

УДК 539.37

© 1990 г.

В. Д. КЛЮШНИКОВ, И. В. ОВЧИННИКОВ

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕМ
СОТНОШЕНИИ ЭЛЕКТРОПЛАСТИЧНОСТИ

В работе предложены возможные определяющие соотношения электропластичности в одномерном случае при раздельном действии тока и нагружения, на основании которых выводятся соотношения для одновременного действия. Установлены условия эквивалентности полученных определяющих соотношений. В рамках теории изотропного упрочнения получены определяющие соотношения в многомерном случае.

1. Эксперименты показали [1—4], что электропластический эффект в одномерном случае при раздельном действии тока и нагрузки возникает при обязательном наличии начальной пластической деформации p^0 и при мозаичном температурном поле, достигаемом действием дозированного высокоэнергетического электромагнитного поля, когда сила тока j и время его действия τ лежат в пределах $j \approx 10^9 \div 10^{11}$ А/м², $\tau \approx 10^{-4} \div 10^{-1}$ с, что определяет удельную энергию $q \approx 10^7 \div 10^{10}$ Дж/м³. Установлено, что в этих пределах зависимость эффекта от τ слабая и в первом приближении предельная пластическая деформация p^* после действия тока может быть представлена в виде $p^* = F(p^0, q)$ причем, зависимость p^* от p^0 близка к линейной, а зависимость от q имеет экстремум.

При растяжении, когда $p = e^p = e - e^v = e - \sigma/E$, изменение диаграммы $\sigma \sim e$ (фиг. 1) в результате предварительной вытяжки и последующего действия тока можно (с некоторой натяжкой) трактовать как опускание ее как жесткого целого в направлении начального упругого участка (стрелка на фиг. 1, отсеченные отрезки равны). А это в математическом плане означает, что результирующая зависимость $\sigma \sim p$ при заданных p^0 и q может быть представлена в виде

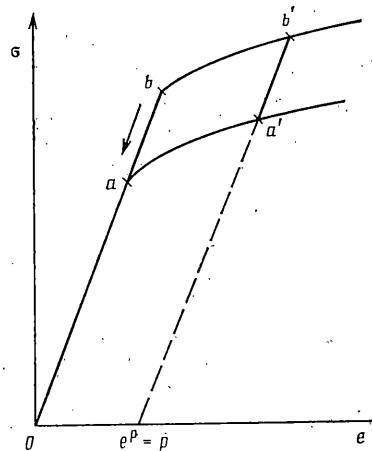
$$\sigma = f(p) - \varphi(p^0, q), f'(p) > 0 \quad (1.1)$$

где $\varphi(0, q) = \varphi(p^0, 0) = 0$ и при $\varphi = 0$ уравнение (1.1) дает начальную диаграмму растяжения.

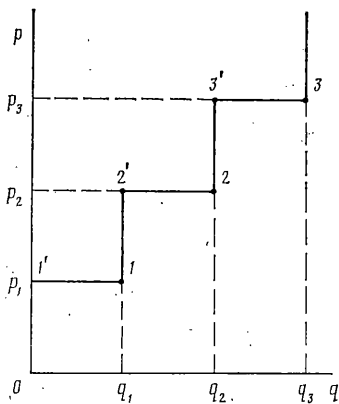
В противоположность [5—7], где в качестве меры пластической деформации принята мощность диссипации W_p , выбор самой пластической деформации как кинематического параметра, не изменяя существа дела, приводит к упрощению результирующего соотношения. Так, если в [6] линейное упрочнение начальной диаграммы приводит к корневой зависимости σ от W_p , то теперь (1.1) приводит к выражению

$$\sigma = \sigma_s + \frac{E'E}{E+E'} p - \varphi(p^0, q)$$

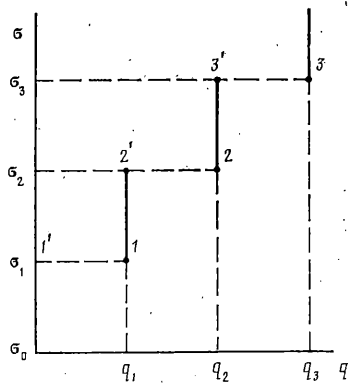
где σ_s начальный предел упругости, E и E' модуль Юнга и касательный модуль.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Вместо соотношения (1.1) для раздельного действия нагружения и токовой обработки можно принять зависимость

$$p = f_1(\sigma) + g(\sigma, \varphi_1(p^0, q)) \quad (1.2)$$

$$\varphi_1(0, q) = \varphi_1(p^0, 0) = 0, \quad g(\sigma, 0) = 0$$

которая соответствует экспериментально наблюдаемому увеличению пластической деформации при воздействии тока.

Заметим, что гипотеза, содержащаяся в (1.2) и заключающаяся в возможности выделения добавочной части пластической деформации, связанной с действием тока, отлична от гипотезы в (1.1) и имеет более общий вид. Если принять здесь гипотезу об опускании диаграммы, использованную выше, то на функции в (1.2) будут наложены условия

$$f_1(x) = f^{-1}(x), \quad \varphi_1(p^0, q) = \varphi(p^0, q)$$

$$g(x, y) = f^{-1}(x+y) - f^{-1}(x) \quad (1.3)$$

2. Судя по имеющимся экспериментам [4, 7], функция φ может быть представлена в виде

$$\varphi(p^0, q) = \psi(p^0)\chi(q) \quad (2.1)$$

Исходя из этого предположения, попытаемся предугадать форму определяющего соотношения при совместном действии тока и деформации, базируясь на представлении непрерывного процесса в виде набора этапов раздельного действия как при задании программы по деформациям (фиг. 2), так и по напряжениям (фиг. 3). Поскольку целенаправленных экспериментов по таким ступенчатым программам нет, то возникают трудности в правильном определении параметра p^0 на указанных этапах: считать ли значением p^0 на n -м этапе раздельного действия — полную его величину от начала деформирования, или только добавку на $(n-1)$ -м этапе, или некую промежуточную величину. Сейчас не ясно также, обладает ли эффект электропластичности свойством аддитивности: приводит ли однократное раздельное действие при $p^0 = p_1^0 + p_2^0$ к тому же результату, что и двукратное при p_1^0 и p_2^0 при равных электрических воздействиях. В связи с этим в дальнейшем исследуются два крайних случая выбора p^0 , указанных выше, а исходной считается та же, что и (1.4), (2.1) форма связи для многократного раздельного действия, которое в пределе при уменьшении протяженности этапов должно описать ситуацию совместного действия. Такой путь построения является, по-видимому, наиболее логичным, а его осуществление может указать на ограничения, налагаемые на входящие в определяющие соотношения функции и недостающие экспериментальные данные.

Считая, что параметр p^0 должен отсчитываться от одного и того же момента (начала деформации), представим последовательность как угодис малых этапов раздельного действия так, как это изображено на фиг. 2.

Первый этап начинается при $\sigma = \sigma_s$, $p^0 = 0$ и состоит из мгновенного рос-

та p до p_1 , отвечающего напряжению σ_1' (точка 1' на фиг. 2), а затем после разгрузки (и следовательно, при том же $p=p_1$) воздействия током до величины работы q_1 . При последующем нагружении новая пластическая деформация возникает при напряжении σ_1 (точка 1 на фиг. 2), причем $\sigma_1 = f(p_1) - \psi(p_1)\chi(q_1)$.

С этого момента начинается следующий этап, кончающийся в точке 2 при напряжении $\sigma_2 = f(p_2) - \psi(p_1)\chi(q_1) - \psi(p_2)\Delta\chi(q_2)$, что можно при малых этапах записать в виде

$$\sigma_2 = f(p_2) - \psi(p_1)\chi'(0)\Delta q_1 - \psi(p_2)\chi'(q_1)\Delta q_2$$

и так далее. Суммируя, в конце n -го этапа получим

$$\sigma_n = f(p_n) - \sum_{k=1}^n \psi(p_k)\chi'(q_{k-1})\Delta q_k$$

Считая $\Delta q_k = \Delta q$ вне зависимости от этапа, после перехода к пределу при $\Delta q \rightarrow 0$ получим

$$\sigma = f(p) - \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq \quad (2.2)$$

что еще можно переписать в виде

$$\sigma = f(p) - \psi(p)\chi(q) + \int_0^q \chi(q)\psi'(p) dp$$

Полагая теперь, что выполняется другой крайний вариант, когда в роли p^0 выступает значение пластической деформации, накопленное на предыдущем этапе, рассуждая аналогично, будем иметь $\sigma_1 = f(p_1) - \psi(p_1)\chi(q_1)$, $\sigma_2 = f(p_2) - \psi(p_1)\chi(q_1) - \psi(p_2 - p_1)\Delta\chi(q_2)$ или

$$\sigma_2 = f(p_2) - \psi'(0)\Delta p_1\chi'(0)\Delta q_1 - \psi'(0)\Delta p_2\chi'(q_1)\Delta q_2$$

Продолжая этот процесс, убеждаемся, что сумма добавочных к $f(p)$ членов бесконечно мала при Δp_n и Δq_n , стремящихся к нулю. Таким образом, даже не зная форм функций ψ и χ , можно сказать, что этот крайний вариант физически недостоверен, поскольку при совместном действии отвечает нулевому эффекту электропластичности.

Если за исходное соотношение при раздельном действии взять (1.2), то из (2.1) и (1.3) φ_1 можно представить в виде

$$\varphi_1(p^0, q) = \Phi(p^0, q) = \psi(p^0)\chi(q) \quad (2.3)$$

Описывая совместное действие последовательностью малых этапов раздельного, отсчитывая параметр p^0 от начала деформации¹ и считая, что добавок к пластической деформации, связанной с действием тока, на каждом этапе зависит от действующей на нем нагрузки σ , для процесса, изображенного на фиг. 3, будем иметь:

Первый этап начинается при $\sigma = \sigma_0$ и состоит из мгновенного приложения нагрузки σ_1 , при котором накапливается пластическая деформация p_1' (точка 1'): $p_1' = f_1(\sigma_1)$.

Второй этап: образец разгружается, происходит воздействие тока до величины работы q_1 и вновь прикладывается напряжение $\sigma = \sigma_1$ (точка 1), при котором $p_1 = f_1(\sigma_1) + g(\sigma_1, \psi(p_1)\chi(q_1))$.

Третий этап: мгновенное нагружение до $\sigma = \sigma_2$ (точка 2'):

$$p_2' = f(\sigma_2) + \frac{\partial g(\sigma_1, \psi(p_1)\chi(q_1))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p_1)\chi'(0)\Delta q_1$$

¹ Попытка принять за p^0 значение пластической деформации накопленной на предыдущем этапе приводит как и ранее к нулевому эффекту электропластичности.

Следующий этап: вновь разгрузка, воздействие током и нагружение до $\sigma = \sigma_2$ (точка 2):

$$p_2 = f_1(\sigma_2) + \frac{\partial g(\sigma_1, \psi(p_1)\chi(q_1))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p_1)\chi'(0)\Delta q_1 + \\ + \frac{\partial g(\sigma_2, \psi(p_2)\chi(q_2))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p_2)\Delta\chi(q_2)$$

и так далее. Суммируя, получим

$$p_n = f_1(\sigma_n) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial g(\sigma_k, \psi(p_k)\chi(q_k))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p_k)\chi'(q_{k-1})\Delta q_k$$

Переходя к пределу $\Delta q_k \rightarrow 0$, имеем

$$p = f_1(\sigma) + \int_0^q \frac{\partial g(\sigma, \psi(p)\chi(q))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p)\chi'(q) dq \quad (2.4)$$

Сравним соотношения (2.2) и (2.4) для одновременного действия, полученные на основе (1.1) и (1.2). Используя (1.3), (2.2) можно привести к виду

$$p = f^{-1} \left[\sigma + \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq \right] = f_1(\sigma) + g \left(\sigma, \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq \right)$$

Отсюда следует, что несмотря на эквивалентность (1.1) и (1.2) с условием (1.3), предложенных для раздельного действия, соотношения для одновременного действия, вообще говоря, не являются эквивалентными. Условием эквивалентности является интегральное соотношение

$$\int_0^q \frac{\partial g(\sigma, \psi(p)\chi(q))}{\partial(\psi\chi)} \psi(p)\chi'(q) dq = g \left(\sigma, \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq \right)$$

которое на основании (1.3) можно записать в виде

$$f^{-1}(\sigma) + \int_0^q f^{-1}(\sigma + \psi(p)\chi(q)) \psi(p)\chi'(q) dq = f^{-1} \left[\sigma + \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq \right] \quad (2.5)$$

Полученное соотношение налагает ограничения на вид определяющих функций f (или f^{-1}), ψ и χ .

В случае линейного упрочнения (2.2) дает

$$\sigma = \sigma_s + \frac{E'E}{E+E'} p - \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq$$

Из (2.4) получим

$$p = \frac{E+E'}{E'E} (\sigma - \sigma_s) + \frac{E+E'}{E'E} \int_0^q \psi(p)\chi'(q) dq$$

откуда следует, что эквивалентность сохраняется независимо от вида функций $\psi(p)$ и $\chi(q)$.

Рассмотрим случай кусочно-линейной диаграммы упрочнения

$$f^{-1}(\sigma) = \begin{cases} a_0 + a_1\sigma, & \sigma \leq \sigma_* \\ a_0' + a_1'\sigma, & \sigma \geq \sigma_* \end{cases} \quad (2.6)$$

$$a_0' = a_0 + \sigma_*(a_1 - a_1')$$

и выясним, какие ограничения налагает (2.5) на функции $\psi(p)$ и $\chi(q)$. На основании (2.5) и (2.6) получим

$$\begin{aligned} a_0 + a_1' \sigma + a_1 \int_0^{q_*} \psi(p) \chi'(q) dq + a_1' \int_0^{q_*} \psi(p) \chi'(q) dq = \\ = a_0' + a_1' \sigma + a_1' \int_0^{q_*} \psi(p) \chi'(q) dq \end{aligned}$$

где q_* определяется из условия $\sigma(q_*) + \psi(p(q_*)) \chi(q_*) = \sigma_*$. Откуда следует условие

$$\int_0^{q_*} \psi(p) \chi'(q) dq = 0$$

Считая, что зависимость $p(q)$ можно задавать произвольно и, таким образом, менять q_* , получим, что необходимым условием эквивалентности соотношений (2.2) и (2.4) является $\psi(p) = 0$ или $\chi(q) = \text{const}$. Любое из этих условий означает отсутствие электропластического эффекта и, следовательно, принято быть не может. Заметим, что вывод остается в силе для любого количества изломов на кусочно-линейной диаграмме, а так как произвольную диаграмму можно как угодно близко приблизить кусочно-линейной, то и для произвольной диаграммы, кроме, конечно, линейной, эквивалентность соотношений (2.2) и (2.4) в условиях существования эффекта электропластичности невозможна. Такой дефект был вызван разницей гипотез при осуществлении перехода от соотношений для раздельного действия к соотношениям для совместного действия. В первом случае считалось, что на каждом этапе электропластический эффект зависит только от достигнутой пластической деформации и приращения функции от удельной энергии $\Delta\chi(q)$, во втором же случае добавок пластической деформации зависел еще и от действующего на данном этапе напряжения. Если считать, что пластическая деформация, вызванная токовой обработкой, зависит только от текущего значения напряжения, а не от всего процесса нагружения, то, проводя аналогичные проделанным выше рассужде-

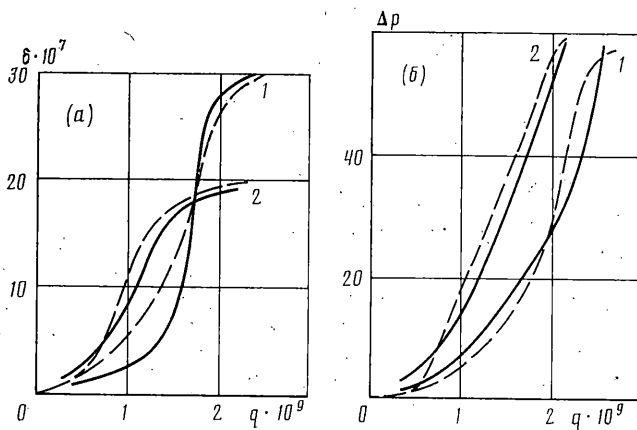
ния, вместо соотношения (2.4) получим $p = f_1(\sigma) + g \left(\sigma, \int_0^q \psi(p) \chi'(q) dq \right)$,

которое при условиях (1.3) эквивалентно (2.2).

Заметим, что несмотря на эквивалентность (2.2) и (2.4) с условием (1.3), для некоторых функций f , ψ и χ результаты, полученные при использовании этих соотношений, отличаются незначительно. Были проведены численные расчеты, в которых задавалась пластическая деформация $p(q)$ и с помощью соотношения (2.2) определялось напряжение $\sigma(q)$. Затем, используя (2.4) и полученное $\sigma(q)$, вычислялась пластическая деформация, которая в свою очередь, подставлялась в соотношение (2.2) и т. д. Сравнивая первоначальные значения $p(q)$ и $\sigma(q)$ с полученными после нескольких описанных выше циклов $\tilde{p}(q)$ и $\tilde{\sigma}(q)$, можно определить происходит ли разбалтывание, т. е. велико ли различие между этими значениями и происходит ли его увеличение с числом циклов, и если оно мало и идет очень медленно, то, по-видимому, при решении некоторых задач возможно одновременное применение (2.2) и (2.4) с условием (1.3). Так при линейном $\psi(p)$ и

$$\chi(q) = \begin{cases} cq(2q_m - q), & 0 \leq q \leq 2q_m \\ 0, & q \geq 2q_m \end{cases}$$

где q_m — удельная энергия, соответствующая максимальному электропластическому эффекту при раздельном действии, в случае степенной функции $f(p) = (A + Bp)^n$ разбалтывания нет или оно происходит очень медленно (за 20 циклов различие не более 5%). При экспоненциальной зависимости $f(p) = A - B \exp(-kp)$ разбалтывание несколько больше.



Фиг. 4.

Отметим, что при описании одновременного действия тока и нагружения последовательностью малых этапов раздельного действия было показано, что нельзя в качестве параметра p^0 на n -м этапе выбирать добавку пластической деформации на $(n-1)$ -м этапе. Замена p^0 в вышеприведенных формулах полной величиной пластической деформации p (накопленной с начала деформирования) является другим крайним случаем. По-видимому, более общим будет представление этой величины в виде

$$\check{p} = \int_0^p K(q) dp, \quad 0 \leq K(q) \leq 1 \quad (2.7)$$

где $K(q)$ — функция, определяемая экспериментально. При этом все рассуждения при выводе (2.2) и (2.4) не изменятся и в них следует лишь заменить p , стоящее под интегралами, на \check{p} .

3. Проведем сравнение результатов, получаемых при использовании определяющего соотношения (2.2), (т. е. $K=1$ или $\check{p}=p$) с экспериментом в случаях релаксации и ползучести.

Считая, что упрочнение и зависимость электропластического эффекта от p линейны

$$f(p) = E_s p, \quad \psi(p) = E_s p \quad (3.1)$$

при релаксации ($p=p_0=\text{const}$) для изменения напряжения $\Delta\sigma$, вызванного действием тока, получим

$$\Delta\sigma = \int_0^q \psi(p) \chi'(q) dq = E_s p_0 \chi(q) \quad (3.2)$$

При ползучести ($\sigma=\sigma_0=\text{const}$), используя (2.2) и (3.1), для добавки пластической деформации Δp , связанной с действием тока, будем иметь

$$\Delta p = \sigma_0 E_s^{-1} (e^{\chi(q)} - 1) \quad (3.3)$$

Функцию $\chi(q)$ можно представить в виде

$$\chi(q) = X_0 (q/q_m)^n e^{-nq/q_m} \quad (3.4)$$

Из диаграммы $\sigma \sim e$ (без действия тока) [6]² определим E_s , а из экспериментов на раздельное действие, связанных с выявлением максимального электропластического эффекта [4, 6, 7]² найдем параметры q_m , X_0 , n . Для материала марки МЧ-1 было получено: $E_s = 120 \cdot 10^7$ Н/м², $n=3$, $q_m = 3 \cdot 10^9$ Дж/м³, $X_0 = 36,6$, для сплава М-1 — $E_s = 90 \cdot 10^7$ Н/м², $n=3$, $X_0 = 59$, $q_m = 2,5 \cdot 10^9$ Дж/м³. Использование в качестве параметра предва-

² Беклемишев Н. Н. Пластичность и прочность металлических материалов с учетом импульсного воздействия высокоэнергетического электромагнитного поля: Дис. д-ра физ.-мат. н. М., 1986. 306 с.

рительной пластической деформации при одновременном действии всей предшествующей деформации p дает несколько завышенные результаты. Хорошие результаты можно получить, воспользовавшись p^{\sim} в виде (2.7) при $K(q) = k_0 = \text{const}$. На фиг. 4 (1 — материал марки МЧ-1, 2 — сплав М-1) представлены диаграммы релаксации (a , 1. $p_0 = 24\%$, 2. $p_0 = 15\%$) и ползучести (b , 1. $\sigma_0 = 42 \cdot 10^7$ Н/м², 2. $\sigma_0 = 25 \cdot 10^7$ Н/м²). Сплошная линия соответствует экспериментальным данным [7, 5], пунктирная — получается при использовании (3.2) и (3.3). Здесь в случае 1. $k_0 = 0,62$, 2. $k_0 = 0,51$. Таким образом, получено довольно хорошее качественное и количественное соответствие теории и эксперимента, которые можно улучшить, взяв более сложные зависимости (3.1), (3.4) и не принимая упрощений $K(q) = \text{const}$.

4. Что касается обобщения определяющего соотношения на случай сложного напряженного состояния, то пока отсутствуют соответствующие эксперименты, можно ориентироваться только на простейшие гипотезы.

Так, если принимается гипотеза об изотропном упрочнении [8], то при раздельном действии обобщение соотношения (1.1), например, состоит в замене σ на интенсивность касательных напряжений T , p — на параметр Одквиста κ^p , p^0 — на κ_0^p и задании функции нагружения в виде

$$F = T - f(\kappa^p) + \psi(\kappa_0^p) \chi(q) = 0 \quad (4.1)$$

Естественно, что функции f , ψ , χ могут оказаться отличными от используемых выше, так что идет разговор лишь о форме представления.

Далее может быть применен типичный прием использования ассоциированного закона пластичности

$$de_{ij}^p = d\lambda \partial F / \partial S_{ij}$$

из которого аналогично тому как это было сделано в [9], используя условие непрерывности изменения F при активном процессе, получим

$$de_{ij}^p = S_{ij} dT / (2T f'(\kappa^p)) \quad (4.2)$$

Обобщая на многомерный случай соотношение (2.2) для одновременного действия, в случае изотропного упрочнения имеем

$$F = T - f(\kappa^p) + \int_0^q \psi(\kappa^p) \chi'(q) dq = 0$$

используя ассоциированный закон и непрерывность изменения при активном нагружении, получим

$$de_{ij}^p = \frac{dT + \psi(\kappa^p) \chi'(q) dq}{2T f'(\kappa^p)} S_{ij} \quad (4.3)$$

Отметим, что на случай сложного нагружения аналогичным образом можно обобщить соотношения (1.2) для раздельного действия и (2.4) для совместного. Как и в одномерном случае, при раздельном действии условием эквивалентности соотношения, соответствующего (2.4), с (4.2) будет (1.3). В случае раздельного действия эквивалентности при нелинейной $f(T)$ нет, и все сказанное выше по поводу причин такой неэквивалентности и возможности ее устранения, остается в силе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беклемишев Н. Н., Горский А. Е., Журкин Б. Н., Порохов В. А. Обработка материалов в электромагнитных полях. М.: ЦНИИТЭИ приборостроения, 1981. 55 с.
2. Беклемишев Н. Н., Горский А. Е., Журкин Б. Н., Шапиро Г. С. Механическое поведение металлов и сплавов под действием импульса тока в условиях близких к ползучести // Применение физических полей для обработки металлов. М.: ЦНИИТЭИ приборостроения. 1981. С. 25–31.
3. Беклемишев Н. Н., Корягин Н. И., Шапиро Г. С. О процессе пластической деформации в импульсном электромагнитном поле некоторых проводящих материалов // Изв. АН СССР. Металлы. 1985. № 1. С. 159–161.

4. Беклемишев Н. Н., Корягин Н. И., Шапиро Г. С. Влияние локально неоднородного импульсного электромагнитного поля на пластичность и прочность проводящих материалов // Изв. АН СССР. Металлы. 1984. № 4. С. 184–187.
5. Беклемишев Н. Н., Веденяпин Е. Н., Шапиро Г. С. О законе деформирования проводящих материалов при действии электрического тока высокой плотности // Проблемы прочности. 1984. № 1. С. 106–109.
6. Беклемишев Н. Н., Веденяпин Е. Н., Шапиро Г. С. О законе деформирования проводящих материалов при действии импульсного электрического тока // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 6. С. 151–155.
7. Беклемишев Н. Н., Шапиро Г. С. О законе деформирования и критерии разрушения пластического проводящего материала с учетом воздействия импульса электромагнитного поля // Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела. М.: Наука. 1984. С. 41–51.
8. Ключников В. Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ. 1979. 207 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.XI.1988