

УДК 531.8

© 1990 г.

В. В. АВETИСЯН, Н. Н. БОЛОТНИК

СУБОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ВЫСОКОЙ ТОЧНОСТЬЮ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

В [1–5] построены алгоритмы оптимального управления многозвенными манипуляционными роботами с электроприводами, редукторы которых имеют большие передаточные числа. Последнее обстоятельство позволяет в первом приближении пренебречь взаимодействием различных степеней свободы манипулятора и рассчитывать оптимальное управление для каждого привода независимо. Расчеты показывают, что такой подход обеспечивает точность позиционирования, во многих случаях достаточную для транспортных операций, но недостаточную для прецизионных операций, например, сборки или сварки. Для увеличения точности позиционирования предлагается комбинированный алгоритм, согласно которому вне малой окрестности точки позиционирования управление роботом осуществляется по оптимальной схеме, рассчитанной для упрощенной модели (без учета взаимодействия различных степеней свободы), а в окрестности терминальной конфигурации используется линейный регулятор. Коэффициенты усиления регулятора по угловым координатам и скоростям выбираются так, чтобы минимизировать время позиционирования с заданной точностью и удовлетворить ограничениям на управляющие напряжения и токи в цепях якорей электродвигателей. Для электромеханической системы с одной степенью свободы оптимизация по быстродействию за счет выбора параметров линейного регулятора рассматривалась в [6, 7]. Методика выбора оптимальных параметров в [6, 7] основана на концепции обратных задач динамики [8] и отлична от предлагаемой в публикуемой статье.

1. Описание системы и постановка задачи управления. Рассматривается двузвенный манипулятор, звенья которого — абсолютно твердые тела G_1, G_2 , соединенные цилиндрическим шарниром O_2 (фиг. 1). Тело G_1 связано с неподвижным основанием посредством цилиндрического шарнира O_1 . Оси шарниров O_1, O_2 направлены вертикально и манипулятор совершает плоскопараллельные движения в горизонтальной плоскости. Управление манипулятором осуществляется при помощи двух независимых приводов D_1, D_2 . Каждый привод содержит электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением [9] и редуктор. Статоры электродвигателей и корпуса редукторов приводов D_1, D_2 закреплены соответственно на неподвижном основании и на звене G_1 . Ось вращения ротора электродвигателя D_2 проходит через его центр инерции и совпадает с осью шарнира O_2 . Трение не учитывается.

Обозначим: φ_1 — угол между прямой O_1O_2 и неподвижной прямой O_1X (угол поворота первого звена G_1); φ_2 — угол между прямыми O_2C и O_1O_2 (угол поворота второго звена G_2 относительно первого звена), где C — центр масс второго звена; $a = |O_1O_2|$, $L = |O_2C|$; M — масса второго звена, m — масса ротора электродвигателя D_2 ; I_1, I_2 — моменты инерции звеньев G_1, G_2 соответственно относительно осей шарниров O_1, O_2 ; J_i — момент инерции ротора якоря электродвигателя D_i относительно оси вращения; L_i, R_i — коэффициент индуктивности и электрическое (омическое) сопротивление обмотки ротора электродвигателя D_i ; k_i — коэффициент пропорциональности между током j_i и моментом μ_i электромагнитных сил, создаваемых двигателем D_i ; j_i — ток в обмотке якоря двигателя D_i , u_i — управляющее электрическое напряжение, подаваемое на вход двигателя D_i ; n_i — передаточное число редуктора привода D_i ($i=1, 2$).

Уравнения движения рассматриваемой электромеханической системы имеют вид

$$(A_{11}+2MaL \cos \varphi_2) \varphi_1'' + (A_{12}+MaL \cos \varphi_2) \varphi_2'' - MaL \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' (2\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = n_1 k_{1j_1} \quad (1.1)$$

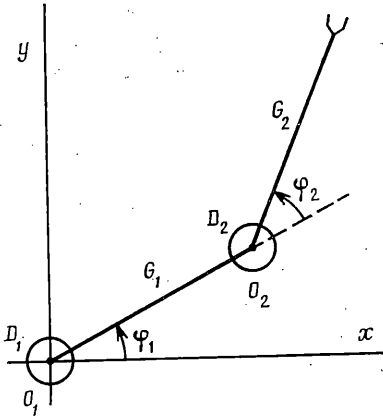
$$(A_{12}+MaL \cos \varphi_2) \varphi_1'' + A_{22} \varphi_2'' + MaL \sin \varphi_2 \varphi_1'^2 = n_2 k_{2j_2}$$

$$L_i dj_i/dt + R_{ij_i} + k_{in_i} \varphi_i' = u_i \quad (i=1, 2) \quad (1.2)$$

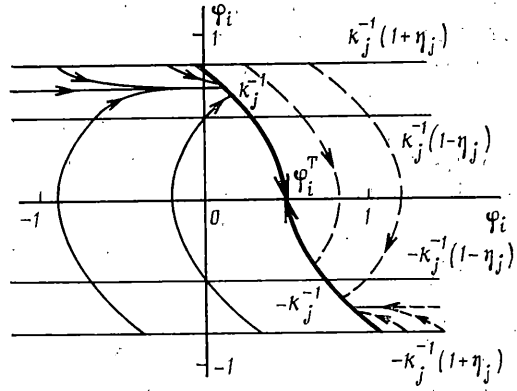
$$A_{11} = I_1 + I_2 + J_1 n_1^2 + J_2 + (M+m) a^2$$

$$A_{12} = I_2 + J_2 n_2, \quad A_{22} = I_2 + J_2 n_2^2$$

Уравнения (1.1) суть уравнения Лагранжа, описывающие движение манипулятора под действием моментов электромагнитных сил $\mu_i = k_{ij_i}$ ($i=1, 2$), приложенных к роторам электродвигателей. Уравнения (1.2) опи-



Фиг. 1



Фиг. 2

сывают баланс электрических напряжений в цепях якорей электродвигателей.

Подробный вывод и анализ уравнений вида (1.1), (1.2) изложены в [1, 2]. Перейдем в (1.1), (1.2) к безразмерным переменным

$$t' = t/T_*, \quad j_i' = (k_{in_i} U_i T_*^5 A_{ii}^{-2})^{1/2} j \quad (1.3)$$

$$L_i' = L_i A_{ii} / (k_{in_i} U_i T_*^3), \quad R_i' = R_i A_{ii} / (k_{in_i} U_i T_*^2)$$

$$k_i' = k_{in_i} / (U_i T_*), \quad u_i' = u_i / U_i$$

с последующим опусканием штрихов. Получим

$$(1+2MaLA_{11}^{-1} \cos \varphi_2) \varphi_1'' + (A_{12}+MaL \cos \varphi_2) A_{11}^{-1} \varphi_2'' - MaLA_{11}^{-1} \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2' (2\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = k_1'^{1/2} j_1 \quad (1.4)$$

$$\varphi_2'' + (A_{12}+MaL \cos \varphi_2) A_{22}^{-1} \varphi_1'' + MaLA_{22}^{-1} \sin \varphi_2 \cdot \varphi_1'^2 = k_2'^{1/2} j_2$$

$$L_i dj_i/dt + R_{ij_i} + k_i'^{1/2} \varphi_i' = k_i'^{-1/2} u_i \quad (1.5)$$

Через U_i , T_* в (1.3) обозначены параметры, имеющие размерность соответственно напряжения и времени. В качестве U_i можно, например, взять максимально допустимые напряжения для двигателей приводов, а в качестве T_* — некоторое характерное время рабочей операции, выполняемой манипулятором.

Исключая переменные j_i из (1.4), (1.5), систему уравнений движения манипулятора можно представить в виде двух дифференциальных уравнений третьего порядка [1-3]:

$$L_i \varphi_i''' + R_i \varphi_i'' + k_i \varphi_i' = u_i - L_i \frac{d}{dt} f_i(\varphi, \varphi', \varphi'') - R_i f_i(\varphi, \varphi', \varphi'')$$

$$f_1(\varphi, \varphi', \varphi'') = A_{11}^{-1} [A_{12} \varphi_2'' + MaL \cos \varphi_2 (2\dot{\varphi}_1'' + \dot{\varphi}_2'') - MaL \varphi_2' \sin \varphi_2 (2\dot{\varphi}_1' + \dot{\varphi}_2')] \quad (1.6)$$

$$f_2(\varphi, \varphi', \varphi'') = A_{22}^{-1} [A_{12} \varphi_1'' + MaL (\varphi_1'' \cos \varphi_2 - \varphi_1'^2 \sin \varphi_2)]$$

Для системы (1.4), (1.5) ставится задача управления. Требуется найти управляющие напряжения $u_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i)$ как функции соответствующих углов поворота звеньев и угловых скоростей, осуществляющие приведение манипулятора из произвольного начального состояния

$$\varphi_i(0) = \varphi_i^0, \dot{\varphi}_i(0) = \dot{\varphi}_i^0, \ddot{\varphi}_i(0) = \ddot{\varphi}_i^{*0} \quad (i=1, 2) \quad (1.7)$$

в фиксированное терминальное положение с торможением движения в конце процесса с требуемой точностью

$$|\varphi_i(T) - \varphi_i^T| < \varepsilon_i, |\dot{\varphi}_i(T)| < \varepsilon_i, |\ddot{\varphi}_i(T)| < \varepsilon_i \quad (i=1, 2) \quad (1.8)$$

Здесь φ_i^T — терминальные значения угловых координат манипулятора; T — неизвестное заранее время окончания процесса управления; ε_i — параметры, характеризующие точность позиционирования. В течение всего процесса управления должны выполняться ограничения на управляющие напряжения и токи в цепях якорей электродвигателей

$$|u_i| \leq 1, |j_i| \leq j_i^0 \quad (i=1, 2) \quad (1.9)$$

Обратим внимание на то, что управляющие напряжения, подаваемые на каждый из приводов, зависят только от «своих» обобщенных координат (углов φ_i и угловых скоростей $\dot{\varphi}_i$). Это требование отражает независимость управлений приводами. Ограничение модулей управляющих напряжений (безразмерных) единицей для обоих двигателей (см. (1.9)) не приводит к потере общности и достигается выбором в качестве величин U_i ($i=1, 2$), при переходе к безразмерным переменным (1.3) максимально допустимых значений соответствующих напряжений.

2. Разделение движений. Синтез оптимального управления для упрощенной системы. Электромагнитные постоянные времени, характерные для цепей якорей электродвигателей, которые используются в роботах, как правило, весьма малы по сравнению со временем транспортной операции, совершаемой роботом. В то же время редукторы приводов многих современных манипуляционных роботов обладают большими передаточными числами. В этом случае выполняются соотношения $L_i \ll 1$, $|f_i| \ll 1$, $R_i \sim 1$, $k_i \sim 1$ и в первом приближении члены, содержащие L_i , $f_i(\varphi, \dot{\varphi}; \ddot{\varphi})$, в уравнениях (1.5), (1.6) можно опустить (подробнее см. [1, 2, 5]). Тогда уравнения движения (1.5), (1.6) и ограничения (1.9) упрощаются и принимают вид

$$\begin{aligned} R_i \ddot{\varphi}_i + k_i \dot{\varphi}_i &= u_i \quad (i=1, 2) \\ |u_i| \leq 1, |u_i - k_i \dot{\varphi}_i| &\leq j_i^0 k_i^{1/2} \quad R_i = \eta_i \end{aligned} \quad (2.1)$$

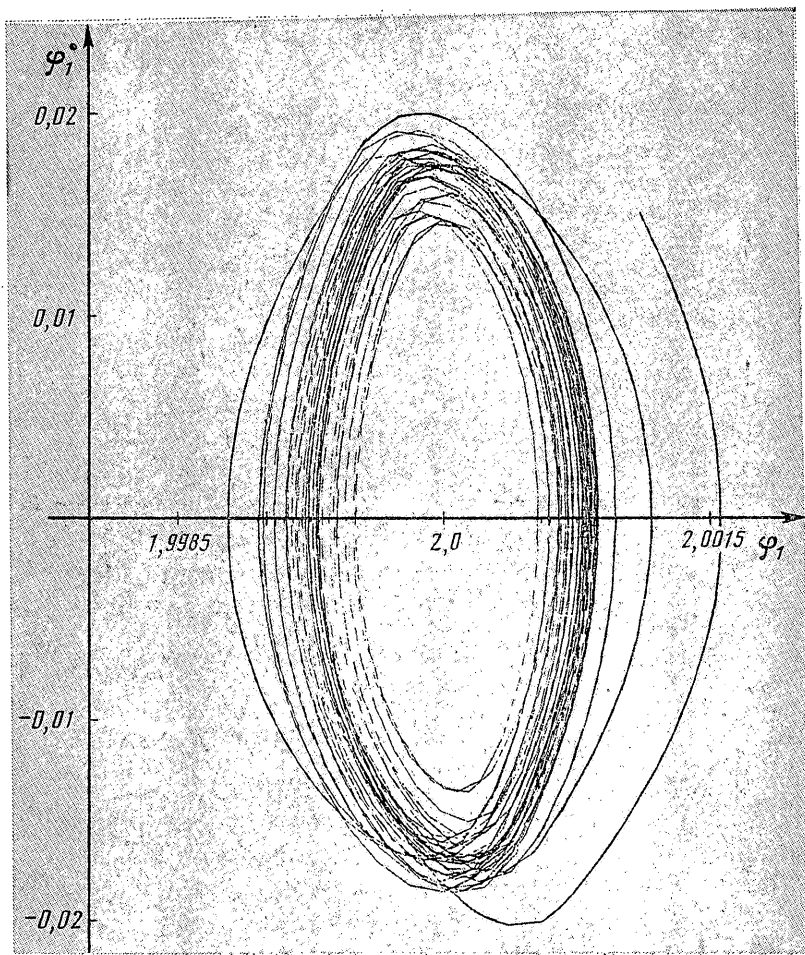
В приближении (2.1) движения, отвечающие различным степеням свободы робота, оказываются разделенными, что значительно упрощает решение задачи управления.

В [1, 2, 4, 5] решена задача синтеза оптимального по быстродействию управления, приводящего систему (2.1) из произвольного начального состояния $\varphi_i(0) = \varphi_i^0$, $\dot{\varphi}_i(0) = \dot{\varphi}_i^0$, $i=1, 2$ в заданное конечное состояние покоя

$$\varphi_i(T) = \varphi_i^T, \dot{\varphi}_i(T) = 0 \quad (i=1, 2) \quad (2.2)$$

за минимальное время. Оптимальные законы изменения управляющих напряжений имеют вид

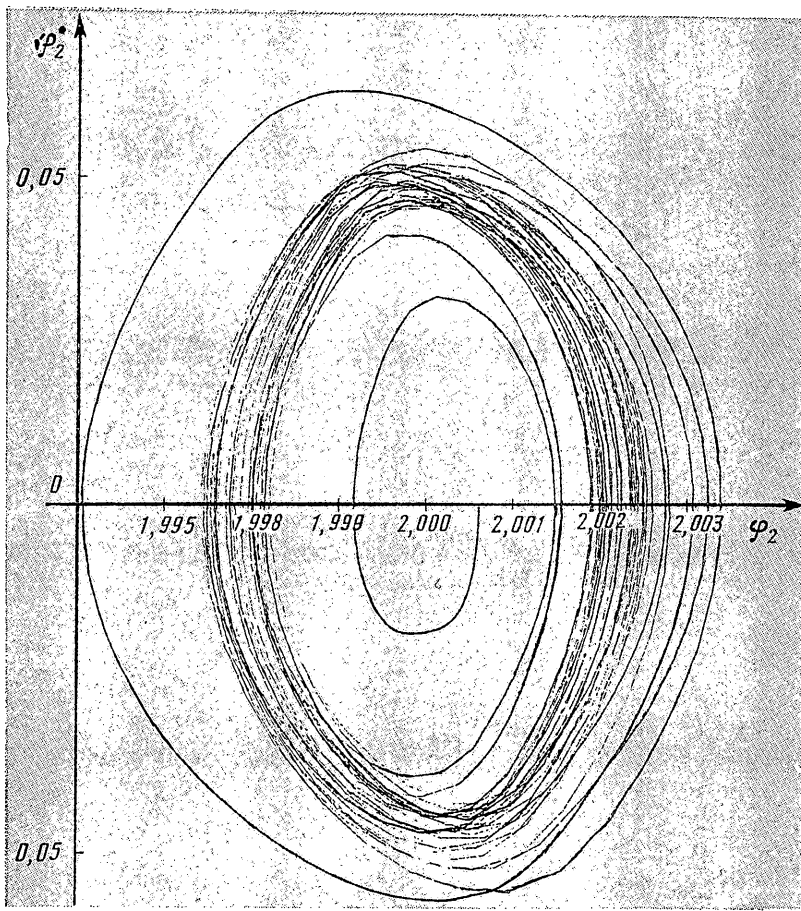
$$\begin{aligned} u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i) &= u_i^{(1)}, \text{ если } \varphi_i > \chi_i(\dot{\varphi}_i) \text{ или } \varphi_i = \chi_i(\dot{\varphi}_i), \dot{\varphi}_i > 0 \\ u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i) &= u_i^{(2)}, \text{ если } \varphi_i < \chi_i(\dot{\varphi}_i) \text{ или } \varphi_i = \chi_i(\dot{\varphi}_i), \dot{\varphi}_i < 0 \\ \chi_i(\dot{\varphi}_i) &= \varphi_i^T - R_i \dot{\varphi}_i^2 \operatorname{sign} \dot{\varphi}_i / (2\eta_i) \quad (0 < \eta_i \leq 1) \\ \chi_i(\dot{\varphi}_i) &= \varphi_i^T + R_i k_i^{-2} \{ \ln \eta_i + 1 - \eta_i - \\ &\quad - [k_i^2 \dot{\varphi}_i^2 - (\eta_i - 1)^2] / (2\eta_i) \} \operatorname{sign} \dot{\varphi}_i \quad (1 < \eta_i \leq k_i |\dot{\varphi}_i| + 1) \\ \chi_i(\dot{\varphi}_i) &= \varphi_i^T + R_i k_i^{-2} [\ln(1 + k_i |\dot{\varphi}_i|) - k_i |\dot{\varphi}_i|] \operatorname{sign} \dot{\varphi}_i \quad (\eta_i > k_i |\dot{\varphi}_i| + 1) \\ u_i^{(1)} &= \max(-1, -\eta_i + k_i \dot{\varphi}_i), \quad u_i^{(2)} = \min(1, \eta_i + k_i \dot{\varphi}_i) \end{aligned} \quad (2.3)$$



Фиг. 3

Оптимальные фазовые траектории системы (2.1) изображены на фиг. 2. Жирной кривой показана кривая переключения $\Gamma_i = \{\varphi_i, \dot{\varphi}_i : \varphi_i = \chi(\varphi_i)\}$ управления $u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i)$.

Численное моделирование динамики робота, проведенное согласно исходной («полной») математической модели (1.6) при управлении вида (2.3), показывает, что, придя за время, близкое к оптимальному для упрощенной системы (2.1), в состояние, близкое к (2.2), манипулятор начинает совершать колебания в окрестности терминального состояния. Это связано с тем, что, попав на линию переключения Γ_i управления $u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i)$, проекция фазовой траектории манипулятора, рассчитанной в соответствии с полной моделью, на фазовую плоскость $\varphi_i, \dot{\varphi}_i$ в дальнейшем сходит с кривой Γ_i . Вследствие этого происходит частое переключение управлений $u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i)$, что и вызывает упомянутые выше колебания. На фиг. 3, 4 показаны проекции окрестности терминального состояния двухзвенного манипулятора, управляемого по закону (2.3), на фазовые плоскости $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1)$, $(\varphi_2, \dot{\varphi}_2)$. Числовые значения геометрических, инерционных и электрических характеристик, использованные при моделировании, соответствовали параметрам платформы и руки отечественного промышленного робота «Универсал 5.02». Платформа и рука совершают вращательные движения вокруг вертикальных осей, смещенных друг относительно друга. Обобщенные координаты φ_1, φ_2 — соответственно угол поворота платформы относительно неподвижного основания и угол поворота руки относительно платформы. Изображенные здесь фазовые траектории отвечают движению из начального состояния $\varphi_i = 0, \dot{\varphi}_i = 0, i=1, 2$, к терминальному состоянию $\varphi_i(T) = 2$ рад, $\dot{\varphi}_i(T) = 0, i=1, 2$.



Фиг. 4

Видно, что в окрестности терминального состояния на фазовой плоскости возникает структура, напоминающая предельный цикл и свидетельствующая о весьма продолжительных колебаниях манипулятора с медленно меняющейся амплитудой. Это обстоятельство препятствует достижению очень высокой точности позиционирования робота при управлении вида (2.3). Поэтому предлагается в окрестности конечного состояния использовать другой закон управления, а именно линейный регулятор с параметрами, выбранными таким образом, чтобы обеспечить возможно более быстрое приведение манипулятора на множество (4.8).

2. Комбинированное субоптимальное управление. Для повышения точности позиционирования манипулятора предлагается вместо управления (2.3) использовать комбинированный закон управления следующего вида ($\eta_i^* \leq \eta_i$, $i=1, 2$):

$$\begin{aligned} u_i^*(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i^*) &= u_i^0(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i^*), & (\varphi_i, \dot{\varphi}_i) \notin \Omega_i \\ u_i^*(\varphi_i, \dot{\varphi}_i; \eta_i^*) &= -a_i(\varphi_i - \varphi_i^T) - b_i \dot{\varphi}_i, & (\varphi_i, \dot{\varphi}_i) \in \Omega_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь Ω_i , $i=1, 2$ — множества на фазовых плоскостях $\varphi_i, \dot{\varphi}_i$, содержащие точку $(\varphi_i^T, 0)$; $a_i > 0$, $b_i > 0$ — коэффициенты усиления линейного регулятора. Коэффициенты a_i, b_i выберем таким образом, чтобы выполнялись соотношения

$$(k_i + b_i)^2 = 4a_i R_i \quad (3.2)$$

при которых обеспечивается наискорейшее затухание колебаний системы, описываемой уравнениями

$$R_i \ddot{\varphi}_i + (k_i + b_i) \dot{\varphi}_i + a_i(\varphi_i - \varphi_i^T) = 0 \quad (i=1, 2)$$

Эти уравнения получаются из (2.1) при $u_i = -a_i(\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T) - b_i\dot{\varphi}_i$ и описывают движение рассматриваемого в данной статье манипулятора, если управления линейно зависят от угловых скоростей и отклонений углов поворота звеньев от терминальных значений, а времена установления токов в цепях якорей электродвигателей и члены в уравнениях (1.4), (1.6), описывающие взаимодействие между различными степенями свободы, пренебрежимо малы.

Множество Ω_i строятся так, чтобы при $(\varphi_i, \dot{\varphi}_i) \in \Omega_i$ выполнялись ограничения (1.9) на управляющие напряжения и токи в цепях якорей электродвигателей, если управления имеют вид $u_i = -a_i(\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T) - b_i\dot{\varphi}_i$, $i=1, 2$. Ограничения на напряжения приводят к неравенствам

$$|a_i(\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T) + b_i\dot{\varphi}_i| \leq 1 \quad (i=1, 2)$$

Эти неравенства, очевидно, выполняются, если выполнены соотношения:

$$a_i|\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T| + b_i|\dot{\varphi}_i| \leq 1 \quad (i=1, 2) \quad (3.3)$$

Ограничения на токи в пренебрежении коэффициентами самоиндукции якорей записываются в виде (см. (2.1)):

$$|a_i(\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T) + (b_i + k_i)\dot{\varphi}_i| \leq \eta_i, \quad \eta_i = j_i^0 k_i^{1/2} R_i \quad (i=1, 2)$$

Эти ограничения заведомо выполнены, если выполнены неравенства

$$a_i|\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_i^T| + (b_i + k_i)|\dot{\varphi}_i| \leq \eta_i^*, \quad \eta_i^* < \eta_i \quad (i=1, 2) \quad (3.4)$$

Обозначим через $\Omega_i^{(1)}$, $\Omega_i^{(2)}$ множества точек фазовой плоскости $\varphi_i, \dot{\varphi}_i$, для которых справедливы неравенства (3.3), (3.4) соответственно. Области $\Omega_i^{(1)}$, $\Omega_i^{(2)}$ представляют собой ромбы, центры которых совпадают с точкой $(\varphi_i^T, 0)$; вершины ромба $\Omega_i^{(1)}$ расположены в точках $(\varphi_i^T \pm 4R_i(k_i + b_i)^{-2}, 0)$, $(0, \pm b_i^{-1})$, а вершины ромба $\Omega_i^{(2)}$ — в точках $(\varphi_i^T \pm 4R_i\eta_i(k_i + b_i)^{-2}, 0)$, $(0, \pm \eta_i(b_i + k_i)^{-1})$. В выражениях для координат вершин ромбов $\Omega_i^{(1)}$, $\Omega_i^{(2)}$ учтено равенство (3.2). В качестве множеств Ω_i в (3.1) принимаются пересечения областей $\Omega_i^{(1)}$ и $\Omega_i^{(2)}$:

$$\Omega_i(\varphi_i^T, b_i, \eta_i^*) = \Omega_i^{(1)}(\varphi_i^T, b_i) \cap \Omega_i^{(2)}(\varphi_i^T, b_i, \eta_i^*) \quad (3.5)$$

Управление вида (3.1) при условиях (3.2), (3.5) и $\eta_i^* = \eta_i$ обеспечивает для исходной системы выполнение ограничений (1.9), если коэффициенты индуктивности якорей электродвигателей пренебрежимо малы. Управление реальными роботами в соответствии с алгоритмом (3.1), (3.5) может привести к нарушениям ограничений (1.9) на ток, так как коэффициенты L_i в (1.5), (1.6) хотя и малы, но все-таки отличны от нуля. Как показывают расчеты, эти нарушения невелики. Они могут быть устранены заменой параметров $\eta_i^* = \eta_i$ в (3.1), (3.5) на $\eta_i^* < \eta_i$.

Перейдем к описанию алгоритма расчета оптимальных параметров b_i, η_i^* комбинированного управления (3.1), обеспечивающих минимальное время приведения манипулятора на множество (1.8) при условии, что движение робота начинается из состояния покоя $(\varphi_i(0) = 0, \dot{\varphi}_i(0) = 0)$. Введем следующие обозначения: $\varphi^0 = (\varphi_1^0, \varphi_2^0)$, $\varphi^T = (\varphi_1^T, \varphi_2^T)$ — совокупности начальных и конечных значений углов поворота звеньев соответственно; $\varphi_i(t; u, \varphi^0)$, $i=1, 2$ — решение задачи Коши для системы уравнений (1.6) с начальными условиями $\varphi_i(0) = \varphi_i^0$, $\dot{\varphi}_i(0) = 0$, $\ddot{\varphi}_i(0) = 0$ при некотором управлении $u = (u_1, u_2)$, $T_i(\varphi^0, \varphi^T, \eta^*)$ — момент времени, такой, что $\dot{\varphi}_i(T_i; u^0(\varphi, \varphi^T, \eta^*), \varphi^0) = 0$, $\ddot{\varphi}_i(t; u^0, \varphi^0) \neq 0$ при $0 < t < T_i$. Таким образом T_i — это момент первого после начала движения обращения в нуль угловой скорости i -го звена манипулятора при управлении $u^0(\varphi, \varphi^T, \eta^*) = (u_1^0(\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \eta_1^*), u_2^0(\varphi_2, \dot{\varphi}_2, \eta_2^*))$. Параметры b_i, η_i^* будем выбирать таким образом, чтобы попадания соответствующих фазовых траекторий на множества Ω_i (3.5) происходили до моментов времени $t = T_i$. Это условие будет выполнено, если в моменты T_i для всех возможных траекторий ма-

нипулятора выполняются неравенства

$$|\varphi_i^T - \varphi_i(T_i; u^0(\varphi, \varphi^*, \eta^*), \varphi^0)| \leq \min(1, \eta_i^*) 4R_i(k_i + b_i)^{-2}, \quad i=1, 2 \quad (3.6)$$

$$\varphi^0 \in \Phi^0, \quad \varphi^T \in \Phi^T$$

Здесь Φ^0 и Φ^T — множества возможных начальных и конечных конфигураций манипулятора. Эти множества должны выбираться пользователем робота. Неравенства (3.6) можно представить в эквивалентной форме

$$\Delta\varphi_i(\eta^*) = \max_{\varphi^0 \in \Phi^0, \varphi^T \in \Phi^T} |\varphi_i^T - \varphi_i(T_i; u^0(\varphi, \varphi^*, \eta^*), \varphi^0)| \leq$$

$$\leq \min(1, \eta_i^*) 4R_i(k_i + b_i)^{-2} \quad (i=1, 2)$$

Из последних соотношений находятся диапазоны возможных значений параметров

$$0 \leq b_i \leq 2 [R_i \min(1, \eta_i^*) / \Delta\varphi_i(\eta^*)]^{1/2} - k_i \quad (i=1, 2) \quad (3.7)$$

Заметим, что если $\Delta\varphi_i(\eta^*)$ достаточно велики, то множества (3.7) могут оказаться пустыми. Это означает, что управления u_i^0 (2.3), оптимальные по быстродействию для упрощенной модели (2.1), дают очень большую погрешность приведения манипулятора в терминальное состояние, и излагаемый в статье подход неприменим. Расчеты показывают, что для типичных современных промышленных манипуляторов множества (3.7) пусты.

Обозначим множество (1.8) через Σ , а время первого попадания системы (1.6) на это множество при управлении (3.1) — через $T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta^*, b)$. По определению величины T_0 имеем

$$(\varphi(T_0), \varphi^*(T_0), \varphi^{**}(T_0)) \in \Sigma, (\varphi(t), \varphi^*(t), \varphi^{**}(t)) \notin \Sigma, \quad 0 \leq t < T_0$$

Параметры $b = (b_1, b_2)$ и $\eta^* = (\eta_1^*, \eta_2^*)$ управления (3.1) будем определять из условия минимизации величины T_0 , а именно

$$\max_{\varphi^0 \in \Phi^0, \varphi^T \in \Phi^T} T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta_0^*, b^0) = \min_{\eta^*, b} \max_{\varphi^0 \in \Phi^0, \varphi^T \in \Phi^T} T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta^*, b) \quad (3.8)$$

$$0 \leq b_i \leq 2 [R_i \min(1, \eta_i^*) / \Delta\varphi_i(\eta^*)]^{1/2} - k_i$$

$$\max_{\varphi^0 \in \Phi^0, \varphi^T \in \Phi^T, t \in [0, T_0]} |j_i(t; \varphi^0, \varphi^T, \eta^*, b)| \leq j_i^0 \quad (i=1, 2)$$

Через $j_i(t; \varphi^0, \varphi^T, \eta^*, b)$ обозначено текущее значение электрического тока в цепи якоря электродвигателя D_i при движении манипулятора, управляемого по закону (3.1), из начального состояния $\varphi_i(0) = \varphi_i^0, \dot{\varphi}_i(0) = 0, \varphi_i^{**}(0) = 0$ в конечное состояние, характеризуемое координатами $\varphi_i^T, i=1, 2$. Величина тока выражается через текущие значения углов поворота, угловых скоростей и ускорений звеньев робота, исходя из уравнений (1.4). Параметры η_0^*, b^0 , выбранные исходя из (3.8), обеспечивают гарантированный (рассчитанный на самое неблагоприятное сочетание начальной и конечной конфигураций робота) минимум времени приведения системы в фиксированное состояние с заданной точностью в классе управлений вида (3.1).

4. Числовые расчеты. Расчеты производились по «полной» модели робота (1.6) при комбинированном управлении (3.1). Геометрические, инерционные и электрические параметры манипулятора соответствовали параметрам платформы и руки робота «Универсал 5.02»¹:

$$I_1 = 21,8 \text{ кг}\cdot\text{м}, \quad I_2 = 5,9 \text{ кг}\cdot\text{м}, \quad J_1 = 9,1 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad J_2 = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad M = 53 \text{ кг},$$

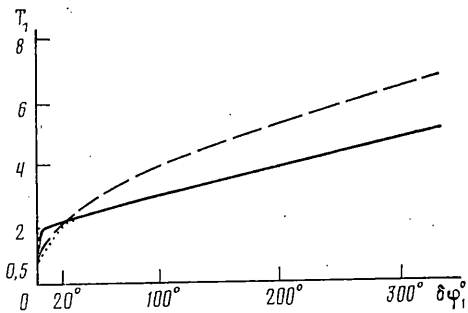
$$m = 5,3 \text{ кг}, \quad n_1 = 180, \quad n_2 = 163, \quad a = 0,6 \text{ м}, \quad L = 0,08 \text{ м}, \quad (4.1)$$

$$R_1 = 3,68 \text{ Ом}, \quad R_2 = 3,60 \text{ Ом}, \quad L_1 = 3,68 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

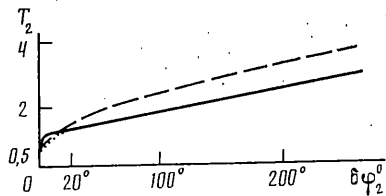
$$L_2 = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}, \quad k_1 = 0,316 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{А}, \quad k_2 = 0,233 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{А},$$

$$U_1 = U_2 = 110 \text{ В}, \quad j_1^0 = 3 \text{ А}, \quad j_2^0 = 2 \text{ А}$$

¹ Аветисян В. В., Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Оптимальное управление электроприводами промышленных роботов: Препринт № 283. М.: ИПМ АН СССР, 1986.



Фиг. 5



Фиг. 6

Безразмерные параметры системы (1.6) суть

$$L_1 \approx 0,0011, \quad L_2 \approx 0,0026, \quad R_1 \approx 0,3858, \quad R_2 \approx 0,09, \quad (4.2)$$

$$k_1 \approx 1,4977, \quad k_2 = 1, \quad A_{12}/A_{11} \approx 0,0765$$

$$A_{12}/A_{22} \approx 0,4805, \quad MaL/A_{11} \approx 0,0333, \quad MaL/A_{22} \approx 0,2090, \quad \eta_1 \approx 0,1, \quad \eta_2 = 0,07.$$

При переходе к безразмерным переменным (1.3) в качестве характерного времени T_* принималась величина $T_* = n_2 k_2 U_2^{-1} \approx 0,345$ с, равная времени поворота руки на угол в один радиан при движении со стационарной угловой скоростью $\dot{\varphi}_2 = U_2/(n_2 k_2)$. В качестве множеств Φ^0 и Φ^T возможных начальных и конечных конфигураций (см. (3.6)) принималось множество

$$\Phi = \{0 \leq \varphi_1 \leq 330^\circ\} \times \{0 \leq \varphi_2 \leq 240^\circ\} \quad (4.3)$$

конфигураций, допустимых конструкцией робота. Параметры ε_i в (1.8), характеризующие точность позиционирования, принимались равными $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,0001$. В размерных единицах это отвечает точности позиционирования схвата $\sim 0,1$ мм по координатам и $\sim 0,29$ мм/с по скорости. Точности по координатам и скорости здесь согласованы в том смысле, что за время T_* (порядка времени рабочей операции) смещение схвата из-за остаточной скорости составляет величину $\sim 0,1$ мм, порядок которой равен порядку точности позиционирования.

Решение оптимизационной задачи (3.8) при $\Phi^0 = \Phi^T = \Phi$, где множество Φ задается равенством (4.3), приводит к следующим значениям безразмерных оптимальных параметров комбинированного управления (3.1) при условиях (3.2)

$$b_1^0 \approx 0,068, \quad b_2^0 \approx 0,580, \quad \eta_{10}^* \approx 0,095, \quad \eta_{20}^* \approx 0,069 \quad (4.4)$$

$$\Delta\varphi_1(\eta^*) \approx 0,06 \text{ рад}, \quad \Delta\varphi_2(\eta^*) \approx 0,01 \text{ рад}, \quad a_1 \approx 1,589, \quad a_2 \approx 6,934$$

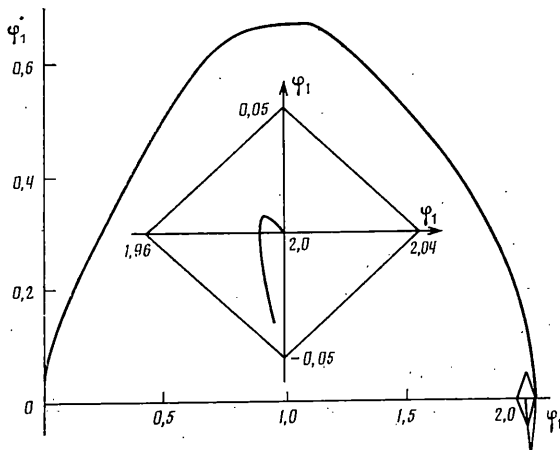
Численное моделирование движения манипулятора при комбинированном управлении (3.1) показало, что время $T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta^*, b)$ приведения системы в терминальное состояние с заданной точностью по существу зависит только от абсолютных величин разностей углов поворота платформы и руки $\delta\varphi_i = |\varphi_i^0 - \varphi_i^T|$, а не от самих значений углов $\varphi_i^0, \varphi_i^T, i=1, 2$. На фиг. 5, 6 сплошными линиями представлены зависимости времен поворота платформы (фиг. 5) и руки (фиг. 6) от угла поворота при управлении (3.1) с параметрами (4.4). При построении указанной зависимости для платформы принималось $\varphi_2^0 = \varphi_2^T$ и вычислялось время $T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta_0^*, b^0)$. При построении аналогичной зависимости для руки принималось $\varphi_1^0 = \varphi_1^T = 0$. Штриховыми кривыми на фиг. 5, 6 представлены соответствующие графики для робота «Универсал 5.02» со стандартной системой управления. Видно, что управление (3.1) с параметрами (4.4) приводит к выигрышу по времени только для сравнительно больших углов поворота (больше 20°) как для платформы, так и для руки. Это произошло потому, что параметры (4.4) рассчитывались для самого неблагоприятного (в смысле времени приведения системы в терминальное состояние) из случаев, реализующихся при всевозможных комбинациях начальной и конечной конфигураций. Такой «компромиссный» подход и привел к неоправданно большому времени позиционирования манипулятора при небольших углах поворота его звеньев.

По-видимому, множество всевозможных комбинаций начальных и конечных конфигураций манипулятора целесообразно разбивать на подмножества и решать оптимизационную задачу (3.8) для каждого из этих подмножеств отдельно. В этом случае параметры управления a_i, b_i, η_i^* не будут одинаковыми для всех комбинаций начальной и конечной конфигураций. На фиг. 5, 6 пунктирной линией изображена зависимость времени поворота платформы и руки робота «Универсал 5.02» от углов поворота при управлении вида (3.1) в случае, когда $\delta\varphi_1 \leq 20^\circ, \delta\varphi_2 \leq 20^\circ$. Параметры a_i, b_i, η_i^* , рассчитывались из условий оптимизации согласно (3.8) при $\Phi^0 = \{\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0\}, \Phi^T = \{\varphi_1, \varphi_2: 0 < \varphi_1 \leq 20^\circ, 0 < \varphi_2 \leq 20^\circ\}$.

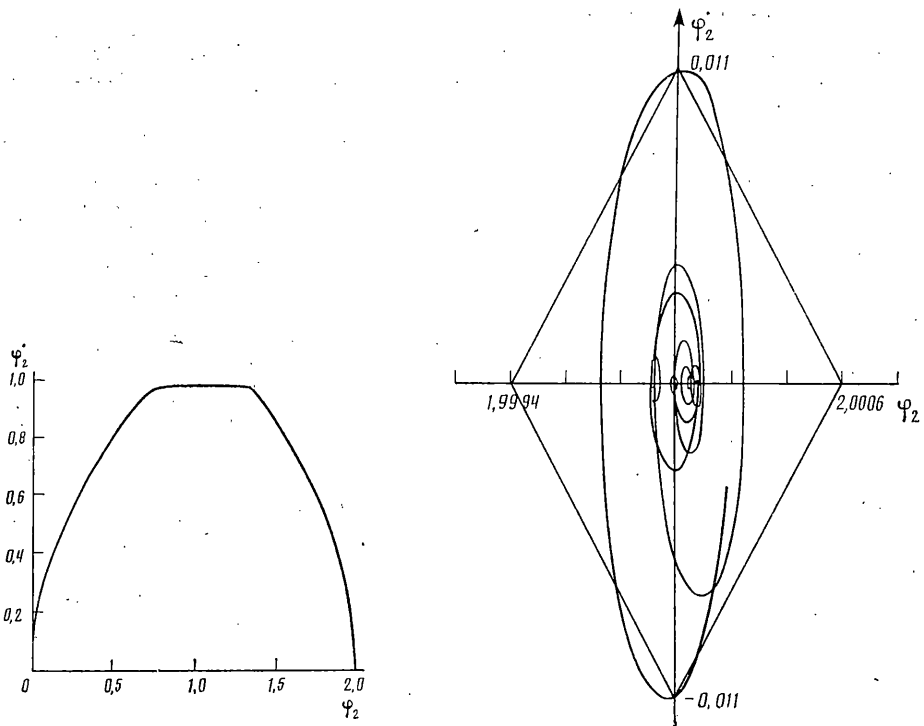
Оптимальные параметры управления равны

$$b_{10}^0 \approx 9,11, \quad b_2^0 \approx 12,68, \quad \eta_{10}^* \approx 0,095, \quad (4.5)$$

$$\eta_{20}^* \approx 0,069, \quad a_1 \approx 72,916, \quad a_2 \approx 519,84$$



Фиг. 7



Фиг. 8

Фиг. 9

Сравнение (4.5) с (4.4) показывает, что при небольших углах поворота допустимы существенно большие коэффициенты обратной связи линейного регулятора, что приводит к значительному снижению времени позиционирования.

Если по технологическим причинам от робота требуется максимально высокое быстродействие, то целесообразно производить «индивидуальную» настройку коэффициентов обратной связи для каждой пары начальной и конечной конфигураций. При этом $\Phi^0 = \{\varphi^0\}$, $\Phi^T = \{\varphi^T\}$ в (3.8).

В качестве примера решалась задача о приведении манипулятора с параметрами (4.1), (4.2) из состояния (1.7) в состояние (1.8) при $\varphi_i^0 = 0$, $\dot{\varphi}_i^0 = 0$, $\varphi_i^{T^*} = 0$, $\dot{\varphi}_i^{T^*} = 2$ рад, $\varepsilon_i = 0,0001$, $i = 1, 2$. Параметры b_i , η_i^* , $i = 1, 2$, комбинированного управления (3.1), рассчитанные из условий оптимизации (3.8) при $\Phi^0 = \{\varphi_1 = 0; \varphi_2 = 0\}$, $\Phi^T = \{\varphi_1 = 2 \text{ рад}; \varphi_2 = 2 \text{ рад}\}$ равны

$$\begin{aligned} b_1^0 &\approx 0,498, & b_2^0 &\approx 5,47, & \eta_{10}^* &\approx 0,096, \\ \eta_{20}^* &\approx 0,069, & a_1 &\approx 41,8, & a_2 &\approx 116,08 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Соответствующее время приведения манипулятора в заданное состояние в исходных размерных переменных есть $T_0(\varphi^0, \varphi^T, \eta_0^*, b^0) \approx 2,9$ с.

Для сравнения отметим, что время приведения манипулятора в терминальное положение $\varphi_1=2$ рад, $\varphi_2=2$ рад с точностью 0,0001 по обоим углам равно 3,3 с, если параметры управления выбирать согласно (4.4). Таким образом, «индивидуальная настройка» коэффициентов обратной связи позволит значительно повысить быстродействие.

На фиг. 7, 8 изображены проекции на плоскость (φ_1, φ_1^*) и (φ_2, φ_2^*) фазовой траектории системы (1.6) с параметрами (4.6), отвечающей приведению манипулятора из конфигурации $\varphi_1=0$, $\varphi_2=0$ в конфигурацию $\varphi_1=2$ рад, $\varphi_2=2$ рад с точностью позиционирования 0,0001 по углам φ_1 , φ_2 . На фиг. 7, 9 отдельно представлены окрестности терминальной точки на соответствующих фазовых плоскостях. Видно, что при управлении (3.1) отсутствуют длительные колебания в окрестности терминальной точки, характерные для управления (2.3), см. фиг. 3, 4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аветисян В. В., Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Моделирование и оптимизация транспортных движений промышленного робота // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1986. № 3. С. 84–90.
2. Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Синтез оптимального управления транспортными движениями манипуляционных роботов // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 4. С. 21–29.
3. Аветисян В. В., Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Оптимизация режимов управления манипуляционными роботами с учетом энергозатрат // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 3. С. 100–107.
4. Аветисян В. В. Оптимизация транспортных движений манипуляционных роботов с ограничением на мощность тепловыделения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 4. С. 200–207.
5. Chernousko F. L., Akulenko L. D., Bolotnik N. N. Time-optimal control for robotic manipulators // Optimal Control Applications and Methods. 1989. V. 10. No. 4. P. 293–311.
6. Горбачев Н. В., Ким Д. П., Шухов А. Г. Синтез алгоритмов управления на основе решения обратной задачи динамики с учетом ограничения на управление // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1987. № 4. С. 164–168.
7. Горбачев Н. В., Сафонов А. В. Оптимальное управление и обратные задачи динамики // Автоматика и телемеханика. 1988. № 1. С. 160–163.
8. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. М.: Наука, 1987. 304 с.
9. Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С. Теория автоматизированного электропривода. М.: Наука, 1979. 616 с.

Москва

Поступила в редакцию
31.X.1988