

Н. Н. БЕЛОВ, А. И. КОРНЕЕВ, А. П. НИКОЛАЕВ, В. Г. СИМОНЕНКО

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ В СТАЛЯХ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ СОУДАРЕНИИ

Откольное разрушение в металлах при ударном нагружении происходит в результате встречи волн разрежения, возникающих при отражении ударного импульса от свободных поверхностей образца. Фазовый переход, изменяя волновую картину, может привести к особенностям при разрушении. Потребности практики требуют разработки математических моделей для описания этих явлений. Процесс разрушения, как показывают микроструктурные исследования [1], состоит из зарождения, роста и коалесценции микродефектов различных размеров, что позволяет, используя один из подходов, рассматривать его как рост пор сферической формы в пластически деформированном материале [2-5]. Моделирование фазовых переходов посвящены работы [6, 7]. В данной работе предложена модель для расчета откольного разрушения в образцах, испытывающих $\alpha \leftrightarrow \varepsilon$ -переход, и в двумерной осесимметричной постановке проведен расчет откольного разрушения в стальных дисках при ударном нагружении. Полученные результаты сравниваются с результатами разрушения без учета фазового перехода.

Система уравнений, описывающая движение смеси фаз пористого материала, испытывающего полиморфный фазовый переход, в рамках модели упругопластического тела имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \int_S \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad U = \begin{pmatrix} \rho u^1 \\ \rho u^2 \\ \rho u^3 \\ \rho \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \sigma^{\vee} \cdot \mathbf{k}_1 \\ \sigma^{\vee} \cdot \mathbf{k}_2 \\ \sigma^{\vee} \cdot \mathbf{k}_3 \\ 0 \\ \sigma^{\vee} \cdot \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$2\mu \varepsilon_{ij} = (D/Dt) s_{ij} + \lambda s_{ij} \quad (2)$$

$$s_{ij} s_{ij} = 2/3 (Y_m/\alpha)^2 \quad (3)$$

где $\rho = \rho_m/\alpha$ — плотность пористой смеси фаз; ρ_m — плотность смеси фаз; α — пористость; $\mathbf{u} = u^i \mathbf{k}_i$ — вектор скорости; \mathbf{k}_i — единичные орты выбранной системы координат; $\sigma^{\vee} = \sigma^{ij} \mathbf{k}_i \mathbf{k}_j$ — тензор напряжений; s_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений; p — давление в пористой смеси; $E = e + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}/2$ — полная энергия; $e = x_1 e_1 + (1-x) e_2$ — внутренняя энергия пористой смеси; e_i ($i=1, 2$) — внутренняя энергия i -й фазы; x_i — массовая концентрация i -й фазы ($x_1 + x_2 = 1$); ε_{ij} — компоненты девиатора тензора скоростей деформаций; $\mu = \mu_0 [b \xi^2 - (b+1) \xi + 1]$ — модуль сдвига пористой смеси [5]; $\xi = (\alpha-1)/\alpha$ — относительный объем пор; Y_m, μ_0 — предел текучести и модуль сдвига первой фазы; \mathbf{n} — внешний вектор нормали к поверхности S , ограничивающей объем V ; символ D/Dt означает производную в смысле Ляманна; параметр λ в уравнении (2) определяется с помощью условия текучести Мизеса (3).

Кинетическое уравнение, описывающее рост пор в пластически деформированном материале, имеет вид [2]:

$$\delta^2 Y_m Q(\alpha, \alpha^*, \alpha^{**}) = \alpha p + a_s \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)^{+2/3} \frac{\eta_0}{n} |\alpha^*|^{n-1} \alpha^* \frac{\alpha^n - (\alpha-1)^n}{(\alpha-1)^n \alpha^n} \quad (4)$$

$$Q(\alpha, \alpha^*, \alpha^{**}) = -\alpha^{**} [(\alpha-1)^{-1/3} - \alpha^{-1/3}] + 1/6 \alpha^{*2} [(\alpha-1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3}]$$

где η_0, n, δ, a_s — константы материала.

Давление в пористой смеси фаз находится из решения нелинейной системы уравнений

$$p_m = p_{m1}(\rho_{m1}, e_1) = p_{m2}(\rho_{m2}, e_2) \quad (5)$$

$$T = T_1(\rho_{m1}, e_1) = T_2(\rho_{m2}, e_2), \quad e = xe_1 + (1-x)e_2$$

$$1/\rho_m = x\rho_{m1} + (1-x)/\rho_{m2}, \quad p = p_m/\alpha$$

Здесь T — абсолютная температура; индекс m внизу означает материал матрицы.

Уравнения состояния фаз, которые при выполнении условий термодинамического равновесия (равенство давлений и температур) определяют в соответствии с правилом фаз Гиббса в координатах p, T кривую фазового равновесия, имеют вид [7]:

$$p_{mi} = p_{si}(\rho_{mi}) + \gamma_i(\rho_{mi}) \rho_{mi} [e_i - e_{si} - \rho_{mi}] \quad (6)$$

$$e_{si}(\rho_{mi}) = \frac{9B_{0i}}{2\rho_{m0i}a_i^2} \{ \exp[2a_i(1 - (\rho_{m0i}/\rho_{mi})^{1/2})] - 2 \exp[a_i(1 - (\rho_{m0i}/\rho_{mi})^{1/2})] + \beta_i \}$$

$$p_{si}(\rho_{mi}) = 3B_{0i}/a_i (\rho_{m0i}/\rho_{mi})^{-3/2} \{ \exp[2a_i(1 - (\rho_{m0i}/\rho_{mi})^{1/2})] - \exp[a_i(1 - (\rho_{m0i}/\rho_{mi})^{1/2})] \}$$

$$\gamma_i(\rho_{mi}) = \gamma_{0i} \rho_{m0i}/\rho_{mi}$$

Массовая концентрация фаз находится из решения кинетического уравнения фазовых переходов [7]:

$$dx/dt = -cxD \exp(-U_0/kT) [\exp((\Phi_1 - \Phi_2)/L) - 1] \quad (7)$$

в котором $D = \theta_d/hkT$, θ_d — температура Дебая; h — постоянная Планка; k — постоянная Больцмана; L — сдвиговая прочность кристаллической решетки; U_0 — энергия активации; c — константа порядка единицы.

Термодинамические потенциалы Φ_i низкой и высокой фаз материала, играющие определяющую роль при полиморфных переходах, имеют вид

$$\Phi_i = e_i + p/\rho_{mi} - TS$$

$$T_i(\rho_{mi}, e_i) = T_0 \theta_i(\rho_{mi}) \left[1 + \frac{e_i - e_{si}(\rho_{mi})}{K\theta_i(\rho_{mi})} \right]$$

$$S_i(\rho_{mi}, e_i) = S_{0i} + (3R/A) \ln \left[1 + \frac{e_i - e_{si}(\rho_{mi})}{K\theta_i(\rho_{mi})} \right]$$

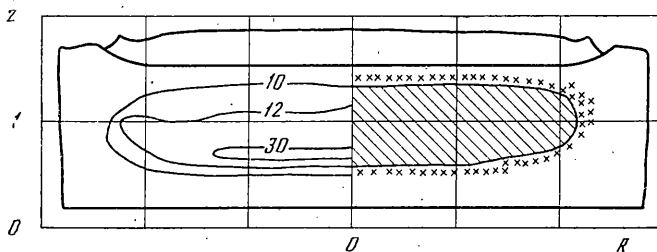
$$\theta_i(\rho_{mi}) = \exp[\gamma_{0i}(1 - \rho_{m0i}/\rho_{mi})]$$

i — индекс фазы; p_{si} , e_{si} — составляющие давления и внутренней энергии на изэнтропе сжатия; S_i — энтропия; γ_i — коэффициент Грюнайна; B_{0i} — модуль адиабатической сжимаемости; S_{0i} , β_i — нормировочные константы; a_i — подгоночный параметр; A — атомный вес; $T_0 = 293$ К.

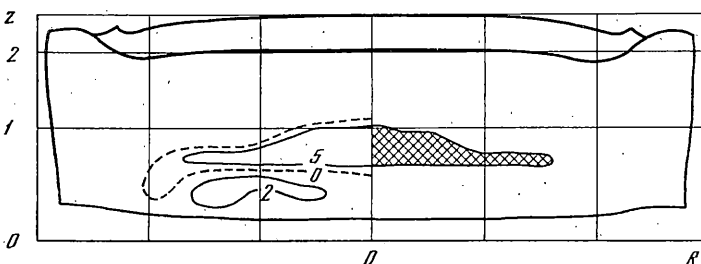
Численные значения констант, входящих в уравнения (4), (7), приведены в [2, 7].

В рамках изложенной модели рассмотрим численное решение двумерной задачи о соударении двух стальных дисков. Ударник толщиной 0,3 см и диаметром 4,4 см ударяется о мишень толщиной 1,5 см и диаметром 5,6 см. Скорость соударения $u_0 = 1800$ м/с. Данные расчета, полученные методом [8], приведены на фиг. 1–7 (величины размерности длины выражены в см, размерности напряжений — в ГПа).

Процесс удара имеет ярко выраженный волновой характер со сложным взаимодействием волн сжатия и разгрузки. В начальный момент времени в противоположные от поверхности контакта стороны распространяются ударные волны. Одновременно из точек, лежащих на пересечении боковой поверхности ударника с лицевой поверхностью мишени, в глубь ударно-сжатого материала распространяется боковая волна разгрузки. В области, ограниченной фронтами ударных волн и головным фронтом волны разгрузки, среда находится в одноосном деформированном состоянии. За



Фиг. 1



Фиг. 2

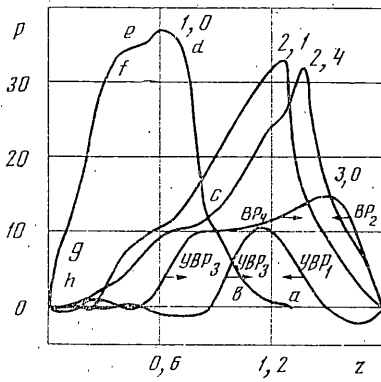
Фронтом волны разгрузки реализуется сложное напряженное состояние. Описанная структура волновых процессов будет сохраняться до тех пор, пока фронт боковой разгрузки не достигает оси симметрии. Ударная волна в ударнике, достигнув его свободной поверхности, отражается в материале в виде волн разгрузки. Все эти особенности хорошо прослеживаются на фиг. 1, 2, на которых изображены в моменты времени 2,1 мкс и 3,8 мкс изобары давления. Области материала, находящегося в ϵ -фазе, заштрихованы; крестиками и двойной штриховкой помечены зоны, в которых материал находится в смеси фаз. На фиг. 3–5 приведены в различные моменты времени профили напряжения вдоль оси симметрии и в сечениях, расположенных на расстояниях 2,1 и 2,4 см от нее. Цифры обозначают время процесса в мкс.

Характерные участки профиля напряжений на оси симметрии в момент времени 1 мкс на фиг. 3 отмечены буквами: ab – упругий предвестник; bc – первая пластическая волна, на фронте которой образуются и активизируются предзародыши ϵ -фазы; cd – вторая пластическая ударная волна, во фронте которой материал из α -фазы переходит в ϵ -фазу; ef – упругая волна разгрузки; fg – пластическая волна разгрузки; во фронте ударной волны разгрузки gn материал из ϵ -фазы переходит в исходную α -фазу. Следует отметить, что из-за ограниченности расчетной сетки профили волн напряжения сильно размыты.

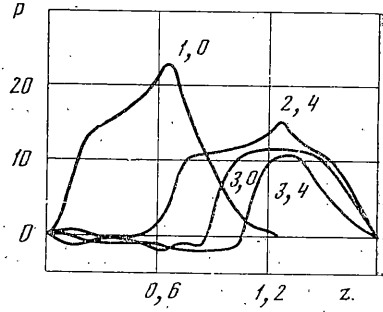
Упругая волна разгрузки в этот момент времени не достигла еще ударного фронта. Максимальное сжимающее напряжение на оси достигает величины 37 ГПа. Боковые волны разгрузки достигли сечения, расположенного на расстоянии 2,1 см от оси симметрии (фиг. 4). Взаимодействие волн разгрузки, распространяющихся с тыльной поверхности ударника и боковой разгрузки с ударным фронтом в мишени, привели к тому, что уровень сжимающих напряжений в этом сечении понизился до величины 23 ГПа, а в сечении, расположенном на расстоянии 2,4 см от оси, – 11 ГПа (фиг. 5). Справа от сечения, расположенного на расстоянии 2,3 см от оси симметрии, материал находится в исходной α -фазе. Последующие моменты времени процесса характеризуются взаимодействием ударного фронта мишени с волнами боковой и ударной $ВР_4$ разгрузок (фиг. 3, $t=3,0$ мкс). Ударная волна разгрузки $УВР_3$, возникающая при переходе материала на ϵ -фазы в α -фазу, возвращает его в исходную фазу и при напряжениях порядка 5 ГПа обратный переход полностью заканчивается (фиг. 2). Пороговое значение обратного перехода 9,7 ГПа (фиг. 1). Характерное время прямого и обратного переходов совпадают между собой.

При выходе ударного фронта в мишени на свободную поверхность в области, в которой вещество находилось в фазе высокого давления, образуются пластическая $ВР_2$ и ударная $УВР_1$ волны разрежения, распространяющиеся по ударно-сжатому материалу в сторону, противоположную направлению удара. Картина разрушения мишени и поле массовых скоростей приведены на фиг. 6. В расчетах считалось, что в элементе материала происходит разрушение, когда относительный объем пор в нем достигает величины 0,3 ($\alpha_*=1,43$).

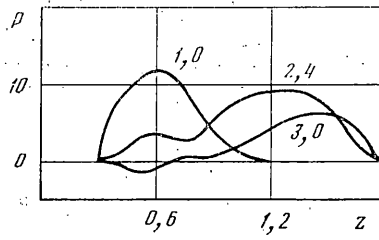
В мишени произошло два откола. Первый из них развился в результате встречи пластической волны разгрузки $ВР_4$ с ударной $УВР_1$. Измеренная на оси симметрии



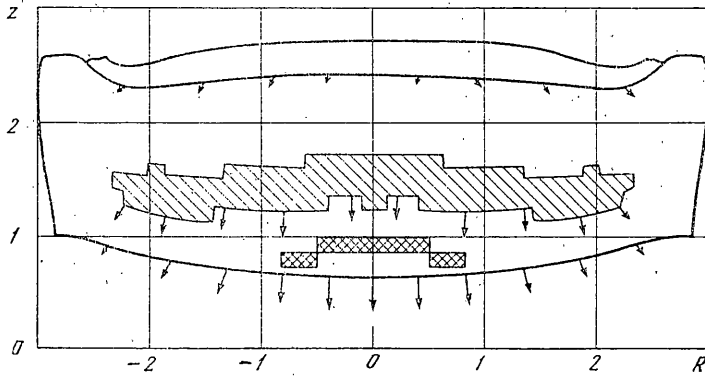
Фиг. 3



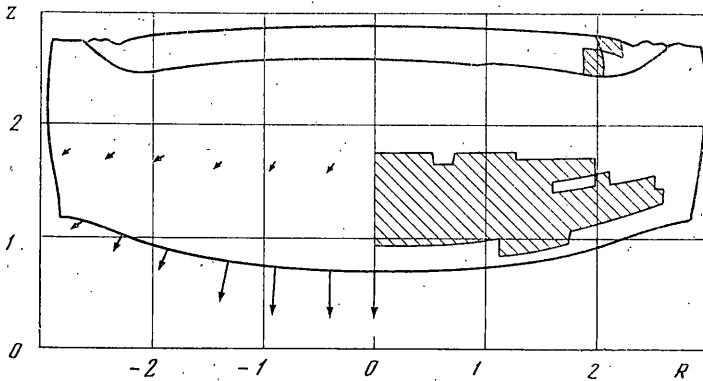
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

толщина отколовшейся части равна 0,2 см. Взаимодействие пластических волн разрывания BP_2 и BP_4 привело к образованию в зоне их встречи области пониженных сжимающих напряжений, в которой при падении амплитуды волны сжатия ниже пороговой для обратного перехода, начался $\epsilon \rightarrow \sigma$ -переход, вследствие чего волна BP_2 преобразовалась в ударную YBP_2 . Аналогичной эволюции с волной BP_4 не произошло в силу заданной геометрии соударяющейся пары. Интерференция волн YBP_3 и YBP_2 привела в итоге ко второму отколу, дающему гладкие отколония поверхности. Толщина второго откола 0,36 см. Оставшаяся неразрушенной часть мишени составляет 0,7 см.

С целью выявления влияния фазового перехода в стали на ее разрушение был проведен аналогичный расчет без учета перехода. Конечная картина процесса показана на фиг. 7. Из нее видно, что в мишени произошел один откол, толщина оставшейся неразрушенной части преграды равна 0,83 см. Сравнение результатов показывает, что в сталях с фазовым переходом откольные явления поражают мишень на большую глубину, чем без учета полиморфного перехода.

О массовых скоростях отколовшихся частей можно судить по векторам скорости на фиг. 6, 7 (1 см модуля вектора соответствует 1 км/с).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков С. А. Прочность при квазистатическом и ударно-волновом нагружении // ФГВ. 1985. № 6. С. 77–85.
2. Белов Н. Н., Корнеев А. И., Николаев А. П. Численный анализ разрушения в плитах при действии импульсных нагрузок // ПМТФ. 1985. № 3. С. 132–136.
3. Глушко А. И. Исследование откола как процесса образования микропор // Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 5. С. 132–140.
4. Романчычева Л. К., Рузанов А. И. Численное исследование откольных разрушений в меди // ПМТФ. 1982. № 4. С. 117–122.
5. Johnson J. N. Dynamics fracture and spallation in ductile solids // J. Appl. Phys. 1981. Vol. 52. № 4. P. 2812–2825.
6. Ахмадеев Н. Х., Нигматуллин Р. И. Ударные волны и фазовые превращения в железе // ПМТФ. 1976. № 5. С. 128–135.
7. Жуков А. В., Корнеев А. И., Симоненко В. Г. Численное моделирование фазовых переходов в ударных волнах // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 4. С. 138–142.
8. Корнеев А. И., Николаев А. П., Шиповский И. Е. Приложение метода конечных элементов к задачам соударения твердых деформируемых тел // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Матер. VII Всесоюз. конф. Новосибирск, 1982. С. 122–129.

Томск, Калинин

Поступила в редакцию
24.1.1989

УДК 539.3

© 1991 г.

А. А. ГОЛОВИН

ОСОБЫЕ РАЗМЕРЫ ТОРОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК И ИХ ВЛИЯНИЕ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Наличие участка отрицательной гауссовой кривизны в оболочках приводит к существованию некоторых размеров этих участков, при которых жесткость оболочки и напряженно-деформированное состояние приобретают характерные свойства: при этих размерах оболочка становится либо податливой для некоторых видов нагрузки, т. е. жесткость оболочки для таких нагрузок становится малой, а напряженное состояние — близким к изгибному, либо наоборот, оболочка становится жесткой, а напряженное состояние — безмоментным. Назовем эти размеры особыми. Особые размеры и свойства оболочек ранее исследовались в основном для оболочек при наличии границ. В предлагаемой работе аналогичное исследование особых размеров выполнено для замкнутой тороидальной оболочки кругового поперечного сечения. Такие оболочки распространены в технике, однако в указанном аспекте они не исследовались. Трудность состоит в том, что получить достаточно простое аналитическое решение дифференциальных уравнений тороидальных оболочек не удастся, не удастся и написать выражения для особых размеров в виде формул, поэтому исследование выполнено численно.

Как известно из [1], краевая задача для системы уравнений гиперболического типа в общем случае не корректна, потому что не всегда имеет решение. Торовая оболочка имеет участок отрицательной гауссовой кривизны. В безмоментной постановке система уравнений для данного участка будет иметь гиперболический вид, и из-за этого краевая задача для нее будет не всегда корректна. Это обстоятельство должно накладывать отпечаток и на поведение решения общих моментных уравнений, для которых краевая задача корректна в силу эллиптичности этой системы.