МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 · 1990

УДК 539.374

Э. И. БЛИНОВ

ВАРИАНТ ТЕОРИИ ТЕЧЕНИЯ, УЧИТЫВАЮЩИЙ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕ

В современной технике некоторые металлические изделия деформируются в условиях многократных циклических теплосмен, при которых существенное значение приобретает остаточная деформация из-за изменения температуры и, в частности, температурное последействие. Это делает актуальным решение задачи создания теории течения, учитывающей температурное последействие, предложенное в настоящей работе.

1. Феноменологическая интерпретация микроструктурных термических напряжений. Как известно [1, 2], причиной температурного последействия являются макроскопически равновероятностно распределенные по объему [3] микроструктурные напряжения, возникающие в поликристаллическом конгломерате при изменении его температуры. Анализ экспериментальных данных, проведенный в [2], показал, что микроструктурные напряжения возникают как из-за увеличения, так и из-за уменьшения температуры, зависят от всей истории изменения температуры и убывают (релаксируют) при постоянной температуре.

Полагая в основу создаваемой теории, как это принято в термодинамике, основные законы сохранения и принципы объективности, непрерывности и локальности, переходим от реального твердого тела к сплошной среде, а в ней от глобальных параметров объема и давления к локальным — тензорам напряжений и деформаций. При этом под термодинамической системой понимается малая окрестность точки сплошной среды, характеризующая состояние в этой точке. Согласно принципу макроскопической определимости в соответствие такой системе может быть однозначно поставлено тело конечных размеров — специальный образец, например, в виде тонкостенной цилиндрической трубки. Это дает возможность экспериментально проверять результаты теоретических исследований.

Введем в рассмотрение некоторую усредненную изотропную меру микроструктурных термических напряжений в виде скалярной величины, описывающей основные свойства этих напряжений. В работах [4, 5] показано, что таким выражением является

$$\theta(t)=\left|\int_0^t \frac{\partial T(s)}{\partial s} R(t-s)\,ds\right|$$

где $R(t-s)$ — убывающая с ростом аргумента $t-s$ функция, описывающая релаксацию микроструктурных напряжений, которую представим в виде $R(t-s)=B\exp[-\beta(t-s)]$; B — постоянная материала; β — коэффициент; t — время; T — абсолютная температура. Тогда

$$\theta(t)=B\left|\int_0^t \frac{\partial T(s)}{\partial s} \exp(-\beta(t-s))\,ds\right| \qquad (1.1)$$

Из полного дифференциала от (I.I) $d\theta=B|dT|-\beta\theta dt$ следует, что приращение температуры увеличивает $\theta(t)$, а приращение времени уменьшает, так что приращение микроструктурных напряжений описывается произведением $B|dT|$, а релаксация — произведением $\beta\theta dt$.

2. Определяющие соотношения. Реальный поликристаллический конгломерат будем моделировать трансляционно упрочняющейся первоначально изотропной сплошной средой с идеальным эффектом Баушингера, учитывающий необратимую деформацию из-за изменения температуры. Гиперповерхность необратимой деформации термомеханической системы такой среды представим в шестимерном пространстве компонентов тензора напряжений в виде

$$f(\sigma_{ij},\ T)={}^3/_2(s_{ij}-\alpha_{ij})(s_{ij}-\alpha_{ij})-\sigma_s^2(T)=0 \tag{2.1}$$

где элементарное приращение координат центра гиперповерхности

$$d\alpha_{ij}=cd\varepsilon_{ij}^{\text{н}}-\beta\theta\alpha_{ij}dt \tag{2.2}$$

Здесь $\varepsilon_{ij}^{\text{н}}$ — компоненты тензора остаточной деформации; s_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений; $\sigma_s(T)$ — предел необратимой деформации, зависящий от абсолютной температуры; c — постоянная материала. Латинские индексы пробегают значения i, $j=1$, 2, 3, а по повторяющимся индексам происходит суммирование.

В частности, при изотермическом деформировании $\theta=0$ и (при нулевых начальных условиях) (2.2) дает $\alpha_{ij}=c\varepsilon_{ij}^{\text{н}}$, т. е. имеет место случай классической теории течения А. Ю. Ишлинского. Если же нагружение проводилось при температуре, изменяющейся, например, по линейному закону $T=T_0+At$, а затем при $t=t_1$ нагрузка и температура зафиксированы и в дальнейшем поддерживаются неизменными, то, согласно (2.1), получаем $\theta(t)=B|A\beta^{-1}[\exp\beta(t_1-t)-\exp(-\beta t)]|$, т. е. $\theta(t)$ убывает, стремясь с течением времени к нулю. Но при этом и $\alpha_{ij}=\alpha_{ij}^*=\text{const}$ и из (2.2) получаем $\dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{н}}=\beta\theta\alpha_{ij}^*/c$, т. е. здесь скорость необратимой деформации из-за происшедшего изменения температуры убывает, устремляясь вместе с $\theta(t)$ к нулю при $t\to\infty$.

Ассоциированный закон течения запишем в общем виде

$$d\varepsilon_{ij}^{\text{н}}=\partial f/\partial s_{ij}d\lambda \tag{2.3}$$

где $d\lambda$ — бесконечно малая скалярная величина. Для рассматриваемой модели нетрудно получить, что

$$d\lambda=\frac{1}{6c\sigma_s}\frac{\partial f}{\partial s_{mn}}(ds_{mn}+\beta\theta\alpha_{mn}dt)$$

$$d\varepsilon_{ij}^{н}=\frac{1}{6c\sigma_s}\frac{\partial f}{\partial s_{ij}}\frac{\partial f}{\partial s_{mn}}(ds_{mn}+\beta\theta\alpha_{mn}dt) \tag{2.4}$$

Это определяющее соотношение представляет собой одно из возможных приложений идеи, высказанной в работе [4].

Здесь следует отметить, что аналитическое описание деформации температурного последействия приводится в работе [1] — в рамках формальной теории формоизменения металлов при периодических теплосменах; в [4] — в рамках обобщенной теории неизотермической деформации и в [5] — в рамках математической теории деформации, построенной на базе концепции скольжения.

3. Необратимое изменение формы из-за циклических теплосмен при постоянном напряженном состоянии. Соотношение (2.4) является определяющим уравнением варианта теории течения, учитывающего необратимую деформацию из-за изменения температуры в виде температурного последействия. Из экспериментов известно [1], что необратимая деформация из-за одноразового изменения температуры в процессе неизотермического нагружения редко превышает несколько процентов от упругой. Но положение резко изменяется, если в процессе нагружения происходят многократные циклические изменения температуры, которые могут привести к заметному «росту» изделия. Поэтому представляет интерес определить приращение деформации из-за изменения температуры образца при постоянном напряженном состоянии, например, продольную деформацию тонкостенной цилиндрической трубки, растянутой за предел текучести.

Пусть тонкостенная цилиндрическая трубка растянута за предел текучести при постоянной температуре T_0. При этом $\theta=0$ и из (2.1), (2.2) получаем $\varepsilon^н=2[\sigma-\sigma_s(T)]/3c^{-1}$.

Полагая, что полная относительная деформация $\varepsilon=\varepsilon^e+\varepsilon^н$, где по закону Гука $\varepsilon^e=\sigma/E$, находим ее

$$\varepsilon=(E^{-1}+{}^2/_3c^{-1})\sigma-{}^2/_3c^{-1}\sigma_s(T) \qquad (3.1)$$

Зафиксируем растягивающее усилие, положив его $\sigma=\sigma_*$, и будем поддерживать его постоянным. Начнем при $\sigma=\sigma_*$ изменять температуру образца, увеличивая ее по линейному закону $T=T_0+At$, так что за время t_1 (при $T=T_0$ имеем $t_0=0$) температура, получив приращение ΔT, станет равной $T_1>T_0$. Затем измененная температура поддерживается постоянной. Если при этом имеет место деформация температурного последействия, т. е. выполняется условие $\sigma_*>\sigma_s(T)$, то учитывая, что здесь $\alpha=\alpha^*=2(\sigma_*-\sigma_s)/3=\mathrm{const}$ и при $t=t_0=0$ $\theta=0$, а при $t=t_1$ $T^\cdot=0$, непосредственно из (2.2) получаем:

1. В любой момент увеличения температуры от T_0 до T_1 скорость необратимой деформации вычисляется по формуле

$$\varepsilon_T^{\cdot н}(t)={}^2/_3ABc^{-1}[1-\exp(-\beta t)][\sigma_*-\sigma_s(T)],\ 0\leqslant t\leqslant t_1$$

В частности, за время $\Delta t=t_1$, т. е. в момент достижения температурой значения T_1, деформация получит приращение

$$\Delta\varepsilon_1^н={}^2/_3ABc^{-1}[t_1-\beta^{-1}(1-\exp(-\beta t_1))][\sigma_*-\sigma_s(T)] \qquad (3.2)$$

Если же температура от T_0 до T_1 изменяется скачком (мгновенно), то функция $\theta(t)$, заданная формулой (1.1), принимает вид $\theta(t)=B\Delta T\exp(-\beta t)$ и, следовательно, в момент скачка ($t=0$) получит приращение $\Delta\theta=B\Delta T$. При этом остаточная деформация изменяется со скоростью $\varepsilon^{\cdot н}=2\beta B\Delta T[\sigma_*-\sigma_s(T)]/3c^{-1}$, получая мгновенное приращение

$$\Delta\varepsilon^н(0)={}^2/_3Bc^{-1}\Delta T[\sigma_*-\sigma_s(T)] \qquad (3.3)$$

2. В любой момент времени при постоянной измененной температуре T_1 имеем

$$\varepsilon^{\cdot н}(t)={}^2/_3ABc^{-1}\exp(-\beta t)[\exp(\beta t_1)-1][\sigma_*-\sigma_s(T)],\ t_1\leqslant t\leqslant\infty \qquad (3.4)$$

В частности, за произвольный промежуток времени $\Delta t=t_2-t_1$, согласно (3.4), необратимая деформация получает приращение $\Delta\varepsilon_2^н={}^2/_3ABc^{-1}\cdot\beta^{-1}[(\exp(\beta t_1)-1)(\exp(-\beta t_1)-\exp(-\beta t_2)][\sigma_*-\sigma_s(T_1)]$ достигающее максимального значения при $t\to\infty$

$$\Delta\varepsilon^н_{\max}={}^2/_3ABc^{-1}\beta^{-1}[1-\exp(-\beta t_1)][\sigma_*-\sigma_s(T_1)] \qquad (3.5)$$

4. Определение коэффициентов. Полученных в предыдущем параграфе формул достаточно для определения значений коэффициентов, входящих в определяющие уравнения построенного варианта теории течения. Необходимо только отметить, что зависимость деформации температурного последействия от области изменения температуры, как показано в [1], часто сводится к ее зависимости от максимальной измененной температуры T_1, что учитывается коэффициентом $\beta=\beta(T_1)$. Кроме того, под пределом текучести $\sigma_s(T)$, здесь каждый раз понимается предел необратимой деформации $\sigma_s(T,\ \Delta T)$, т. е. то минимальное растягивающее напряжение, при постоянном значении которого появляется остаточная деформация из-за изменения температуры в исследуемом режиме.

Описание формулой (3.1) диаграммы $\sigma\sim\varepsilon$ простого одноосного растяжения при комнатной температуре дает значение постоянной c. Базовыми являются еще только эксперименты по циклированию температуры растянутой за предел необратимой деформации тонкостенной цилиндрической трубки при постоянном растягивающем напряжении. Описав приращение необратимой деформации при мгновенном изменении температуры формулой (3.3), находим значение постоянной B. Описав формулой (3.2) результаты нескольких экспериментов по циклированию температуры, изменяемой по линейному закону $T_1=T_0+At$, при постоянном значении растягивающего напряжения, но для разных значений T_1, получим соответствующее количество значений $\beta=\beta(T_1)$, которые могут быть интерполированы в непрерывную функцию $\beta=\beta(T)$ в исследуемом диапазоне значений T_1.

Полученные результаты представляют собой аналитическое описание остаточной деформации при одноразовом изменении температуры. Следовательно, при циклических колебаниях (теплосменах) построенная теория описывает температурное последействие за один полуцикл теплосмены в установившемся режиме. Однако, в работах [1, 2] и других отмечается, что установившийся режим формоизменения при циклических теплосменах обычно наступает уже после нескольких десятков теплосмен. Поэтому разработанная теория может быть использована при расчетах напряженно-деформированного состояния металлических изделий с учетом его эволюции во времени из-за многократных циклических теплосмен в заданном режиме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Давиденко Н. Н., Лихачев В. А.* Необратимое формоизменение металлов при циклическом тепловом воздействии. М.; Л.: Машгиз, 1962. 223 с.
2. *Русинко К. Н.* Теория пластичности и неустановившейся ползучести. Львов: Вища шк., 1981. 148 с.
3. *Богачев И. Н., Вайнштейн А. А., Волков С. Д.* Статистическое металловедение. М.: Металлургия, 1984. 176 с.
4. *Блинов Э. И., Русинко К. Н.* Обобщенная теория неизотермической деформации // ПМТФ. 1987. № 5. С. 152–160.
5. *Русинко К. Н.* Особенности неупругой деформации твердых тел. Львов: Вища шк., 1986. 152 с.

Львов

Поступила в редакцию
11.IV.1988