МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 · 1991

УДК 539.3

В. В. ПОРОХОВСКИЙ

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ УПРУГОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ С ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ТВЕРДОЙ СРЕДЕ И ЗАПОЛНЕННОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Нестационарные задачи дифракции упругих волн на цилиндрической оболочке изучены еще не достаточно полно, хотя на практике они возникают довольно часто при расчете на прочность различных подземных сооружений (трубопроводов и туннелей), элементов реакторов АЭС и т. д. В силу сложностей математического характера, описание возникающих упругодинамических эффектов проводилось в предположении, что падающая волна является плоской или цилиндрической, а оболочка бесконечно длинной (см., например, [1–3]). В частности, реакция цилиндрической оболочки в упругой среде на действие импульсной нагрузки исследована в [4–6]. Подробный анализ разных аспектов данной проблемы проведен в обзорах [7, 8]. В настоящей работе рассматривается задача определения реакции тонкой цилиндрической круговой оболочки, также бесконечно длинной и находящейся в твердой среде, однако возмущающим фактором является падающая сферическая волна сжатия, генерируемая центрально-симметричным излучателем.

1. Постановка задачи. Пусть на тонкую бесконечно длинную упругую цилиндрическую оболочку толщиной H и радиусом a, находящуюся в упругом пространстве из другого материала, набегает сферическая волна сжатия (фиг. 1). Предположим, что контакт между оболочкой и упругим пространством гладкий, а внутри оболочка содержит акустическую невязкую жидкость. Задача состоит в определении реакции оболочки на слабый ударный импульс, в частности, необходимо исследовать поведение перепада нормальных давлений, действующих на оболочку.

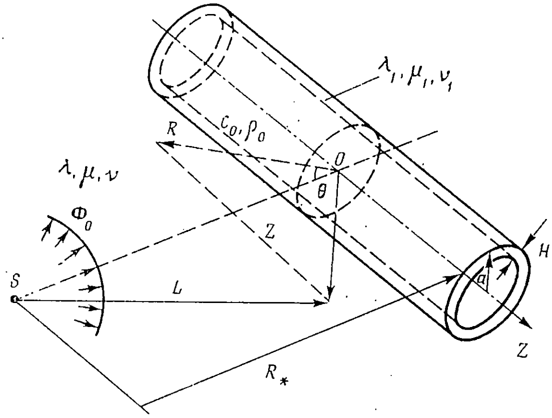
Представим потенциал перемещений, описывающий слабый ударный импульс волн сжатия в виде

$$\phi_0(L, t)\equiv\phi_0(R, \theta\ Z, t)=\phi_*L^{-1}f(t-L/c_L)[H(t-L/c_L)-H(t-L/c_L-t_*)]$$
$$L=(Z^2+R^2+R_*^2-2RR_*\cos\theta)^{1/2} \tag{1.1}$$

где L — расстояние от точки источника упругих волн S к любой точке упругой среды; R, θ, Z — цилиндрические координаты с началом отсчета на оси цилиндра в точке O, наиболее близкой от источника S; t — время; t_* — продолжительность действия источника; c_L — скорость распространения продольных волн в основном материала; ϕ_* — нормирующая постоянная; $H(t)$ — функция Хевисайда.

Известно [9], что напряженно-деформированное состояние упругого тела, находящегося под действием нестационарных нагрузок, описывается с помощью потенциалов перемещений ϕ, Ψ, χ, удовлетворяющих соответствующим волновым уравнением:

$$(\nabla^2-\partial^2/\partial\tau^2)\phi=0,\quad (\nabla^2-\beta_2{}^2\partial^2/\partial\tau^2)\Psi=0\quad (\nabla^2-\beta_2{}^2\partial^2/\partial\tau^2)\chi=0,\quad \beta_2=c_L/c_T$$
$$c_L=((\lambda+2\mu)/\rho)^{1/2},\quad c_T=(\mu/\rho)^{1/2} \tag{1.2}$$



Фиг. 1

где ∇^2 — оператор Лапласа; c_T — скорость волн сдвига; λ, μ — упругие параметры Ламе материала среды, плотность которого ρ. При этом для радиальных смещений и компонент тензора напряжений выполняются соотношения [9]

$$\begin{gathered}
u_r=\partial\Phi/\partial r+r^{-1}\partial\Psi/\partial\theta+\partial^2\chi/\partial r\partial z \\
\sigma_r=2\mu[\,(^1/_2\lambda\mu^{-1}\partial^2/\partial\tau^2+\partial^2/\partial r^2)\Phi+\partial^2/\partial r\partial\theta(\Psi/r)+\partial^3\chi/\partial r^2\partial z] \\
\tau_{r\theta}=2\mu\{\partial^2/\partial r\partial\theta(\Phi/r)+[r^{-1}\partial/\partial r+r^{-2}\partial^2/\partial\theta^2+{}^1/_2(\partial^2/\partial z^2- \\
-\beta_2\partial^2/\partial\tau^2)\,]\Psi+\partial^3/\partial r\partial\theta z(\chi/r)\} \\
\tau_{rz}=2\mu[\,\partial^2\Phi/\partial r\partial z+{}^1/_2r^{-1}\partial^2\Psi/\partial\theta\partial z+\partial/\partial r(\partial^2/\partial z^2-{}^1/_2\beta_2{}^2\partial^2/\partial\tau^2)\chi]
\end{gathered}\tag{1.3}$$

Здесь и далее приняты следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{gathered}
l=L/a,\quad r_*=R_*/a,\quad r=R/a,\quad h=H/a \\
z=Z/a,\quad \tau=c_Lt/a,\quad \tau_*=c_Lt_*/a
\end{gathered}\tag{1.4}$$

Колебания упругого тонкостенного цилиндра описываются линейной теорией оболочек Кирхгофа — Лява, т. е.

$$L_{i1}u+L_{i2}v+L_{i3}w=\varkappa^2q_i\qquad (i=1,\ 2,\ 3)\tag{1.5}$$

где u, v, w — соответственно радиальная, тангенциальная и осевые компоненты вектора перемещений в оболочке; q_i — компоненты вектора внешних усилий $q(q_1=q_r,\ q_2=q_\theta,\ q_3=q_z)$, причем в данном случае, когда выполняются условия гладкого контакта оболочки со средой, $q_\theta=q_z=0$. Дифференциальные операторы из (1.5) представляются в виде [10]

$$\begin{gathered}
L_{11}=a_0(\partial^2/\partial z^2+\partial^2/\partial\theta^2)^2+1+\beta_{10}\partial^2/\partial\tau^2 \\
L_{12}=L_{21}=\partial/\partial\theta,\quad L_{13}=L_{31}=\nu_1\partial/\partial z \\
L_{22}={}^1/_2(1-\nu_1)\partial^2/\partial z^2+\partial^2/\partial\theta^2-\beta_{10}{}^2\partial^2/\partial\tau^2 \\
L_{23}=L_{32}={}^1/_2(1+\nu_1)\partial^2/\partial\theta\partial z \\
L_{33}=\partial^2/\partial z^2+{}^1/_2(1-\nu_1)\partial^2/\partial\theta^2-\beta_{10}{}^2\partial^2/\partial\tau^2,\quad a_0=h^2/12 \\
\varkappa^2=h^{-1}(\lambda_1+2\mu_1)/(4\mu_1(\lambda_1+\mu_1)),\quad \beta_{10}{}^2=c_L{}^2/c_{10}{}^2=c_L\rho h\varkappa^2
\end{gathered}\tag{1.6}$$

Здесь λ_1, μ_1, ν_1 — упругие параметры Ламе и коэффициент Пуассона материала оболочки, плотность которого ρ_1.

Давление p_f в жидкости, заполняющей оболочку, удовлетворяет волновому уравнению (c_0 — скорость звука):

$$(\nabla^2-\beta_0{}^2\partial^2/\partial\tau^2)p_f=0, \quad \beta_0=c_L/c_0 \tag{1.7}$$

Для нахождения нормального давления на поверхности оболочки q_r необходимо решить волновые уравнения (1.2), (1.5), (1.7) при выполнении краевых условий контакта

$$q_r-(\sigma_r+\sigma_{r,0})|_{r=1}-p_f|_{r=r0}=0 \tag{1.8}$$
$$\tau_{r\theta}+\tau_{r\theta,0}=0, \quad \tau_{rz}+\tau_{rz,0}=0 \quad (r=1)$$
$$u=u_r+u_{r,0} \quad (r=1)$$
$$\partial^2u/\partial\tau^2=-(\rho_0c_L{}^2)^{-1}\partial p_f/\partial r \quad (r=r_0)$$

Здесь $r_0=1-h$; ρ_0 — плотность жидкой среды, причем для компонент вектора перемещения и тензора напряжений в падающей волне имеем следующие соотношения:

$$u_{r,0}=\partial\Phi_0/\partial r, \quad \sigma_{r,0}=2\mu({}^1/{}_2\lambda\mu^{-1}\partial^2/\partial\tau^2+\partial^2/\partial r^2)\Phi_0$$
$$\tag{1.9}$$
$$\tau_{r\theta,0}=2\mu\partial^2/\partial r\partial\theta(\Phi_0/r), \quad \tau_{rz,0}=2\mu\partial^2\Phi_0/\partial r\partial z$$

Предполагается также, что все искомые волновые характеристики, как и заданные, являются причинными, и они конечны в ограниченных областях.

2. Метод решения задачи. Воспользуемся интегральными преобразованиями Фурье по времени τ и координате z. Тогда, например, потенциал $\Phi(r, \theta, z, \tau)$ определяется формулами

$$\Phi(r,\theta,z,\tau)=(2\pi)^{-2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)e^{-i(\omega\tau-\alpha z)}d\alpha\, d\omega \tag{2.1}$$

$$\Phi^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(r,\theta,z,\tau)e^{i(\omega\tau-\alpha z)}d\tau\, dz \tag{2.2}$$

где ω, α — параметры преобразования Фурье по времени и координате; $\Phi^{FF}(r, \theta, \alpha, \omega)$ стационарная комплексная амплитуда потенциала.

В частности, для падающего импульса (1.1) фурье-трансформанты имеем

$$\Phi_0{}^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=f_0{}^F(\omega)H_0^{(1)}(l_0\eta), \quad f_0{}^F(\omega)=\pi if^F(\omega), \quad f^F(\omega)=\int_0^{\tau_*}f(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau$$
$$\tag{2.3}$$
$$\eta=(\omega^2-\alpha^2)^{1/2}, \quad l_0=(r_*{}^2+r^2-2r_*r\cos\theta)^{1/2}$$

где $H_n^{(1)}$ (x) — функция Ганкеля первого рода.

Используя теорему сложения для $H_0^{(1)}(\eta l_0)$ [11], трансформанту импульса посылки можно записать в виде разложения по парциальным волнам:

$$\Phi_0^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\sum_{n=0}^{\infty} g_n\varepsilon_n J_n(\eta r)\cos n\theta$$
$$\varepsilon_0=1,\quad \varepsilon_n=2,\quad n\geqslant 1,\quad g_n=f_0^F(\omega)H_n^{(1)}(\eta r_*) \tag{2.4}$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя, ε_n — символ Неймана.

Применяя далее преобразования Фурье к уравнениям движения (1.2), (1.7) и решая трансформированные дифференциальные уравнения в соответствующих областях, по аналогии к (2.4) получаем (суммирование здесь и в (2.6) по $n=0,1,\ldots,\infty$):

$$\begin{gathered}\Phi^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n b_n H_n^{(1)}(\eta r)\cos n\theta\quad (r\geqslant 1)\\ \Psi^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n c_n H_n^{(1)}(\eta_2 r)\sin n\theta\quad (r\geqslant 1)\\ \chi^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n d_n H_n^{(1)}(\eta_2 r)\cos n\theta\quad (r\geqslant 1)\\ p_f^{FF}(r,\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n a_n J_n(\eta_0 r)\cos n\theta\quad (0\leqslant r\leqslant r_0)\\ \eta_2=(\omega_2^2-\alpha^2)^{1/2},\quad \eta_0=(\omega_0^2-\alpha^2)^{1/2},\quad \omega_2=\beta_2\omega,\quad \omega_0=\beta_0\omega\end{gathered} \tag{2.5}$$

где коэффициенты a_n, n_n, c_n, d_n, как функции от α и ω, подлежат определению. Таким же образом можно представить и фурье-компоненты решений системы дифференциальных уравнений (1.5):

$$u^{FF}(\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n u_n\cos n\theta,\quad v^{FF}(\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n v_n\sin n\theta$$
$$w^{FF}(\theta,\alpha,\omega)=\Sigma g_n\varepsilon_n w_n\cos n\theta \tag{2.6}$$

где u_n, v_n, w_n — неизвестные функции переменных α и ω.

Используя преобразованные по Фурье соотношения (1.9) и уравнения (1.5), а также удовлетворяя условиям гидроупругого контакта (1.8), с учетом соотношений (2.5), (2.6) и свойства ортогональности функций $\cos n\theta$ и $\sin n\theta$ на промежутке $0\leqslant\theta\leqslant\pi$, получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных функций:

$$\sum_{j=1}^{7} a_{ij}x_j=f_i\quad (i=1,\ldots,7) \tag{2.7}$$

$$\begin{gathered}x_1=u_n,\quad x_2=v_n,\quad x_3=w_n,\quad x_4=b_n\\ x_5=c_n,\quad x_6=d_n,\quad x_7=a_n\\ a_{11}=a_0^2(n^2+\alpha^2)^2+1-\omega_{10}^2,\quad a_{12}=-a_{21}=n\\ a_{13}=a_{31}=\alpha\nu_1 i,\quad a_{22}=-n^2-{}^1/_2(1-\nu_1)+\omega_{10}^2\\ a_{23}=-a_{32}=-{}^1/_2 n\alpha(1+\nu_1)i\\ a_{33}=-{}^1/_2 n^2(1-\nu_1)-\alpha^2+\omega_{10}^2\\ a_{14}=-\varkappa_1^2 f_{11}(\eta),\quad a_{15}=-\varkappa_1^2 f_{12}(\eta_2),\quad a_{16}=-\varkappa_1^2 f_{13}(\eta_2)\\ a_{44}=f_{21}(\eta),\quad a_{45}=f_{22}(\eta_2),\quad a_{46}=f_{23}(\eta_2)\\ a_{54}=f_{31}(\eta),\quad a_{55}=f_{32}(\eta_2),\quad a_{56}=f_{33}(\eta_2)\\ a_{64}=f_{41}(\eta),\quad a_{65}=f_{42}(\eta_2),\quad a_{66}=f_{43}(\eta_2)\end{gathered} \tag{2.8}$$

$$a_{61}=-1,\quad a_{71}=i\omega,\quad f_{11}(x)=-\omega_1^2 H_n^{(1)}(x)+x^2 H_n^{(1)''}(x)$$

$$f_{12}(x)=-f_{21}(x)=n[xH_n^{(1)'}(x)-H_n^{(1)}(x)],\quad f_{13}(x)=i\alpha x^2 H_n^{(1)''}(x)$$

$$f_{22}(x)=xH_n^{(1)'}(x)-(n^2-{}^1/_2x^2)H_n^{(1)}(x)$$

$$f_{23}(x)=i\alpha f_{21}(x),\quad f_{31}(x)=i\alpha xH_n^{(1)'}(x),\quad f_{32}(x)={}^1/_2 i\alpha nH_n^{(1)}(x)$$

$$f_{33}(x)={}^1/_2(x^2-\alpha^2)xH_n^{(1)'}(x)$$

$$f_{41}(x)=xH_n^{(1)'}(x),\quad f_{42}(x)=n^2H_n^{(1)}(x)$$

$$f_{43}(x)=\alpha^2xH_n^{(1)'}(x),\quad f_{14}(x)=i\rho_0c_i^2\omega J_n(x),\quad f_{54}(x)=r_0^{-1}J_n'(x)$$

$$f_1=\operatorname{Re} f_{11}(\eta),\quad f_4=-\operatorname{Re} f_{21}(\eta),\quad f_5=-\operatorname{Re} f_{31}(\eta)$$

$$f_6=-\operatorname{Re} f_{41}(\eta),\quad \omega_1^2={}^1/_2\lambda\mu^{-1}\omega^2,\quad \varkappa_1^2=2\mu\varkappa^2$$

Остальные коэффициенты a_{ij}, f_i (i, $j=1,\ldots,7$), не приведенные в соотношениях (2.8), равны нулю.

Решая систему уравнений (2.7) и подставляя u_n, v_n, w_n в преобразованное по Фурье третье уравнение системы (1.5), находим

$$q_r^{FF}(\theta,\alpha,\omega)=2\mu\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n q_n\frac{GF\cos n\theta}{GF_1-G_1(\varkappa_1^2F_2+\varkappa_2^2\omega^2Z_nF_1)}\qquad(2.9)$$

$$G=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix},\quad G_1=\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$$

$$F_1=\begin{vmatrix}f_{21}(\eta)&f_{22}(\eta_2)&f_{23}(\eta_2)\\f_{31}(\eta)&f_{32}(\eta_2)&f_{33}(\eta_2)\\f_{41}(\eta)&f_{42}(\eta_2)&f_{43}(\eta_2)\end{vmatrix},\quad F_2=\begin{vmatrix}f_{11}(\eta)&f_{12}(\eta_2)&f_{13}(\eta_2)\\f_{21}(\eta)&f_{22}(\eta_2)&f_{23}(\eta_2)\\f_{31}(\eta)&f_{32}(\eta_2)&f_{33}(\eta_2)\end{vmatrix}$$

$$F=\begin{vmatrix}\operatorname{Re} f_{11}(\eta)&f_{11}(\eta)&f_{12}(\eta_2)&f_{13}(\eta_2)\\\operatorname{Re} f_{21}(\eta)&f_{21}(\eta)&f_{22}(\eta_2)&f_{23}(\eta_2)\\\operatorname{Re} f_{31}(\eta)&f_{31}(\eta)&f_{32}(\eta_2)&f_{33}(\eta_2)\\\operatorname{Re} f_{41}(\eta)&f_{41}(\eta)&f_{42}(\eta_2)&f_{43}(\eta_2)\end{vmatrix}$$

$$z_n=J_n(\eta_0r_0)/(\eta_0J_n'(\eta_0r_0)),\quad \varkappa_2^2=\varkappa^2\rho_0c_L^2$$

3. Алгоритм вычисления и анализ результатов. Предположим, что распространение первичных волн в упругой изотропной среде вызвано импульсным давлением на стенки сферической полости радиуса l_* [12]. Полярный радиус отсчитывается от центра этой полости. Давление на поверхности излучателя удовлетворяет условию:

$$\sigma_l(l,\tau)=-p(\tau)[H(\tau)-H(\tau-\tau_*)],\quad l=l_*\qquad(3.1)$$

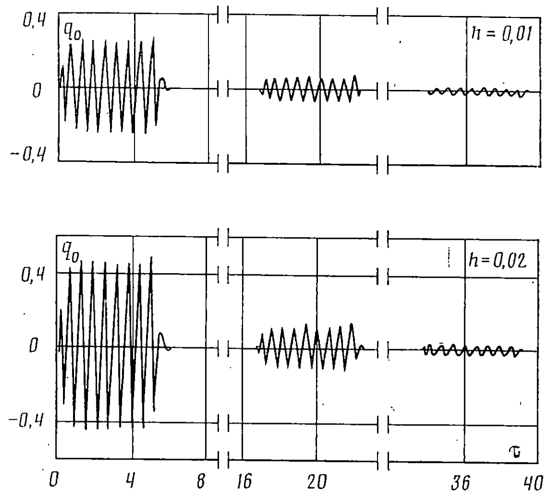
где $p(\tau)$ — функция заполнения импульса.

Из представления потенциала перемещений (1.1), фурье-трансформанты (2.3) и соотношения (3.1) следует, что

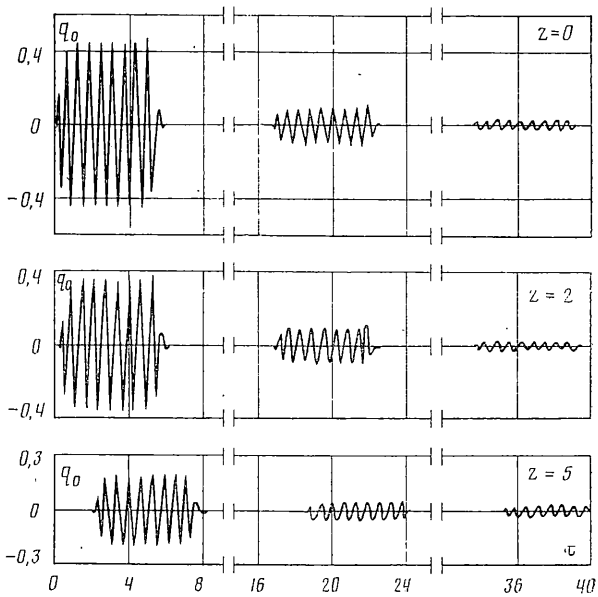
$$f^F(\omega)={}^1/_2\mu^{-1}p^F(\omega)/(\omega^2+2i\omega\alpha_0-\gamma\alpha_0^2)\qquad(3.2)$$

$$p^F(\omega)=\int_0^{\tau_*}p(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau$$

$$\alpha_0=l_*^{-1}(1-2\nu)/(1-\nu),\quad \gamma=2(1-\nu)/(1-2\nu)$$



Фиг. 2

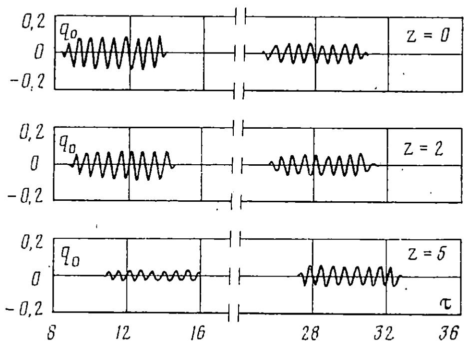


Фиг. 3

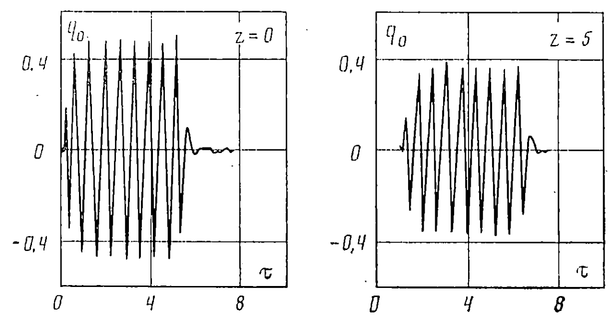
Основным в данной работе является анализ нормального давления на поверхности оболочки $q_r(\theta, z, \tau)$, которое вычислим по формулам

$$q_r(\theta, z, \tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \mathrm{Re}[f^F(\omega) q^F(\theta, z, \omega) e^{-i\omega\tau}] d\omega \tag{3.3}$$

$$q_r^F(\theta, z, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty q_r^{FF}(\theta, \alpha, \omega) e^{i\alpha\omega} d\alpha \tag{3.4}$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Для вычисления интегралов (3.3), (3.4) применяется метод Ромберга [13, 14] с аппроксимацией четвертого порядка[1]. Интегрирование в полубесконечных пределах заменяется интегрированием по конечному интервалу. В частности, поскольку функция $q_r^{FF}(\theta, \alpha, \omega)$ при $\alpha > \omega$ экспоненциально стремится к нулю, то верхний предел определяется численно, несколько превосходя значение ω.

Проанализируем теперь нормальное давление на поверхности цилиндрической оболочки. Материал оболочки – сталь ($\lambda = 1{,}12 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\mu = 8{,}09 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho = 7700$ кг/м³), окружающая упругая среда – алюминий ($\lambda_1 = 5{,}42 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\mu_1 = 2{,}21 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho_1 = 2700$ кг/м³), жидкий заполнитель – вода ($c_0 = 1410$ м/с, $\rho_0 = 1000$ кг/м³). Набегающий сигнал является квазимонохроматическим, $p(\tau) = \sin \omega_* \tau$ ($\omega_* = 10$ – несущая частота).

Результаты вычисления для нормального давления

$$q_0(\theta, z, \tau) = q_r(\theta, z, \tau) / \max_{\tau \in [0, \tau_*]} \sigma_l(r_* - 1, 0, \tau) \qquad (3.5)$$

на поверхности цилиндрической заполненной водой оболочки ($r = 1$, $z = 0$, $\theta = 0°$), вызванного синусоидальным сферическим волновым пакетом, источник которого находится на расстоянии $r_* = 10$ от оси цилиндра, с конечной длительностью импульса посылки $\tau_* = 5$, при толщинах оболочки $h = 0{,}01$ и $h = 0{,}02$ в зависимости от безразмерного времени τ приведены на фиг. 2. Анализ этих результатов показывает, что падающий волновой пакет приводит к возникновению целой серии импульсов. При этом каждый волновой пакет характеризуется временем поступления τ_n и своей амплитудой, причем индекс n соответствует номеру данного импульса. Первый сигнал получен за счет отражения от объекта падающей сферической волны, последующие – вследствие переотражения от тыльной поверхности оболочки. Время прихода волновых пакетов τ_n можно определить из следующего приближенного соотношения

$$\tau_n \approx 4\beta_0 (n - 1) \qquad (3.6)$$

[1] *Пороховский В. В.* Пакет прикладных программ расчета дифракции остронаправленных акустических импульсов на сферических объектах (Пакет программ). Киев, 1981. 124 с.– Деп. в УкрРФАП 20.02.1981, № 5901.

Сопоставляя графики амплитуд перепада давлений на оболочках с $h=0{,}01$ и $h=0{,}02$, приходим к выводу, что амплитуды сигналов тем выше, чем толще оболочка.

Зависимость давления на поверхности оболочки ($r=1$, $\theta=0°$) от τ при различных значениях z ($z=0, 2, 5$) показаны на фиг. 3. При этом расстояние от источника до оси цилиндра равно $r_*=5$, толщина оболочки $h=0{,}02$. Из этих графиков следует, что с увеличением расстояния z величина амплитуды давления уменьшается. Но это уменьшение становится менее заметным с ростом номера волновых пакетов. Кроме того, с увеличением z происходит задержка во времени поступления сигналов. Величину задержки можно вычислить по приближенной формуле

$$\Delta\tau=((r_*-1)^2+z^2)^{1/2}-(r_*-1) \quad (3.7)$$

которая получается на основе геометрической акустики.

Результаты расчета нормального давления на тыльной стороне оболочки ($r=1$, $\theta=180°$) при значениях $z=0, 2, 5$ приведены на фиг. 4. Амплитуды первых импульсов давления намного меньше по сравнению с аналогичными характеристиками, вычисленными со стороны источника сферических волн (фиг. 3).

Фигура 5 иллюстрирует поведение нестационарного давления на лобовой поверхности стальной оболочки ($r=1$, $\theta=0°$), пустой изнутри, при $z=0$, $z=5$ и $r_*=10$. Подсчеты показывают, что в данном случае вторичные импульсы давления отсутствуют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Михайлов А. А., Миляев А. С., Тазихина Е. Н.* Нестационарное взаимодействие плоской продольной волны с упругой цилиндрической оболочкой в грунте // Строит. механика и расчет сооружений. 1988. № 1. С. 40–44.
2. *Мирзаева Ш. Ф.* К задаче о действии длинной упругой волны на цилиндрическую оболочку // Динам. оснований, фундаментов и подземн. сооруж. Ташкент. 1977. С. 159–161.
3. *Якупов Р. Г.* Взрывное нагружение цилиндрической оболочки и определение безопасных расстояний взрыва // Нелинейные пробл. аэрогидроупругости./Тр. семинара по теории оболочек. Казань. 1979. Вып. 11. С. 147–157.
4. *Нгуен Хоа Тхинь.* Расчет цилиндрической оболочки в линейноупругой среде на действие импульсных сил // Изв. Сев.-Кавказ. научн. центра высш. шк. Естеств. н. 1985. № 3. С. 54–57.
5. *Никитин Л. В., Тюреходжаев А. Н.* Поведение трубопровода под воздействием ударной волны в грунте // Трение, износ и смазочн. материалы. Тр. Междунар. науч. конф. Ташкент, 22–26 мая 1985. Тез. секц. докл. Т. 3. Ч. 2. Ташкент. 1985. С. 138–144.
6. *Серый О. Т.* К задаче о реакции цилиндрической оболочки с заполнителем на действие пульсирующей нагрузки // Динам. и прочн. машин. Харьков. 1985. № 41. С. 70–74.
7. *Вестяк А. В., Горшков А. Г., Тарлаковский Д. В.* Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. Сер. Механика деформируемого твердого тела. 1983. Т. 15. С. 69–148.
8. *Trautmann C. H., O'Rourke T. D., Kulhawy F. H.* Uplift forcedisplacement response of buried pipe // J. Geotech. Eng. 1985. V. 111. № 9. P. 1061–1076.
9. *Подстригач Я. С., Поддубняк А. П.* Рассеяние звуковых пучков на упругих телах сферической и цилиндрической формы. Киев: Наук. думка. 1986. 264 с.
10. *Перцев А. К., Платонов Э. Г.* Динамика оболочек и пластин (Нестационарные задачи). Л.: Судостроение. 1987. 316 с.
11. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции: функции Бесселя, функции парабол. цилиндра, ортогон. многочлены. М.: Наука. 1974. 295 с.
12. *Achenbach J. D.* Wave propagation in elastic solids. Amsterdam, London: North – Holland Publ. Co. N. Y.: Amer. Elsevier Publ. Co. 1973. 425 p.
13. *Нигул У. К., Метсавээр Я. А., Векслер Н. Д., Кутсер М. Э.* Эхосигналы от упругих объектов. Таллин: Б. и. 1974. Т. 2. 345 с.
14. *Brill D., Überall H.* Acoustic waves transmitted through solid elastic cylinders // J. Acoust. Soc. Amer. 1971. V. 50. № 3. P. 2. P. 921–939.

Львов

Поступила в редакцию
10.III.1989