

УДК 539.3.

© 1991 г.

А. А. КАСУМОВ

**НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ  
ИЗОЛИРОВАННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛИТ  
НА СТОХАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОМ ОСНОВАНИИ**

Задача изгиба неограниченных плит на стохастически неоднородном основании впервые рассматривалась в [1]. В публикуемой работе стохастическая краевая задача решается асимптотическим методом в сочетании с интегральным преобразованием Лапласа для ограниченной области в четырех приближениях. Построена функция Грина соответствующей детерминированной задачи. Для наглядности изложения решения задачи по указанной методике модель основания принимается винклеровской. Внешняя нагрузка считается детерминированной.

1. Уравнение равновесия задачи имеет вид

$$L_0 W(x, y) = q(x, y), \quad L_0 = D_0 \Delta^2 + k(x, y) \quad (1.1)$$

Здесь  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $D_0$  — жесткость плиты,  $k(x, y)$  — коэффициент постели основания, в общем случае квазистационарная случайная функция. Введем малый параметр  $\varepsilon$  и представим  $k(x, y)$  в форме

$$k(x, y) = k_0 + \varepsilon k^*(x, y) \quad (1.2)$$

где  $k^*(x, y)$  — флуктуация случайной функции  $k(x, y)$ ; которая с помощью известной корреляционной функции  $K$  представляется в виде канонического разложения в области  $s$ :

$$k^*(x, y) = \sum_{i=0}^J c_i^* \lambda_i^{-1/2} \varphi_i(x, y) \quad (1.3)$$

Здесь  $c_i^*$  — гауссовские случайные величины с единичной корреляционной матрицей;  $\varphi_i$ ,  $\lambda_i$  — собственные функции и числа интегрального уравнения

$$\varphi_i(x, y) = \lambda_i \iint_s K(x, y, x_2, y_2) \varphi_i(x_2, y_2) dx_2 dy_2 \quad (1.4)$$

Решение (1.1) разыскиваем в следующей форме:

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^3 \varepsilon^i W_i(x, y) \quad (1.5)$$

Подставляя (1.5) и (1.2) в (1.1) и удерживая в асимптотическом разложении четыре члена, получим последовательность уравнений

$$L_0 W = q(x, y), \quad L_0 W_i = -k^*(x, y) W_{i-1} \quad (i=1, 2, 3) \quad (1.6)$$

Подставляя (1.3) в (1.6) получаем решение (1.1) в виде ряда

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^3 (-1)^i W_i(x, y) \quad (1.7)$$

$$W_0 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b G(x, y, x_p, y_p) q(x_p, y_p) dx_p dy_p$$

$$W_1 = \sum_{i=0}^J c_i^* \lambda_i^{-1/2} f_{1i}(x, y), \quad W_2 = \sum_{i,j=0}^J c_i^* c_j^* (\lambda_i \lambda_j)^{-1/2} f_{2ij}(x, y)$$

$$W_3 = \sum_{i,j,k=0}^J c_i^* c_j^* c_k^* (\lambda_i \lambda_j \lambda_k)^{-1/2} f_{3ijk}(x, y)$$

$$f_{1i}(x, y) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b G(x, y, x_p, y_p) \varphi_i(x_p, y_p) W_0(x_p, y_p) dx_p dy_p$$

$$f_{2ij}(x, y) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b G(x, y, x_p, y_p) f_{1i}(x_p, y_p) \varphi_j(x_p, y_p) dx_p dy_p$$

$$f_{3ijk}(x, y) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b G(x, y, x_p, y_p) f_{2ij}(x_p, y_p) \varphi_k(x_p, y_p) dx_p dy_p$$

где  $G$  — функция Грина рассматриваемой задачи.

Опуская выкладки, связанные с вычислениями четырех начальных и центральных моментов [2], и вычисления через последние асимметрии  $A$  и эксцесса  $E$  случайной функции (1.7), плотность распределения (1.7) выражаем в виде  $A$  — ряда Шарлье

$$p[W(x, y)] = \mu_2^{-1/2} [\psi(\xi) + 1/6 A \psi'''(\xi) + 1/24 E \psi^{IV}(\xi)] \quad (1.8)$$

$$\xi = (W - \langle W \rangle) \mu_2^{-1/2}, \quad \psi(\xi) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-1/2 \xi^2)$$

где  $\mu_2$  — второй центральный момент случайной функции (1.7);  $\langle W \rangle$  — математическое ожидание (1.7).

Вероятность нахождения функции (1.7) в интервале  $[a_1, b_1]$  вычисляется по формуле

$$p[a_1 < W(x, y) < b_1] = \int_{a_1}^{b_1} p[W(x, y)] dW \quad (1.9)$$

С помощью аналогичных выкладок получаем оценку типа (1.9) для изгибающего момента. Затем вычисляется вероятность исчерпания несущей способности плиты.

2. Перейдем к построению функции Грина  $G(x, y, x_p, y_p)$ . Нужно при  $q(x, y) = \delta(x - x_p, y - y_p)$  построить решение (1.6) в прямоугольной области  $s$ , удовлетворяющее на контуре этой области условиям

$$L_{1,2}(\pm a, y) G(x, y) = 0, \quad L_{3,4}(x, \pm b) G(x, y) = 0 \quad (2.1)$$

$$L_1(x, y) = \partial^2 / \partial x^2 + \mu \partial^2 / \partial y^2, \quad L_2(x, y) = \partial^3 / \partial x^3 + (2 - \mu) \partial^3 / \partial x \partial y$$

$L_{3,4}(x, y)$  получаются из предыдущих выражений заменой  $x \rightarrow y$ .

Введением переменной жесткости  $D(x, y)$  с помощью единичной функции Хевисайда  $\theta$ , рассматриваемая область  $s$  расширяется до бесконечности  $S$ . Дифференциальное уравнение задачи имеет вид:

$$LG(x, y, x_p, y_p) = \delta(x - x_p, y - y_p) \quad (2.2)$$

$$L = D\Delta^2 + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \left( \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} \right) + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \left( \frac{\partial^3}{\partial y^3} + \frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2} \right) + \\ + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} L_1 + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} L_2 + 2(1 - \mu) \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + k_0 \\ D(x, y) = D_0 I_1(x, a) I_2(y, b), \quad I_1(x, a) = \theta(x+a) - \theta(x-a) \\ I_2(y, b) = \theta(y+b) - \theta(y-b)$$

где  $\delta$  — дельта функция Дирака,  $\mu$  — коэффициент Пуассона,  $D$  — жесткость бесконечной плиты,  $D_0$  — жесткость плиты в ограниченной области  $s$ .

Применяя к уравнению (2.2) двумерное преобразование Лапласа, интегрированием по частям, получим изображение Лапласа функции  $G$  (с целью избежать загромождения формул по мере надобности опускаем координаты точки приложения единичной силы  $x_p, y_p$  в аргументе  $G$ ):

$$G^{**}(p_1, p_2, x_p, y_p) = \Delta_0^{-1} \{ D_0^{-1} \exp(-p_1 x_p - p_2 y_p) - \\ - [G_x^{*'}(x, p_2) (p_1^2 + \mu p_2^2) e^{-p_1 x}]_{-a} - [G_y^{*'}(p_1, y) (p_2^2 + \mu p_1^2) e^{-p_2 y}]_{-b} - \\ - \{ G^*(x, p_2) [p_1^2 + (2 - \mu) p_2^2] p_1 e^{-p_1 x} \}_{-a} - \\ - \{ G^*(p_1, y) [p_2^2 + (2 - \mu) p_1^2] p_2 e^{-p_2 y} \}_{-b} - 2(1 - \mu) p_1 p_2 \{ e^{-p_2 b} [G(x, b) e^{-p_1 x}]_{-a} - \\ - e^{p_2 b} [G(x, -b) e^{-p_1 x}]_{-a} \} \} \quad (2.3) \\ \Delta_0 = [(p_1^2 + p_2^2)^2 + \alpha^4]$$

где  $p_1 = \sigma_1 + i s_1, p_2 = \sigma_2 + i s_2$  комплексные переменные,  $i$  — мнимая единица,  $G^{**}(p_1, p_2), G_x^{*'}(x, p_2), G_y^{*'}(p_1, y), G^*(x, p_2), G^*(p_1, y)$  — изображение Лапласа функции  $G$  и его частных производных, которые выражаются через оригинал  $G$  по формулам

$$G^*(x, p_2) = \int_{-\infty}^{\infty} I_2(b, y) G(x, y) e^{-p_2 y} dy, \quad G_x^{*'}(x, p_2) = \int_{-\infty}^{\infty} I_2(b, y) \frac{\partial G(x, y)}{\partial x} e^{-p_2 y} dy \\ G^{**}(p_1, p_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_1(x, a) I_2(y, b) G(x, y) \exp(-p_1 x - p_2 y) dx dy$$

Оригинал (2.3) получаем по формуле Меллина ( $f_0$  — мнимая часть функции Макдональда)

$$G(x, y, x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_2 - i\infty}^{\sigma_2 + i\infty} e^{p_2 y} \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_1 - i\infty}^{\sigma_1 + i\infty} G^{**}(p_1, p_2, x_p, y_p) e^{p_1 x} dp_1 \right] dp_2 = \sum_{t=0}^{12} G_t \quad (2.4)$$

$$G_0 = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\sigma_2 - i\infty}^{\sigma_2 + i\infty} e^{p_2 (y - y_p)} \int_{\sigma_1 - i\infty}^{\sigma_1 + i\infty} \Delta_0^{-1}(p_1, p_2, \alpha) e^{p_1 (x - x_p)} dp_1 dp_2 = \\ = -(4D_0 \alpha^2)^{-1} f_0 \{ \alpha [(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2]^{1/2} \} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
 G_1 &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_2-i\infty}^{\sigma_2+i\infty} \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_1-i\infty}^{\sigma_1+i\infty} F(p_1, p_2) e^{p_1(x-a)} dp_1 \right] G_x^{*'}(a, p_2) e^{p_2 y} dp_2 = \\
 &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_2-i\infty}^{\sigma_2+i\infty} \frac{1}{2i\alpha^2} \left\{ \frac{p_2^2(\mu-1)+i\alpha^2}{(p_2^2-i\alpha^2)^{1/2}} \sin(x-a) (p_2^2-i\alpha^2)^{1/2} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{p_2^2(\mu-1)-i\alpha^2}{(p_2^2+i\alpha^2)^{1/2}} \sin(x-a) (p_2^2+i\alpha^2)^{1/2} \right\} e^{p_2 y} G_x^{*'}(a, p_2) dp_2 \quad (2.6) \\
 &\quad F(p_1, p_2) = (p_1^2 + \mu p_2^2) \Delta_0^{-1}, \quad \alpha = (k_0/D_0)^{1/2} \\
 &\quad p_{1\nu} = (4\alpha^4)^{1/2} [\cos 0,25\pi(1+2\nu) + i \sin 0,25\pi(1+2\nu)]
 \end{aligned}$$

где  $\nu=0, 3$  — изолированные особые точки функции  $F(p_1, p_2)$ .

Представим изображение  $G_x^{*'}$  в виде следующего разложения:

$$G_x^{*'}(a, p_2) = \sum_{n=1}^N X_{1n} \psi_n [p_2^2 + \psi_n^2]^{-1} e^{-p_2 b}, \quad \psi_n = \frac{n\pi}{2b} \quad (2.7)$$

Подставляя (2.7) в (2.6) и учитывая, что полученная подынтегральная функция имеет четыре особые точки, причем в двух из них имеет устранимую особенность, по теореме Коши получаем

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \alpha^{-2} \sum_{n=1}^N X_{1n} \sin \psi_n (y+b) \lambda_n [\beta_{*n} \operatorname{ch} \beta_n (x-a) \sin \gamma_n (x-a) - \\
 &\quad - \gamma_{*n} \operatorname{sh} \beta_n (x-a) \cos \gamma_n (x-a)] \quad (2.8) \\
 \beta_n, \gamma_n &= \{ [(\psi_n^4 + \alpha^4)^{1/2} \pm \psi_n^2] / 2 \}^{1/2}, \quad \beta_{*n} = \psi_n^2 \beta_n (\mu-1) - \gamma_n \alpha^2 \\
 \gamma_{*n} &= \alpha^2 \beta_n + \psi_n^2 \gamma_n (\mu-1)
 \end{aligned}$$

Аналогичным образом вычисляется  $G_t$  ( $t=\overline{2, 12}$ ). Подставляя полученные  $G_t$  ( $t=\overline{0, 12}$ ) в (2.8), получим оригинал функции Грина в виде

$$\begin{aligned}
 G(x, y, x_p, y_p) &= -(4D_0\alpha^2)^{-1} f_0 [\alpha ((x-x_p)^2 + (y-y_p)^2)^{1/2}] + \\
 &\quad + \frac{1}{\alpha^2} \sum_{n=1}^N \{ \lambda_n (X_{1n} \Pi_{1n}(x_+ - a) - X_{2n} \Pi_{1n}(x_- + a)) - \\
 &\quad - [X_{3n} \Pi_{2n}(x_+ - a) - X_{4n} \Pi_{2n}(x_- + a)] \} \sin \psi_n (y+b) + \\
 &\quad + \frac{1}{\alpha^2} \sum_{m=1}^M \{ \lambda_{0m} [X_{5m} \Pi_{01m}(y_+ - b) - X_{6m} \Pi_{01m}(y_- + b)] - \\
 &\quad - [X_{7m} \Pi_{02m}(y_+ - b) - X_{8m} \Pi_{02m}(y_- + b)] \} \sin \varphi_m (x+a) + \\
 &\quad + {}^{1/2} \{ {}^{1/2} G(a, b) (y+b) / b + G(a, -b) [1 - {}^{1/2} (y+b) / b] \} (x+a) / a + \\
 &\quad + {}^{1/2} \{ {}^{1/2} G(-a, b) (y+b) / b + G(-a, -b) [1 - {}^{1/2} (y+b) / b] \} [2 - (x+a) / a] \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

$$\Phi_{1n}(x \pm a) = \operatorname{sh} \beta_n (x \pm a) \cos \gamma_n (x \pm a), \quad \Phi_{3n}(x \pm a) = \operatorname{ch} \beta_n (x \pm a) \sin \gamma_n (x \pm a)$$

$$\Phi_{2n}(x \pm a) = \operatorname{ch} \beta_n (x \pm a) \cos \gamma_n (x \pm a), \quad \Phi_{4n}(x \pm a) = \operatorname{sh} \beta_n (x \pm a) \sin \gamma_n (x \pm a)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{1n}(x \pm a) &= \beta_{*n} \Phi_{3n}(x \pm a) - \gamma_{*n} \Phi_{1n}(x \pm a), \\ \Pi_{2n}(x \pm a) &= v_n \Phi_{4n}(x \pm a) + \alpha^2 \Phi_{2n}(x \pm a) \\ v_n^2 &= \psi_n^2 (\mu - 1), \quad \lambda_n = (\psi_n^4 + \alpha^4)^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Для величин, входящих в (2.9) и имеющих индекс  $m$ , справедливы формулы, аналогичные (2.10).

Подставив (2.9) в граничные условия (2.4) получим систему алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $X_{vn}$  ( $v = \overline{1, 4}$ );  $X_{km}$  ( $k = \overline{5, 8}$ ). Обозначая матрицу коэффициентов полученной системы  $[A]$ , обратную к  $[A]$  матрицу  $[B]$ , правую часть  $\mathbf{P}(x_p, y_p) = [P_{11} P_{12} \dots P_{1N} \dots P_{81} P_{82} \dots P_{8M}]^T$ , получим искомого коэффициенты разложения  $\mathbf{X}(x_p, y_p) = [X_{11} X_{12} \dots X_{1N} \dots X_{81} X_{82} \dots X_{8M}]^T$  в виде следующего вектора функции координат  $x_p, y_p$ :

$$\mathbf{X}(x_p, y_p) = [B] \mathbf{P}(x_p, y_p), \quad X_{jk}(x_p, y_p) = \sum_{i=1}^{8M} b_{jik} P_{ik}(x_p, y_p) \quad (j = \overline{1, 8}, k = \overline{1, M})$$

где  $b_{ik}$  элементы матрицы  $[B]$ .

Приводимые выкладки существенно упрощаются, если  $q = \delta(x - x_p, y - y_p)$  представить в виде конечного разложения в области  $s$  по тем же базисным функциям (что аналогично рациональному выбору основной системы в строительной механике). С целью наглядности для этого случая функцию Грина приводим в первом приближении (начало координат перемещен левый нижний угол плиты, индексы  $m, n = \overline{1}$  в  $\Phi, \Psi, X, \Pi$  упущены)

$$\begin{aligned} G(x, y, x_p, y_p) &= G_{0*}(x - x_p, y - y_p)_+ + G_*(x, y, x_p, y_p) = \\ &= \rho(x, y) \sin \varphi x_p \sin \psi y_p + \{ [X_3^* \Pi_3^*(y) + X_4^* \Pi_4^*(y)] \sin \varphi x + \\ &\quad + [X_1^* \Pi_1^*(x) + X_2^* \Pi_2^*(x)] \sin \psi y + X_5^* \Pi_1^*(x) \Pi_3^*(y) \} \end{aligned} \quad (2.11)$$

при  $x_p, y_p \in s \Rightarrow X_j^* = \{ (b_{j2} P_2 + b_{j4} P_4 + b_{j5} P_5) \sin \varphi x_p \sin \psi y_p + b_{5j} [1 + U_1(x_p, y_p)] \}$ ;

при  $x_p = 2a, y_p \in [0, 2b] \Rightarrow X_j^* = \{ b_{j2} \sin \psi y_p + b_{j5} [1 + U_2(x_p, y_p)] \}$ ,  $G_{0*} = 0$

при  $y_p = 2b, x_p \in [0, 2a] \Rightarrow X_j^* = \{ b_{j4} \sin \varphi x_p + b_{j5} [1 + U_3(x_p, y_p)] \}$ ,  $G_{0*} = 0$ .

$$\rho(x, y) = \sin \varphi x \sin \psi y / [D_0 ab (\Delta_*^2 + \alpha^4)], \quad \Delta_* = \varphi^2 + \psi^2$$

$$P_2 = - \int_0^{2b} L_2[\rho(x, y)] \sin \psi y dy \Big|_{x=2a}, \quad P_4 = - \int_0^{2a} L_4[\rho(x, y)] \sin \varphi x dx \Big|_{y=2b}$$

$$P_5 = - k_0 \int_0^{2a} \int_0^{2b} \rho(x, y) dx dy, \quad [A] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \dots a_{kj} \dots \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad k, j = \overline{1, 5}$$

$$a_{kj} = \int_0^{2b} L_k[G_*(x, y, X_j^*)] \sin \psi y dy \Big|_{x=2a} \quad (k = \overline{1, 2})$$

$$a_{ij} = \int_0^{2a} L_i[G_*(x, y, X_j^*)] \sin \varphi x dx \Big|_{y=2b} \quad (i = \overline{3, 4})$$

$$a_{5j} = \int_0^{2a} \int_0^{2b} k_0 G_*(x, y, X_j^*) dx dy \quad (j = \overline{1, 5})$$

$$U_k(x_p, y_p) = R_{k0} + R_{k1} - R_{k2} - R_{k3} \quad (k=1, 3)$$

$$R_{kl}(x_p, y_p) = -2(1-\mu)D_0 \{ \rho_0(x, y) \sin \varphi x_p \sin \psi y_p + \\ + \{ [X_{k3}^* \Pi_3^{*'}(y) + X_{k4}^* \Pi_4^{*'}(y)] \varphi \cos \varphi x + [X_{k1}^* \Pi_1^{*'}(x) + \\ + X_{k2}^* \Pi_2^{*'}(x)] \psi \cos \psi y + X_{k5}^* \Pi_5^{*'}(y) \Pi_1^{*'}(x) \} \} \quad (k=1, 3)$$

$$l=0, 3 \text{ при } x=0, y=0, 2b; \quad l=1, 2 \text{ при } x=2a, y=2b, 0$$

$$\rho_0(x, y) = \varphi \psi \cos \varphi x \cos \psi y / [D_0 ab (\Delta^{*2} + \alpha^4)]$$

$$\text{при } x_p, y_p \in S \Rightarrow k=1, X_{1j}^* = \{ (b_{j2} P_2 + b_{j4} P_4 + b_{j5} P_5) \sin \varphi x_p \sin \psi y_p + b_{5j} \}$$

$$\text{при } x_p = 2a, y_p \in [0, 2b] \Rightarrow k=2, X_{2j}^* = \{ b_{j2} \sin \psi y_p + b_{j5} \}, \rho_0 = 0$$

$$y_p = 2b, x_p \in [0, 2a] \Rightarrow k=3, X_{3j}^* = \{ b_{j4} \sin \varphi x_p + b_{j5} \}, \rho_0 = 0$$

$$\Pi_{1n}^*(x) = \Phi_{2n}(x) + (\psi_n/\alpha)^2 (\mu-1) \Phi_{4n}(x)$$

$$\Pi_{2n}^*(x) = -\alpha^{-2} \lambda_n [\beta_{*n} \Phi_{3n}(x) - \gamma_{*n} \Phi_{1n}(x)]$$

$$\Pi_{3m}^*(y) = \Phi_{2m}(y) + (\varphi_m/\alpha)^2 (\mu-1) \Phi_{4m}(y)$$

$$\Pi_{4m}^*(y) = -\alpha^{-2} \lambda_{om} [\xi_{*m} \Phi_{3m}(y) - \eta_{*m} \Phi_{1m}(y)]$$

$$\Pi_{1n}^{*'}(x) = \alpha^{-2} [ (v_n^2 \beta_n - \alpha^2 \gamma_n) \Phi_{3n}(x) + (v_n^2 \gamma_n + \alpha^2 \beta_n) \Phi_{1n}(x) ]$$

$$\Pi_{2n}^{*'}(x) = -\alpha^{-2} \lambda_n [ (\beta_{*n} \beta_n + \gamma_{*n} \gamma_n) \Phi_{4n}(x) + (\beta_{*n} \gamma_n - \gamma_{*n} \beta_n) \Phi_{2n}(x) ]$$

$$\Pi_{3m}^{*'}(y) = \alpha^{-2} [ (u_m^2 \xi_m - \alpha^2 \eta_m) \Phi_{3m}(y) + (u_m^2 \eta_m + \alpha^2 \xi_m) \Phi_{1m}(y) ]$$

$$\Pi_{4m}^{*'}(y) = -\alpha^{-2} \lambda_{om} [ (\xi_{*m} \xi_m + \eta_{*m} \eta_m) \Phi_{4m}(y) + (\xi_{*m} \eta_m - \eta_{*m} \xi_m) \Phi_{2m}(y) ]$$

$$\xi_m, \eta_m = \{ [ (\varphi_m^4 + \alpha^4)^{1/2} \pm \varphi_m^2 ] / 2 \}^{1/2}, \lambda_{om} = (\varphi_m^4 + \alpha^4)^{1/2}, u_m^2 = \varphi_m^2 (\mu-1)$$

$$\xi_{*m} = (\mu-1) \varphi_m^2 \xi_m - \alpha^2 \eta_m, \eta_{*m} = (\mu-1) \varphi_m^2 \eta_m + \alpha^2 \xi_m, m, n=1$$

Решение (2.9) получено в виде функции от начальных параметров. Поэтому независимо от размеров расширенной области  $S$  ( $s + \Gamma_s \leq S \leq \infty$ ) и представления  $G_0$  в  $S$  порядок граничных уравнений всегда будет в два раза меньше порядка уравнения (1.6).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев Д. Н., Фаянс В. Л., Шейнман В. И. К расчету плит на статистически неоднородном основании Строит. механика и расчет сооружений. 1968. № 3. С. 24-26.
2. Соболев Д. Н., Юсупов А. К. Изгиб балки на нелинейном статически неоднородном основании Строит. механика и расчет сооружений. 1975. № 5. С. 29-33.

Москва

Поступила в редакцию  
12.XII.1989