

УДК 533.6.013.42

© 1991 г.

И. В. ДНЕПРОВ, А. Т. ПОНОМАРЕВ, А. В. РАДЧЕНКО,
О. В. РЫСЕВ

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЯГКОЙ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ

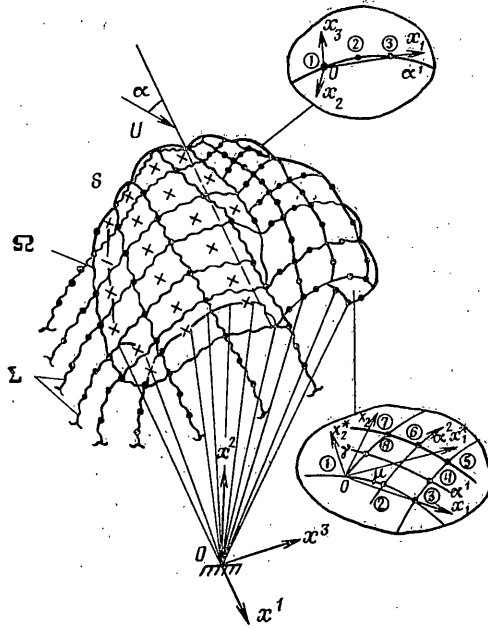
Область применения парашютов непрерывно расширяется. Кроме тормозных парашютов традиционной раскройной формы (круглой, крестообразной, прямоугольной и т. д.) начинают широко использоваться развертывающиеся в полете мягкие несущие системы типа однооболочкового парашюта-крыла (ОПК). ОПК в отличие от тормозных парашютов обладает возможностью маневрирования и управления при движении с объектом по траектории спуска. Для изготовления ОПК применяются текстильные материалы в виде технических тканей и лент, вырабатываемых на основе полиамидных волокон, характеристики которых зависят от вида напряженно-деформированного состояния (НДС) и уровня натяжений в нитях.

В общем случае ОПК представляет собой плохообтекаемую, мягкую, незамкнутую, анизотропную оболочку, форма которой в полете полностью определяется раскройной формой и действующей на нее аэродинамической нагрузкой. В математическом плане проблема взаимодействия ОПК с потоком газа (жидкости) сводится к нелинейной нестационарной задаче аэроупругости, для решения которой надо привлечь три группы нелинейных уравнений: аэродинамики, теории мягких оболочек, динамики движения. Наметившиеся теоретические успехи в области парашютостроения связаны исключительно с развитием вычислительной техники, численных методов аэродинамики [1], нелинейной механики [2] и широким использованием математического моделирования и вычислительного эксперимента на ЭВМ [3];

Настоящая работа посвящена изучению аэроупругих характеристик и НДС мягких несущих поверхностей типа ОПК при установившемся дозвуковом обтекании. Математическая модель статической аэроупругости парашюта формируется на основе синтеза данных, получаемых путем совместного интегрирования уравнений нелинейной аэродинамики и геометрически и физически нелинейных соотношений теории мягких оболочек. Пространственное обтекание строится в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости и метода дискретных вихрей. Влияние строп на аэродинамические характеристики парашюта не учитывается. При описании упругой части задачи поверхность купола ОПК представляется в виде анизотропной МО, подкрепленной ленточным каркасом, переходящим на ее границе в систему растяжимых нитей (строп), сведенных в одну точку крепления (коуш). Начальная равновесная форма ОПК при известной нагрузке строится с помощью одномерной модели [3]. Ткань купола ОПК считается непроницаемой и так же, как материал лент каркаса и строп, обладающей вязкоупругими свойствами.

1. Аэродинамическая модель. Нелинейная стационарная задача. Предположим, что закрепленный неподвижно в коуше (фиг. 1) наполненный ОПК (под углом атаки α) обтекается потоком идеальной несжимаемой жидкости, движущейся с постоянной скоростью U . Положение точек поверхности S ОПК в пространстве будем определять вектором-радиусом R_s , выходящим из начала O неподвижной относительно невозмущенной среды декартовой системы координат x^i ($i=1, \bar{3}$). Места схода свободных продольных вихрей с двух боковых и задней кромки поверхности S (линия Ω) будем считать известными.

Математическая модель аэродинамики содержит уравнение Лапласа для потенциала возмущенных скоростей, дополненное условиями: непротекания деформируемой поверхности S ; убывания возмущений на бесконечности; Чаплыгина — Жуковского вдоль линии Ω ; кинематическим усло-



Фиг. 1

вием совместности течений и условием отсутствия перепада давления на вихревом следе.

Общие подходы к схематизации безотрывных и отрывных течений в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости и принципы построения численных алгоритмов их расчета на ЭВМ (метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками) изложены в [1, 4]. В итоге аэродинамическая часть задачи аэроупругости сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно искомого циркуляций суммарных Γ_S и свободных продольных Γ_Σ вихрей. Распределенная аэродинамическая нагрузка $\Delta p(R_S)$ определяется по найденным циркуляциям Γ_S , Γ_Σ согласно теореме Жуковского «в малом».

Граничное условие непротекания поверхности S в матричной форме имеет вид [4]:

$$W_S \Gamma_S + W_\Sigma \Gamma_\Sigma = B, \quad W_S = [w_{mk}^S], \quad W_\Sigma = [w_{lk}^\Sigma] \Gamma_\Sigma = [\Gamma_{sm}]^T, \\ \Gamma_\Sigma = [\Gamma_{\Sigma l}]^T, \quad B = [4\pi U_k^n] \quad (m, k = \overline{1, N_S}; l = \overline{1, N_\Sigma}) \quad (1.1)$$

w_{mk}^S, w_{lk}^Σ — безразмерные нормальные скорости, индуцируемые в контрольной точке k вихревыми рамками присоединенной вихревой поверхности (S) и продольными вихревыми отрезками (Σ) и вычисляемые по закону Био — Савара; N_S и N_Σ — число вихревых рамок и вихревых отрезков на поверхностях S и Σ ; U_k^n — проекция вектора скорости U на нормаль к поверхности; индекс T обозначает транспонирование.

Матричное уравнение (1.1) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений и используется для определения вектора циркуляций Γ_S . Циркуляции свободных вихревых отрезков Γ_Σ находятся из условия Чаплыгина — Жуковского, а положение свободных вихревых жгутов Γ_Σ при помощи итерационной процедуры $\Gamma_S^k = W_S^{-1} [B - W_\Sigma^{(k-1)} \Gamma_\Sigma^{(k-1)}]$.

2. Упругая модель. Отметим одну из специфических черт мягких оболочек: в них одновременно могут существовать зоны двух- и одноосного

напряженных состояний. Кроме того различают раскройную, начальную и конечную форму парашюта.

Задачу о НДС ОПК будем решать в два этапа. На первом этапе по заданным раскройной форме, нагрузке и условиям закрепления, на основе одномерной модели, формируется начальный облик парашюта [3]. Использование одномерной упругой модели требует небольших затрат машинного времени, позволяет с достаточной точностью находить квазиустановившуюся форму ОПК в потоке и вычислять главный вектор и момент аэродинамических сил и их зависимость от основных конструктивных параметров парашюта.

Детальный анализ НДС ОПК проводится на основе двумерной упругой модели на втором этапе, для этой цели используется МКЭ [2, 5].

Для расчета формы и НДС ОПК воспользуемся соотношениями нелинейной теории упругости в приращениях.

Пусть элемент поверхности при нагружении перемещается из начального положения C^0 в некоторое промежуточное положение C^1 , близкое равновесному деформированному состоянию C^2 . Изучим изменение НДС элемента поверхности при переходе из положения C^1 в C^2 . В качестве меры деформированного состояния используем тензор конечных деформаций Грина — Лагранжа, а напряженного — тензор напряжений Пиолы — Кирхгофа.

Обозначим через $u_i^1, \varepsilon_{ij}^1, \sigma_{ij}^1$ и $u_i^2, \varepsilon_{ij}^2, \sigma_{ij}^2$ перемещения, деформации и напряжения в элементе поверхности в положениях C^1 и C^2 соответственно ($i, j=1, 3$). Тогда

$$u_i^2 = u_i^1 + u_i, \quad \varepsilon_{ij}^2 = \varepsilon_{ij}^1 + \varepsilon_{ij}, \quad \sigma_{ij}^2 = \sigma_{ij}^1 + \sigma_{ij} \quad (2.1)$$

где $u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ — приращения величин $u_i^1, \varepsilon_{ij}^1, \sigma_{ij}^1$ при переходе из положения C^1 в положение C^2 .

Выражения для компонентов тензора деформаций Грина — Лагранжа имеют вид [2]

$$\varepsilon_{ij}^\gamma = 1/2 (u_{i,j}^\gamma + u_{j,i}^\gamma + u_{k,i}^\gamma u_{k,j}^\gamma) \quad (\gamma=1, 2, \quad k=1, 3) \quad (2.2)$$

В (2.2) для индексов тензорных величин используется общепринятое соглашение о суммировании; запятой обозначено дифференцирование. Вычитая ε_{ij}^1 из ε_{ij}^2 и учитывая (2.1), получим выражение для тензора приращения деформации

$$\varepsilon_{ij} = 1/2 (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}^1 u_{k,j} + u_{k,i} u_{k,j}^1 + u_{k,i} u_{k,j}^1)$$

Тензор приращений деформаций ε_{ij} также является квадратичной функцией градиентов перемещений; выделяя его линейную и нелинейную части, можно записать

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \eta_{ij} \quad (2.3)$$

где $e_{ij} = 1/2 (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}^1 u_{k,j} + u_{k,i} u_{k,j}^1)$ — линейная часть приращения тензора деформаций ε_{ij} , а $\eta_{ij} = 1/2 u_{k,i} u_{k,j}$ — нелинейная.

Связь между приращениями тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} осуществляется при помощи тензора состояния $D_{i^1 r s}^1$, относящегося к текущему положению C^1 $\sigma_{ij} = D_{i^1 r s}^1 \varepsilon_{rs}$.

Для определения НДС мягкой оболочки под нагрузкой выпишем уравнения равновесия оболочки как трехмерного тела в форме приращений. Будем считать, что ее форма и НДС в промежуточном состоянии C^1 известны. Необходимо определить форму и НДС оболочки после приложения внешних нагрузок p^2 . Приравнивая вариации работ внутренних и внешних сил, действующих на оболочку в положении C^2 , и относя все харак-

теристики процесса деформирования к начальному положению C^0 , будем иметь [6]:

$$\iiint_{V^0} \sigma_{ij}^2 \delta \epsilon_{ij}^2 dV^0 = R^2 \quad (2.4)$$

где R^2 — работа внешних сил: $R^2 = \iint_{A^0} p_i^2 \delta u_i dA^0$. Здесь δu_i — вариация текущего значения компоненты перемещений u_i^2 ; p_i^2 — компоненты вектора поверхностных сил; V^0 , A^0 — объем и поверхность оболочки в положении C^0 .

В (2.4) неизвестными являются тензоры напряжений σ_{ij}^2 и деформаций ϵ_{ij}^2 . Для их определения воспользуемся разложением (2.1). Тогда, используя (2.2), (2.3) и учитывая, что $\delta \epsilon^2 = \delta \epsilon$, перепишем соотношение (2.4) в виде

$$\iiint_{V^0} D_{ijrs}^1 \epsilon_{rs} \delta \epsilon_{ij} dV^0 + \iiint_{V^0} \sigma_{ij}^1 \delta \eta_{ij} dV^0 = R^2 - \iiint_{V^0} \sigma_{ij}^1 \delta \epsilon_{ij} dV^0 \quad (2.5)$$

Уравнение (2.5) описывает в общем случае нелинейное деформирование тела при статическом нагружении и произвольном законе связи между напряжениями и деформациями.

Удерживая в выражении $\epsilon_{rs} \delta \epsilon_{ij} = (\epsilon_{rs} + \eta_{rs}) \delta (\epsilon_{ij} + \eta_{ij}) \approx \epsilon_{rs} \delta \epsilon_{ij}$ только произведения линейных членов, окончательно получим

$$\iiint_{V^0} D_{ijrs}^1 \epsilon_{rs} \delta \epsilon_{ij} dV^0 + \iiint_{V^0} \sigma_{ij}^1 \delta \eta_{ij} dV^0 = R^2 - \iiint_{V^0} \sigma_{ij}^1 \delta \epsilon_{ij} dV^0 \quad (2.6)$$

Выражение (2.6) представляет собой линейризованное по приращениям уравнение равновесия в перемещениях, сформулированное относительно начального положения C^0 .

Для создания дискретного аналога конструкции ОПК используем набор соответственно криволинейных изопараметрических восьмиузловых мембранных (для ткани купола) и ленточных конечных элементов (КЭ) (для лент каркаса и строп) с квадратичным законом аппроксимации перемещений и формы элемента (правая часть фиг. 1). Перемещения каждого КЭ рассматриваются без ограничений (за исключением точки коуша) и характеризуются перемещениями его узлов. Дополнительно к глобальной x^i ($i=1, 3$) введем местную x_i ($i=1, 3$) декартову систему координат, связанную с КЭ, и расположим ее следующим образом. Начало поместим в узел 1 мембранного КЭ; ось $0x_1$ направим от узла 1 к узлу 3; нормаль к поверхности КЭ (ось $0x_3$) и направление оси $0x_2$ будем определять соответственно через произведения векторов, направленных от узла 1 к узлу 3 и от узла 1 к узлу 5, и ортов осей $0x_1$ и $0x_3$.

Поверхность купола в глобальной системе координат будем описывать уравнением $R_s = x^j(x_1, x_2) g^j$, где g^j — единичные базисные векторы глобальной системы координат.

Координаты k -го узла в глобальной системе координат будут $R_k = (x_k^1, x_k^2, x_k^3)$, а в местной — $r^k = (x_1^k, x_2^k)$.

Связь между глобальной x^i и местной x_i системами координат задается в виде $r^k = (g_1, g_2)^T (R_k - R_1)$, где g_1, g_2 — единичные базисные векторы осей $0x_1, 0x_2$, определяемые в глобальной системе координат по формулам

$$g_1 = \frac{R_3 - R_1}{\|R_3 - R_1\|}, \quad g_2 = \frac{g_1 \times n}{\|g_1 \times n\|}, \quad n = \frac{g_1 \times (R_5 - R_1)}{\|g_1 \times (R_5 - R_1)\|}$$

Поля перемещений и координаты поверхности КЭ будем представлять в форме интерполяционного многочлена в терминах локальной криволи-

нейной системы координат (α^1, α^2) (фиг. 1):

$$u_i^1 = \sum_{k=1}^{N_e} Q_k(\alpha^1, \alpha^2) u_{i(k)}^1, \quad x_i^1 = \sum_{k=1}^{N_e} Q_k(\alpha^1, \alpha^2) x_{i(k)}^1 \quad (i=1, 3) \quad (2.7)$$

где $x_{i(k)}^1, u_{i(k)}^1$ — координаты и перемещения узла k в положении C^1 , N_e — число узлов КЭ; $Q_k(\alpha^1, \alpha^2)$ — функция формы, соответствующая узлу k и определяемая для мембранного КЭ по формулам [5]:

$$Q_k = 1/4(1 + \alpha^1 \alpha_k^1)(1 + \alpha^2 \alpha_k^2)(\alpha^1 \alpha_k^1 - \alpha^2 \alpha_k^2 - 1) \quad (k=1, 3, 5, 7)$$

$$Q_k = 1/2(1 - \alpha^1 \alpha_k^1)(1 + \alpha^2 \alpha_k^2) \quad (k=2, 6), \quad Q_k = 1/2(1 - \alpha^2 \alpha_k^2)(1 + \alpha^1 \alpha_k^1) \quad (k=4, 8)$$

Ввиду отсутствия изгибной жесткости будем рассматривать мягкую оболочку как безмоментную оболочку в условиях плоского напряженного состояния при действии нормальных T_{11}, T_{22} и касательных T_{12} усилий, приходящихся на единицу длины сечения. Прделав необходимое дифференцирование в (2.6) с учетом (2.7) и переходя от интегрирования по объему к интегрированию по поверхности оболочки ($dV^0 = h dS^0$, h — толщина оболочки), получим матричное уравнение для нахождения вектора приращений узловых перемещений $u = [u_{i(k)}]^T$ в виде

$$(K_0^1 + K_\sigma^1) u = R^1 - F^1, \quad K_0^1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_0^T D^1 B_0 \det J d\alpha^1 d\alpha^2 \quad (2.8)$$

$$K_\sigma^1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_L^T T^1 B_L \det J d\alpha^1 d\alpha^2, \quad F^1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_0^T T_*^1 \det J d\alpha^1 d\alpha^2$$

В уравнении (2.8) B_0, B_L — линейная и нелинейная части матрицы связи приращений деформаций и перемещений; D^1 — матрица упругих характеристик материала; T^1, T_*^1 — тензор и вектор мембранных усилий

$$T^1 = \begin{bmatrix} T_{11}^1 I_2 & T_{12}^1 I_2 \\ T_{21}^1 I_2 & T_{22}^1 I_2 \end{bmatrix}, \quad T_*^1 = [T_{11}^1, T_{12}^1, T_{22}^1]^T$$

где J — матрица, определяющая связь между местной декартовой x_i и локальной (α^1, α^2) системами координат.

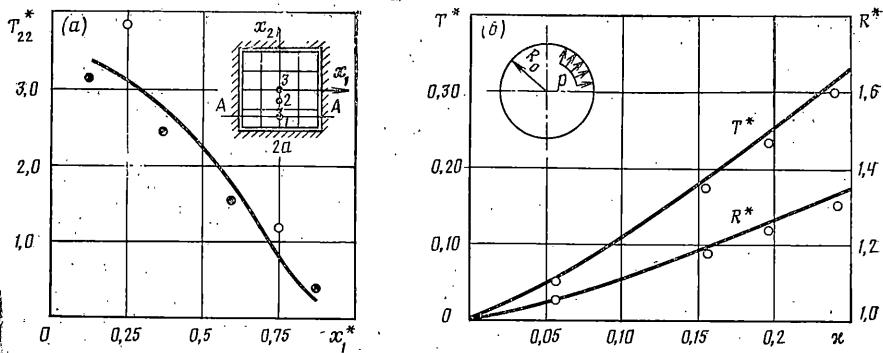
В ненапряженном состоянии тканевый материал состоит из семейства ортогональных нитей, называемых основой и утком. С этими направлениями свяжем систему координат (x_1^*, x_2^*) (см. фиг. 1); угол между ними обозначим через δ , а угол между x_1 и x_1^* — через μ . В недеформируемом состоянии $\delta = \pi/2$; $\mu = \mu^0$ (при $\mu^0 = 0^\circ$ — прямой край, $0^\circ < \mu^0 < 90^\circ$ — косой край). В процессе деформации ткани углы δ и μ меняются. Обычно направлениям x_1^* и x_2^* сопутствуют экспериментальные данные по вязкоупругим свойствам ткани, описываемым соотношениями вида [7, 8]:

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \cdot \left(\frac{\lambda_1 + \varepsilon_1}{\lambda_3 + \varepsilon_3} \right) + \varepsilon_2 \cdot \left(\frac{\lambda_2 + \varepsilon_2}{\lambda_3 + \varepsilon_3} \right) \quad (2.9)$$

$$T_i = E_i (T_i / \eta_i - \varepsilon_i), \quad i = \overline{1, 3}$$

где $\varepsilon_i, T_i, E_i, \eta_i$ — соответственно деформация, усилие, модуль упругости и коэффициент ползучести в i -м направлении ($i=1$ — вдоль основы, $i=2$ — утка, $i=3$ — диагонали); λ_i — относительные начальные размеры элементов модели Максвелла.

Для замыкания задачи о НДС парашюта к системе уравнений (2.8) необходимо присоединить физические соотношения в форме (2.9), а так-



Фиг. 2

же неравенства, ограничивающие знаки усилий соответственно в полотнище, лентах каркаса T_L и стропах T_C : $T_{11} + T_{22} \geq 0$, $T_{11}T_{22} - T_{12}^2 \geq 0$, $T_L \geq 0$, $T_C \geq 0$. Если пренебречь жесткостью ткани на сдвиг, то усилия в ней по произвольным направлениям линий параметризации могут быть выражены через растягивающие усилия T_x и T_y в нитях основы и утка по формулам [7, 8].

Алгоритм решения упругой части задачи строится на методе Ньютона — Рафсона. Учет основного свойства мягкой оболочки — невосприятости сжимающих усилий осуществляется путем поэлементного анализа мембранных усилий на каждом шаге итерационного процесса решения упругой части задачи. При отрицательном значении одного из главных усилий в КЭ оно обнуляется, при этом тензор мембранных усилий перестраивается. В случае отрицательных главных усилий задается нулевой тензор мембранных усилий. Такой подход позволяет определять зоны складкообразования и смятия поверхности ОПК с учетом эволюции их в процессе нагружения.

Таким образом, решение задачи о НДС парашюта при воздействии дополнительного перепада давления сводится к совместному интегрированию уравнений (1.1, 2.8) с учетом соотношений (2.9) и соответствующих граничных и начальных условий. При этом, чтобы воспользоваться дифференциальными соотношениями (2.9), надо иметь данные деформационных испытаний тканевых образцов на двухосное напряженное состояние и на их основе подобрать параметры аппроксимационной модели Максвелла по методике, описанной в [8].

3. Математическая модель статической аэроупругости формируется на основе синтеза данных от различных частей задачи: аэродинамической и упругой, получаемых путем совместного интегрирования уравнений (1.1), (2.8) и (2.9) на ЭВМ. При этом начальная равновесная форма парашюта формируется с помощью одномерной модели [3] и приближенного значения аэродинамической нагрузки p^0 . Уточненное значение аэродинамической нагрузки p^1 , найденное по (1.1) с учетом выбранной таким образом равновесной формы парашюта, теперь будет соответствовать основному расчетному режиму обтекания. Затем по векторам p^0 и p^1 осуществляется расчет новой равновесной формы, характеризуемой вектором внутренних узловых сил F^1 ; вычисляется аэродинамическая нагрузка p^2 с учетом изменения формы и положения ОПК и т. д. Этот итерационный процесс — взаимное уточнение аэродинамической нагрузки, формы парашюта и его положения в пространстве продолжается до обеспечения необходимой сходимости по увязанным между собой параметрам нагружения и формообразования парашюта.

4. Тестовые задачи. Упругая конечно-элементная модель ОПК предварительно была апробирована на ряде задач статики теории мягких оболочек.

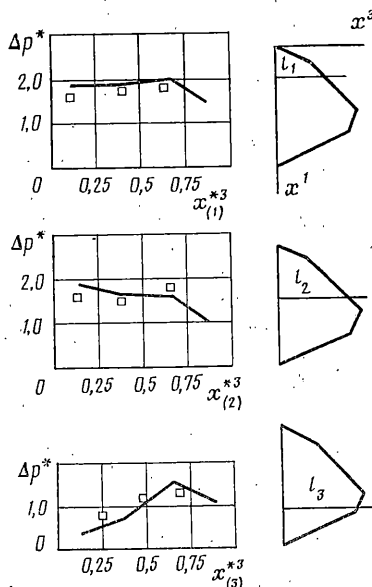
1. НДС предварительно напряженной квадратной мембраны с защемленными краями под действием равномерной поверхностной нагрузки p (фиг. 2, а). Исходные данные [9]: линейный размер $a=0,76$ м; толщина $h=1,46 \cdot 10^{-3}$ м, модуль упругости $E=1,03 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu=0,1$; $p=241$ Па; предварительное растягивающее усилие $T=1750$ Н/м. С учетом симметрии объекта расчетная схема составлялась для одной четверти мембраны, которая разбивалась на 2×2 и 4×4 мембранных КЭ. Нагрузка p прикладывалась за один шаг. При этом для достижения точности по норме невязки вектора перемещений 0,1% потребовалось осуществить пять итераций.

Сравнительные данные расчетных и аналитических значений прогибов u_3 в точках 1, 2, 3 мембраны (фиг. 2) помещены в таблице.

$u_3 \cdot 10^3$ м	МКЭ		Аналитич. решение
	4 КЭ	16 КЭ	
1	7,78	7,51	7,61
2	17,6	16,3	16,6
3	19,6	18,9	19,2

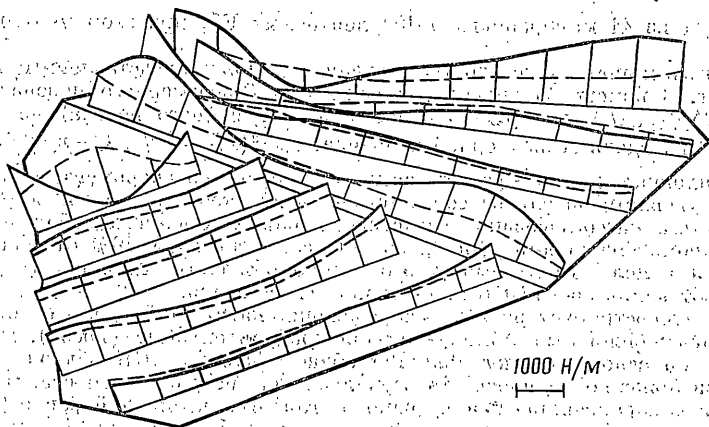
На фиг. 2, а нанесено изменение приращения безразмерных мембранных усилий T_{22}^* ($T_{22}^*=T_{22}/pa$) вдоль сечения А-А мембраны ($x_1^*=x_1/a$), найденное расчетным путем (\otimes - $n \times m=4 \times 4$; \circ - $n \times m=2 \times 2$) и аналитически (—). Как видим, расчетные данные, полученные на сетке (4×4), хорошо согласуются с аналитическим решением. Отметим здесь, что даже на достаточно грубой сетке (2×2) максимальное расхождение в прогибах, вычисленных по МКЭ и аналитическим способом, не превосходит 6%.

2. НДС сферической оболочки под действием внутреннего избыточного давления p (фиг. 2, б). Материал оболочки считается однородным и линейно-упругим.

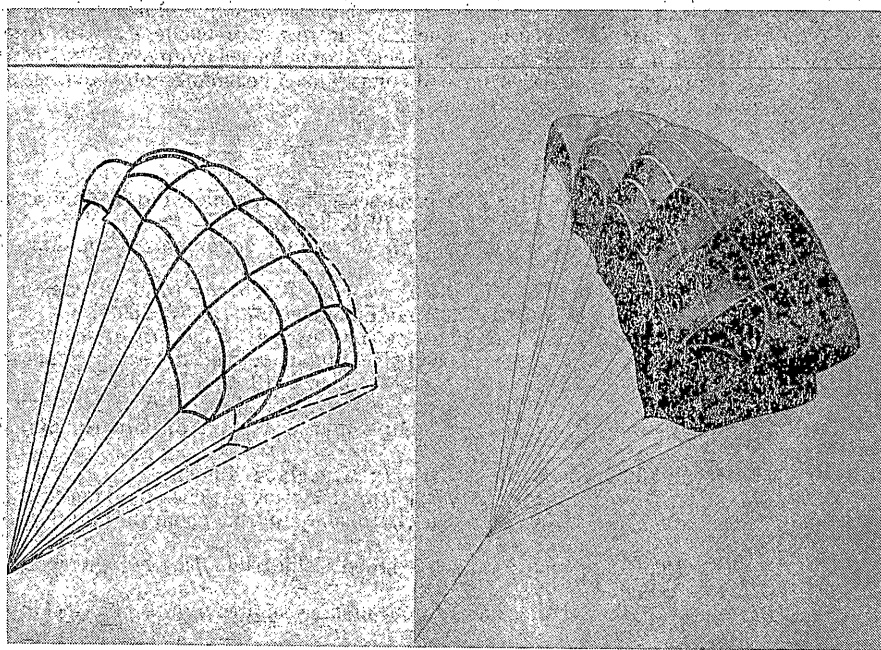


Фиг. 3

Ввиду симметрии задачи рассматривалась одна восьмая часть оболочки, которая покрывалась 27 мембранными КЭ. На фиг. 2, б представлены изменения безразмерных мембранных усилий T^* ($T^*=T(1-\nu)/E$) и радиуса оболочки R^* ($R^*=R/R_0$) в зависимости от безразмерного параметра нагрузки $\kappa=PR_0(1-\nu)/E$, сплошная линия — аналитическое решение [10], точки — МКЭ. Судя по данным фиг. 2, б, в области рабочих нагрузок ($0 < \kappa \leq 0,2$) погрешность по форме оболочки и усилиях в ней, найден-



Фиг. 4



Фиг. 5

ным с помощью точного метода и приближенного, не превышает соответственно 2 и 5%.

Возможности предлагаемой в настоящей работе методологии проиллюстрируем на конкретном примере.

5. Пример. Пусть наполненный ОПК площадью 36 м^2 обтекается без скольжения и крена потоком идеальной несжимаемой жидкости со скоростью $U=45 \text{ м/с}$ под углом атаки $\alpha=45^\circ$ (случай трубных испытаний). Примем, что на его передней кромке реализуется безотрывное обтекание, а с боковых и задней кромок сходят вихревые пелены. В качестве характерных параметров выберем корневую хорду (линейный размер парашюта вдоль зеркальной плоскости симметрии) и площадь купола в раскрые. Ткань считается непроницаемой, а ее упругие характеристики подчиняются закону (2.9).

Изучим аэродинамические характеристики и НДС такого парашюта. Для этого расчетную вихревую схему будем строить с применением вихревых рамок для несущей поверхности (купола) и вихревых отрезков для сошедшей пелены, а упру-

тую — исходя из 41 мембранного и 102 ленточных КЭ; при этом учитывается край ткани.

Обратимся к анализу некоторых численных данных, представленных на фиг. 3–5. На фиг. 3 помещены эпюры распределения безразмерного перепада давления Δp^* ($\Delta p^* = 2\Delta p / (\rho_\infty U^2)$), где ρ_∞ — плотность невозмущенного потока) по поперечным сечениям ОПК вдоль безразмерной координаты x^*/l_i ($x^*_{(i)} = x^*/l_i$, l_i — линейный размер, $i = \overline{1, 3}$): сплошная линия — расчет; светлый квадрат — эксперимент. Как видим, наблюдается удовлетворительное соответствие между теоретическими результатами и экспериментом. Рассогласование расчетных и опытных данных наблюдается вблизи передней кромки парашюта; данная область составляет ~5–10% от общей площади поверхности купола. По-видимому, это можно объяснить сложной (неустойчивой) картиной обтекания носка ОПК при больших углах атаки.

Фиг. 4 иллюстрирует эпюры распределения натяжений вдоль основы (справа) и утка (слева); сплошные линии — прямой край, штриховые — косой). Наиболее нагруженной по основе и утку является область купола ОПК вблизи носка, вдоль ленты, расположенной в плоскости зеркальной симметрии парашюта. Имеются также области «сморщивания» ткани (одно из главных натяжений равно 0). Из данных фиг. 5 следует также, что косой край существенно влияет на НДС ткани купола ОПК. С одной стороны, он выравнивает натяжения в ткани по поверхности купола, а с другой — уменьшает уровни максимальных натяжений, примерно, на 20%.

На фиг. 5а, б для сравнения изображены формы наполненного купола ОПК в потоке, полученные соответственно расчетным путем и в эксперименте. Анализ данных показывает, что созданная математическая модель аэроупругости качественно отражает реальную форму ОПК в потоке; она также позволяет определять зоны складкообразования на поверхности купола.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 351 с.
2. Оден Д. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М.: Мир, 1976. 461 с.
3. Белоцерковский С. М., Ништ М. И., Пономарев А. Т., Рысев О. В. Исследование парашютов и дельтапланов на ЭВМ. М.: Машиностроение, 1987. 239 с.
4. Апаринов В. А., Дворак А. В. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками // Применение ЭВМ для исследования аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Тр. ВВИА. 1986. Вып. 1313. С. 424–432.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
6. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542 с.
7. Блед Д. Теория линейной вязкоупругости. М.: Мир, 1965. 199 с.
8. Васильченко А. Г., Помозов И. М., Пономарев А. Т. Изучение напряженно-деформированного состояния мембраны с учетом вязкоупругих свойств ткани // Проблемы прочности. 1988. № 11. С. 42–47.
9. Irvin H. M. Analytical Solutions for Pretensioned Cable Nets // J. Engng. Mech. Div. ASCE. 1976. V. 102. P. 43–57.
10. Отто Ф., Гростель Р. Пневматические строительные конструкции. М.: Стройиздат, 1967. 320 с.

Москва

Поступила в редакцию
10.VII.1989