупространства — на расстоянии h^{11} или h^{13} от границы. (Индекс 13 имеет второе полупространство, если оно есть в структуре.) Толщины слоев обозначим через $2h^{ij}$, количество слоев в β -м пакете — через $Q(\beta)$.

Таким образом, будем исследовать локальную неустойчивость композитного материала одной из вышеуказанных структур при двухосном сжатии «мертвыми» нагрузками в плоскости x_1ox_2 (фиг. 2), причем сжимаю-



Фиг. 1



Фиг. 2

щие усилия вдоль ox_1 и ox_2 различны (в работах [2–5, 7, 8] при изучении периодических вдоль границ слоев форм потери устойчивости предполагалось, что сжатие равномерное).

2. Метод решения. Исследование проведем в единой общей форме для теории конечных докритических деформаций и двух вариантов теории малых докритических деформаций применительно к упругим и упруго-пластическим сжимаемым слоям и полупространствам, однородным вдоль осей ox_1 и ox_2 . В случае упругопластических тел будем использовать обобщенную концепцию продолжающегося нагружения [1] и, следовательно, не будем учитывать изменения зон разгрузки при потере устойчивости. Заметим также, что при «мертвых» нагрузках выполняются достаточные условия применимости [1] статического метода исследования статических задач трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел, что является обоснованием использования его в настоящей работе.

В указанной постановке основные уравнения трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел [1] имеют вид (для каждого из слоев)

$$\partial/\partial x_i (\omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \partial u_\alpha^{kl} / \partial x_\beta) = 0 \quad (2.1)$$

Решения этих уравнений должны удовлетворять следующим граничным условиям (в зависимости от структуры композита): условиям непрерывности векторов напряжений и перемещений на границе S_1 между слоями

$$\begin{aligned} t_{3\beta}^{1,l+1} |_{S_1} &= t_{3\beta}^{q(l),l} |_{S_1} \\ u_\beta^{1,l+1} |_{S_1} &= u_\beta^{q(l),l} |_{S_1}; \quad \beta=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

условиям равенства нулю напряжений на свободной поверхности S_2 , если таковая имеется:

$$t_{3\beta}^{q(l),l} |_{S_2} = 0; \quad \beta=1, 2, 3 \quad (2.3)$$

условиям затухания перемещений на бесконечности в полупространстве (если оно входит в структуру композита) или при наличии свободной поверхности

$$u_\beta^{kl} |_{x_3 \rightarrow -\infty} = 0, \quad u_\beta^{kl} |_{x_3 \rightarrow +\infty} = 0; \quad \beta=1, 2, 3 \quad (2.4)$$

Условия (2.2)–(2.3) можно сформулировать относительно перемещений, если принять во внимание, что в трехмерной линеаризованной тео-

рии устойчивости деформируемых тел

$$t_{ij}^{kl} = \omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \partial u_{\alpha}^{kl} / \partial x_{\beta} \quad (2.5)$$

Уравнения (2.1) с однородными краевыми условиями вида (2.2) — (2.4) представляют собой задачу на собственные значения относительно параметров нагружения, входящих в компоненты тензора ω . Следует отметить, что в силу принятой однородности материала вдоль осей ox_1 и ox_2 имеем для тензора ω :

$$\omega = \omega(x_3, \mathbf{f}) \quad (2.6)$$

где \mathbf{f} — некоторые параметры нагружения. Конкретный вид компонент тензора ω для различных моделей приведен в [1].

3. Исследование задачи на собственные значения. Рассмотрим произвольную локальную вдоль осей ox_1 и ox_2 форму потери устойчивости, представимую в виде интегралов Фурье следующим образом:

$$u_j^{kl}(x_1, x_2, x_3) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_j^{kl}(x_3, \alpha_1, \alpha_2) \exp(-ix_1\alpha_1 - ix_2\alpha_2) d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (3.1)$$

$$t_{ij}^{kl}(x_1, x_2, x_3) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r_{ij}^{kl}(x_3, \alpha_1, \alpha_2) \exp(-ix_1\alpha_1 - ix_2\alpha_2) d\alpha_1 d\alpha_2$$

Подставив (3.1) в уравнения (2.1), условия (2.2) — (2.4) и в выражение (2.5), получим все указанные соотношения относительно v_j^{kl} и r_{ij}^{kl} :

$$\exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2) \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\frac{v_{\alpha}^{kl}(x_3, \alpha_1, \alpha_2)}{\exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2)} \right) \right] = 0 \quad (3.2)$$

$$r_{3\beta}^{1,1+1} \Big|_{s_1} = r_{3\beta}^{q(l),l} \Big|_{s_1}; \quad v_{\beta}^{1,1+1} \Big|_{s_1} = v_{\beta}^{q(l),l} \Big|_{s_1}; \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.3)$$

$$r_{3\beta}^{q(l),l} \Big|_{s_2} = 0, \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.4)$$

$$v_{\beta}^{kl} \Big|_{x_3 \rightarrow -\infty} = 0; \quad v_{\beta}^{kl} \Big|_{x_3 \rightarrow +\infty} = 0; \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.5)$$

$$r_{ij}^{kl} = \exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2) \omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\frac{v_{\alpha}^{kl}(x_3, \alpha_1, \alpha_2)}{\exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2)} \right) \quad (3.6)$$

Множитель $\exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2)$ введен в (3.2) для того, чтобы подчеркнуть возможность сокращения левой и правой частей соотношения на $\exp(-ix_1\alpha_1 - ix_2\alpha_2)$ после выполнения дифференцирования.

Таким образом, для локальной формы потери устойчивости, представимой в виде интегралов Фурье (3.1), получена задача на собственные значения (3.2) — (3.5) для обыкновенных дифференциальных уравнений по переменной x_3 (3.2). (После умножения на $\exp(ix_1\alpha_1 + ix_2\alpha_2)$ переменные x_1 и x_2 не будут фигурировать в (3.2), коэффициенты тоже не зависят от x_1, x_2 в силу (2.6).)

Перейдем к установлению соответствия между критическими параметрами нагружения для произвольной локальной формы потери устойчивости, представимой в виде интегралов Фурье, и для форм потери устойчивости, периодических вдоль осей ox_1 и ox_2 . Последние исследовались в [2—8] для частных случаев структур а) — д) п. 1 настоящей статьи.

При принятой в п. 1 постановке задачи периодические вдоль осей ox_1 и ox_2 формы потери устойчивости можно представить в виде

$$\begin{aligned} u_j^{kl}(x_1, x_2, x_3) &= V_j^{kl}(x_3, \gamma_1, \gamma_2) \exp(-i\gamma_1 x_1 - i\gamma_2 x_2) t_{ij}^{kl}(x_1, x_2, x_3) = \\ &= R_{ij}^{kl}(x_3, \gamma_1, \gamma_2) \exp(-i\gamma_1 x_1 - i\gamma_2 x_2), \quad \gamma_1 = \pi/l_1, \quad \gamma_2 = \pi/l_2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

где l_1, l_2 — длины полуволн форм потери устойчивости вдоль осей ox_1 и ox_2 . Представление (3.7) охватывает также и все представления работ [2–8].

Подставляя (3.7) в соотношения (2.1)–(2.5) получим задачу на собственные значения относительно параметров нагружения для случая периодических вдоль осей ox_1 и ox_2 форм потери устойчивости в следующем виде:

$$\exp(i\gamma_1 x_1 + i\gamma_2 x_2) \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{V_\alpha^{kl}(x_3, \gamma_1, \gamma_2)}{\exp(i\gamma_1 x_1 + i\gamma_2 x_2)} \right) \right] = 0 \quad (3.8)$$

$$R_{3\beta}^{1,l+1} |_{s_1} = R_{3\beta}^{Q(l),l} |_{s_1}; \quad V_\beta^{1,l+1} |_{s_1} = V_\beta^{Q(l),l} |_{s_1}; \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.9)$$

$$R_{3\beta}^{Q(l),l} |_{s_2} = 0, \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.10)$$

$$V_\beta^{kl} |_{x_3 \rightarrow -\infty} = 0, \quad V_\beta^{kl} |_{x_3 \rightarrow +\infty} = 0, \quad \beta = 1, 2, 3 \quad (3.11)$$

$$R_{ij}^{kl} = \exp(i\gamma_1 x_1 + i\gamma_2 x_2) \omega_{ij\alpha\beta}^{kl} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\frac{V_\alpha^{kl}(x_3, \gamma_1, \gamma_2)}{\exp(i\gamma_1 x_1 + i\gamma_2 x_2)} \right) \quad (3.12)$$

Если сравнить выражения (3.2)–(3.6) и (3.8)–(3.12), то окажется, что задачи на собственные значения (относительно параметров нагружения \mathbf{f} , входящих в компоненты тензора ω (2.6)) для функций v_j^{kl} , r_{ij}^{kl} и V_j^{kl} , R_{ij}^{kl} совпадают, если произвести замену параметров α_1 на π/l_1 и α_2 на π/l_2 . Следовательно, критические параметры нагружения также совпадают.

Итак, доказано, что в случае пространственной задачи устойчивости слоистых сжимаемых композитных материалов, имеющих одну из указанных в п. 1 структур, критические значения параметров нагружения совпадают для произвольной локальной (представимой в виде интегралов Фурье) и периодической вдоль осей ox_1 и ox_2 форм потери устойчивости.

Таким образом, все числовые результаты работ [2, 6, 8] и ряда других (указанных в обзоре [9]) в равной мере относятся и к локальной потере устойчивости по форме, представимой в виде интегралов Фурье.

Следует отметить, что все указанные выше результаты относятся и к случаю, когда докритическое состояние зависит от x_3 .

4. Плоская задача для слоистого композита периодической структуры с металлической матрицей. Рассмотрим плоскую задачу для композитного материала, состоящего из чередующихся в направлении оси ox_2 слоев наполнителя и связующего (ось ox_1 лежит в срединной плоскости слоя). Наполнитель будем моделировать сжимаемым упругим или упругопластическим телом, металлическое связующее — несжимаемым упругопластическим телом со степенной зависимостью между интенсивностями напряжений и деформаций:

$$\sigma_u = A \varepsilon_u^k \quad (4.1)$$

Исследуем внутреннюю неустойчивость такого композита при сжатии «мертвыми» нагрузками вдоль оси ox_1 в рамках второго варианта теории малых докритических деформаций трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел [1]. Ограничение рассмотрения случаем малых деформаций оправдано, так как конкретные конструкционные композиты с металлической матрицей даже разрушаются при малых деформациях. В силу того что приложены «мертвые» нагрузки, применим статический метод исследования статических задач трехмерной линеаризованной теории устойчивости деформируемых тел [1]. Для упругопластического деформирования используем концепцию продолжающегося нагружения. Кроме того, поскольку для матрицы выполняется (4.1), то при построении решений необходимо учитывать, что параметры $(\eta_2^m)^2$ и $(\eta_3^m)^2$, входящие в основные уравнения трехмерной линеаризованной теории

устойчивости деформируемых тел [1], будут комплексно-сопряженными, что строго доказано в [10]. (Здесь и далее индекс m означает, что данная величина относится к матрице, индекс a — к наполнителю.)

В [5] применительно к четырем периодическим вдоль границ слоев формам потери устойчивости (нумерацию форм и рисунки см. в [2, 3]) была решена пространственная неосесимметричная задача для композитного материала указанной выше структуры. Там же отмечено, что построенный характеристический определитель и все представления для решений можно записать и применительно к плоской задаче, если произвести замены параметров $|\xi_2^m|^{-2}\xi_2^m$ на η_2^m и параметров $\xi_{2,3}^{a-1}$ на $\eta_{2,3}^a$, а также индексов 3 на 2 в компонентах тензоров ω , \varkappa . В результате таких замен в формулах работы [5] получим для плоской задачи характеристический определитель в виде

$$\det\|\beta_{pq}\|=0; \quad p, q=1, \dots, 4 \quad (4.2)$$

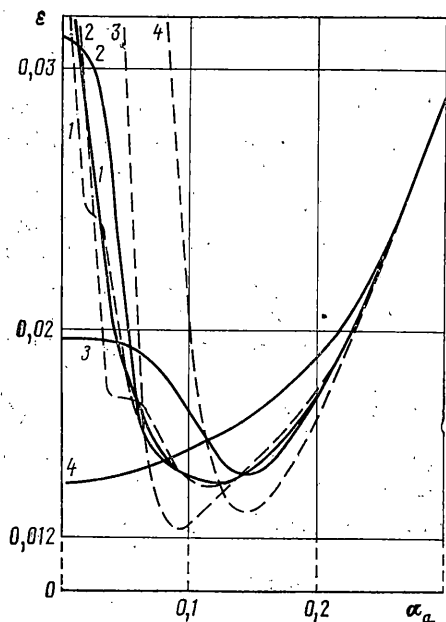
$$\begin{aligned} \beta_{11}(\eta_2^a) &= (\omega_{2112}\omega_{1122}\eta_2^{a^2} + \omega_{1111}\omega_{1212}) \times \\ &\quad \times \operatorname{ch} \alpha_a \eta_2^a, \quad \beta_{12} = \beta_{11}(\eta_3^a) \\ \beta_{21}(\eta_2^a) &= \eta_2^a (\omega_{2222}\omega_{2112}\eta_2^{a^2} - \omega_{1111}\omega_{2222} + \\ &\quad + \omega_{1122}^2 + \omega_{1122}\omega_{1212}) \operatorname{sh} \alpha_a \eta_2^a, \quad \beta_{22} = \beta_{21}(\eta_3^a) \\ \beta_{31}(\eta_2^a) &= \eta_2^a (\omega_{1122} + \omega_{1212}) \operatorname{sh} \alpha_a \eta_2^a \\ \beta_{32} &= \beta_{31}(\eta_2^a), \quad \beta_{41}(\eta_2^a) = (\omega_{2112}\eta_2^{a^2} - \omega_{1111}) \times \\ &\quad \times \operatorname{ch} \alpha_a \eta_2^a, \quad \beta_{42} = \beta_{41}(\eta_3^a) \\ \beta_{13}(\operatorname{ch}, \operatorname{cos}, \operatorname{sh}, \operatorname{sin}) &= -[\varkappa_{2112}((\operatorname{Re} \eta_2^m)^2 - (\operatorname{Im} \eta_2^m)^2) - \\ &\quad - \varkappa_{1212}] \operatorname{ch}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{cos}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) + \\ &\quad + 2\varkappa_{2112} \operatorname{Re} \eta_2^m \operatorname{Im} \eta_2^m \operatorname{sh}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{sin}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) \\ \beta_{14} &= \beta_{13}(\operatorname{sh}, \operatorname{sin}, \operatorname{ch}, -\operatorname{cos}) \quad (4.3) \\ \beta_{23}(\operatorname{ch}, \operatorname{cos}, \operatorname{sh}, \operatorname{sin}) &= \operatorname{Re} \eta_2^m [\varkappa_{2112} \times \\ &\quad \times ((\operatorname{Re} \eta_2^m)^2 - 3(\operatorname{Im} \eta_2^m)^2) - \varkappa_{1111} - \varkappa_{2222} + \varkappa_{1212} + \\ &\quad + 2\varkappa_{1122}] \operatorname{sh}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{cos}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) - \\ &\quad - \operatorname{Im} \eta_2^m [\varkappa_{2112}(3(\operatorname{Re} \eta_2^m)^2 - (\operatorname{Im} \eta_2^m)^2) - \varkappa_{1111} - \varkappa_{2222} + \\ &\quad + \varkappa_{1212} + 2\varkappa_{1122}] \operatorname{ch}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{sin}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m), \\ \beta_{24} &= \beta_{23}(\operatorname{sh}, \operatorname{sin}, \operatorname{ch}, -\operatorname{cos}) \\ \beta_{33}(\operatorname{ch}, \operatorname{cos}, \operatorname{sh}, \operatorname{sin}) &= \operatorname{Re} \eta_2^m \operatorname{sh}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \times \\ &\quad \times \operatorname{cos}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) - \operatorname{Im} \eta_2^m \operatorname{ch}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{sin}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) \\ \beta_{34} &= \beta_{33}(\operatorname{sh}, \operatorname{sin}, \operatorname{ch}, -\operatorname{cos}) \\ \beta_{43}(\operatorname{ch}, \operatorname{cos}) &= \operatorname{ch}(\alpha_m \operatorname{Re} \eta_2^m) \operatorname{cos}(\alpha_m \operatorname{Im} \eta_2^m) \\ \beta_{44} &= \beta_{43}(\operatorname{sh}, \operatorname{sin}), \quad \alpha_a = \alpha_m h_a / h_m \end{aligned}$$

Конкретизируем соотношения (4.2) и (4.3) для слоистого композита с алюминиевой матрицей, подчиняющейся при деформировании закону (4.1), и линейно-упругим наполнителем, для которого

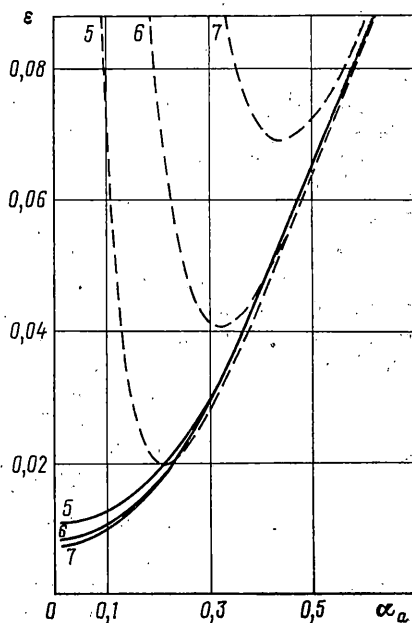
$$\sigma_{ij} = E\nu/(1+\nu)/(1-2\nu)\delta_{ij}\varepsilon_{nn} + E/(1+\nu)\varepsilon_{ij} \quad (4.4)$$

В этом случае компоненты тензоров \varkappa (для несжимаемого тела) и ω (для сжимаемого тела) после ряда преобразований с использованием формул [1, с. 184] примут вид

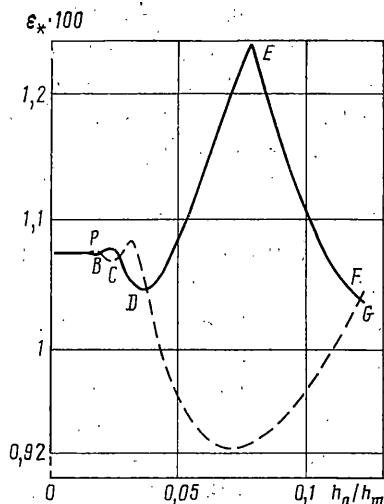
$$\begin{aligned} \omega_{1111} &= E/(1+\nu)(1-\nu + \varepsilon_{11}(1-2\nu)/(1-\nu))/(1-2\nu) \\ \omega_{1221} &= E/(1+\nu)(1/2 + \varepsilon_{11}/(1-\nu)) \\ \omega_{2222} &= E(1-\nu)/(1+\nu)/(1-2\nu), \quad \omega_{1212} = \omega_{2112} = E/(1+\nu)/2 \\ \omega_{1122} &= E\nu/(1+\nu)/(1-2\nu) \quad (4.5) \\ \varkappa_{1111} &= P(k+1+4\varepsilon_{11}), \quad \varkappa_{2222} = (k+1)P \end{aligned}$$



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

$$\begin{aligned} \kappa_{1122} &= (1-k)P, & \kappa_{2112} &= \kappa_{1212} = P \\ \kappa_{1221} &= (1+4\varepsilon_{11})P, & P &= (-2\varepsilon_{11}/\sqrt{3})k^{-1}A/3 \end{aligned}$$

Таким образом, для определения критических деформаций слоистого композита рассматриваемой структуры при потере устойчивости по периодическим вдоль границ слоев формам следует решить (4.2) при обозначениях (4.3), (4.5) относительно ε_{11} .

5. Числовые результаты для бороалюминиевого слоистого композита. Определим критические деформации для слоистого композита, рассмотренного в предыдущем пункте, в случае алюминиевой матрицы и наполнителя из бора. Уравнение (4.2) было решено на ЭВМ (методом бисекции) при значениях параметров $E=400$ ГПа, $\nu=0,21$ (для бора) и $A=70$ МПа, $k=0,25$ (для неотожженного алюминия) и различных отноше-

ниях толщин слоев наполнителя и связующего h_a/h_m . В результате решения получены зависимости деформации ε от параметра волнообразования α_a при $h_a/h_m=0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1$ (соответственно кривые 1–7 на фиг. 3, 4). Сплошной линией обозначены кривые, относящиеся к первой форме потери устойчивости, штриховой — ко второй форме потери устойчивости. Корней уравнения (4.2) для третьей и четвертой форм потери устойчивости при указанных значениях параметров в диапазоне деформаций от 0 до 0,1 не было обнаружено.

Чтобы определить значение критической деформации, следует провести анализ графиков 1–7 на фиг. 3, 4 по схеме, предложенной в [11]. Так, если кривая для некоторой формы потери устойчивости имеет экстремум (минимум), то минимальное значение $\varepsilon=\varepsilon_c$ является критическим. Если же кривая монотонна (минимум при $\alpha=0$), то явления внутренней неустойчивости не существует ввиду соображений физического характера [11]. Из всех форм потери устойчивости для данной концентрации наполнителя рассматриваем ту, для которой кривая лежит ниже. Например, для концентраций $h_a/h_m=0,01; 0,02; 0,05; 0,1$ (графики 1–4 на фиг. 3) явление внутренней неустойчивости существует, для концентраций $h_a/h_m=0,2; 0,5; 1$ (графики 5–7 на фиг. 4) — не существует.

На фиг. 5 дана зависимость критической деформации $\varepsilon_{кр}=\varepsilon_c(1-2\nu)/(1-\nu)$ для первой (сплошная линия) и второй (штриховая линия) форм потери устойчивости от отношения толщин наполнителя и связующего h_a/h_m . Как оказалось, при $h_a/h_m>0,110$ внутренней неустойчивости не существует. На участках PB ($0,015<h_a/h_m<0,018$) и CD ($0,025<h_a/h_m<0,035$) устойчивость теряется по первой форме; при $0,018<h_a/h_m<0,025$ (участок BC) и $0,035<h_a/h_m<0,110$ (участок DF) — по второй. При $h_a/h_m<0,015$ критическая деформация одинакова для первой и второй форм потери устойчивости и практически не зависит от h_a/h_m , что соответствует соображениям физического характера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гузь А. Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. Киев: Вища шк., 1986. 511 с.
2. Гузь А. Н., Хорошун Л. П., Ванин Г. А. и др. Механика материалов // Т. 1. Механика композитных материалов и элементов конструкций. В 3-х т. Киев: Наук. думка, 1982. 363 с.
3. Гузь А. Н., Гузь И. А. Пространственные задачи теории устойчивости слоистых сжимаемых композитных материалов // Теоретическая и прикладная механика. Киев: Вища шк., 1988. № 19. С. 24–32.
4. Гузь И. А. Пространственные неосесимметричные задачи теории устойчивости слоистых высокоэластических композитных материалов // Прикл. механика. 1989. Т. 25. № 11. С. 26–31.
5. Гузь И. А. Пространственные неосесимметричные задачи теории устойчивости композитных материалов с металлической матрицей // Прикл. механика. 1989. Т. 25. № 12. С. 35–41.
6. Гузь А. Н., Чехов В. Н. Поверхностная потеря устойчивости слоистой полуплоскостью при упругопластическом деформировании слоев // Докл. АН СССР. 1983. Т. 272. № 3. С. 546–550.
7. Гузь А. Н., Чехов В. Н., Шульга Н. А. Поверхностная неустойчивость слоистого полупространства периодической структуры // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266. № 6. С. 1306–1310.
8. Чехов В. Н. Поверхностная неустойчивость слоистой среды, сопряженной с однородным полупространством // Прикл. механика. 1984. Т. 20. № 11. С. 35–42.
9. Бабич И. Ю., Гузь А. Н., Шульга Н. А. Исследование динамики и устойчивости композитных материалов в трехмерной постановке: Обзор // Прикл. механика. 1982. Т. 18. № 1. С. 3–27.
10. Гузь А. Н. Об исследовании внутренней неустойчивости деформируемых тел // Прикл. механика. 1987. Т. 23. № 2. С. 24–38.
11. Бабич И. Ю., Гузь А. Н., Килин В. И. К вопросам разрушения и устойчивости слоистых структур при упругих деформациях // Прикл. механика. 1986. Т. 22. № 7. С. 3–9.

Киев

Поступила в редакцию
10.XI.1989