МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 · 1990

УДК 539.374

В. Д. КЛЮШНИКОВ, В. А. ШАЧНЕВ

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПАРАМЕТРУ НАГРУЖЕНИЯ В ТЕОРИИ ТЕЧЕНИЯ ТВЕРДОГО ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА

В [1] предложен метод решения краевых задач пластичности в рамках теории изотропного упрочнения, названный методом разложения по параметру нагружения. В данной работе дается доказательство сходимости этого метода.

Для компонент тензора напряжений σ_{ij} имеем следующие уравнения равновесия соответственно в теле Ω и на его границе $\partial\Omega$ (по повторяющимся индексам производится суммирование):

$$\partial_j\sigma_{ij}+P_i=0, \quad \sigma_{ij}n_j=T_i \quad (i,\ j=1,\ 2,\ 3) \tag{1}$$
$$P_i=P_i(x,t), \quad x=(x_1,x_2,x_3)\in\Omega, \quad T_i=T_i(x,t)\in\partial\Omega$$

заданные компоненты массовой и поверхностной сил, $\partial_j=\partial/\partial x_j$, $n=(n_1,\ n_2,\ n_3)$ — единичный вектор внешней нормали к $\partial\Omega$, t — параметр нагружения. Внешние нагрузки задаются удовлетворяющими условиям равновесия тела в целом

$$\int P_i\,d\Omega=0, \qquad \int T_i\,d\Gamma=0$$

$d\Omega=dx_1dx_2dx_3$ и означает интегрирование по Ω, $d\Gamma$ — мера площади на границе $\partial\Omega=\Gamma$.

Соотношения теории изотропного упрочнения, определяющие компоненты деформации через напряжения, представим в виде

$$Ke=\sigma, \quad 2G\gamma_{ij}=s_{ij}+p_{ij}$$
$$p_{ij}=\int_0^t s_{ij}d_tF(Q), \qquad Q={}^1/{}_2s_{ij}s_{ij} \tag{2}$$
$$(e,\sigma)={}^1/{}_3(e_{kk},\sigma_{kk}), \quad (\gamma_{ij},s_{ij})=(e_{ij},\sigma_{ij})-(e,\sigma)\delta_{ij}$$

где e и σ — средние деформация и напряжение, γ_{ij} и s_{ij} — девиаторы деформаций и напряжений, Q — квадрат интенсивности касательных напряжений, K и G — материальные постоянные, F — заданная функция нагружений. Мера деформаций выбирается линейной

$$e_{ij}={}^1/{}_2(\partial_iu_j+\partial_ju_i) \tag{3}$$

u_i — компоненты вектора перемещений точек деформируемого тела.

В методе разложения по параметру внешние нагрузки представлены в виде степенных рядов

$$(P_i,T_i)=\sum_{m\geqslant1}(P_{im}(x),T_{im}(x))\,t^m \tag{4}$$

и решение строится в таком же виде

$$(u_i,\sigma_{ij})=\sum_{m\geqslant1}(u_{im}(x),\sigma_{ijm}(x))\,t^m \tag{5}$$

Предполагается также, что функция F в (2) разлагается в сходящийся в области изменения Q степенной ряд

$$F=\sum_{n\geqslant 0} c_n Q^n$$

где для Q имеет место разложение

$$Q=\sum_{m\geqslant 2} Q_m t^m, \qquad Q_m=\sum_{a+b=m} s_{ija}s_{ijb} \tag{6}$$

$$s_{ijm}=\sigma_{ijm}-\delta_{ij}\sigma_m, \qquad \sigma_m={}^1/_3\sigma_{hhm}$$

Так что

$$Q^n=\sum_{m\geqslant 2n} Q_{nm}t^m, \qquad Q_{nm}=\sum_{m_1+m_2+\ldots+m_n=m} Q_{m_1}\ldots Q_{m_n}$$

$$F=F_0+\sum_{m\geqslant 2}\Psi_m t^m, \qquad \Psi_m=\sum_{n=1}^{[m/2]} c_n Q_{nm} \tag{7}$$

(квадратные скобки означают взятие целой части от числа).

Из (8) вытекают следующие выражения для коэффициентов разложения p_{ij} в (2) [1]:

$$p_{ijm}=\frac{1}{m}\sum_{a+b=m} b\Psi_b s_{ijm}, \qquad m\geqslant 3 \tag{8}$$

Подставляя (4) и (5) в (1), получим для коэффициентов разложений

$$\partial_j\sigma_{ijm}+P_{im}=0, \quad \sigma_{ijm}n_j=T_{im} \tag{9}$$

Подставляя в (2) и (3), будем иметь для них определяющие соотношения

$$\sigma_{ijm}=2Ge_{ijm}+(K-2G)\delta_{ij}e_m-p_{ijm}$$

$$e_{ijm}={}^1/_2(\partial_i u_{jm}+\partial_j u_{im}), \qquad e_m={}^1/_3\partial_h u_{hm} \tag{10}$$

Из (9) и (10) вытекает следующая граничная задача для $m\geqslant 3$ ($p_{ijm}=0$ для $m=1, 2$):

$$-A_{ij}u_{jm}=P_{im}-\partial_j p_{ijm}, \qquad A_{ij}=G\delta_{ij}\Delta+{}^1/_3(K+G)\partial_i\partial_j$$

$$B_{ij}u_{jm}=T_{im}+p_{ijm}n_j, \quad B_{ij}=G(\delta_{ij}n_k\partial_k+n_j\partial_i)+{}^1/_3(K-2G)n_i\partial_j \tag{11}$$

Известно [2], что если P_i и T_i удовлетворяют условию Гёльдера с некоторым показателем α и граница тела принадлежит классу $C^{1,\beta}$, $\beta>\alpha$, то в случае упругой деформации, $p_{ij}=0$, перемещения имеют первые производные, непрерывные по Гёльдеру с тем же показателем α, непрерывные внутри тела вторые производные (теоремы 10.2.V, 10.3.V и 3.26.IV, 5.2.V, 5.6.VI), причем последние интегрируемы. При том же условии на границу тела решение можно представить с помощью тензора Грина $G_{ij}(x, \xi)$ (3.1.VII), компоненты которого удовлетворяют соответственно уравнению и граничному условию $-A_{ij}G_{jk}=\delta_{ik}\delta(x-\xi)$, $B_{ij}G_{jk}=0$, $\xi\in\operatorname{int}\Omega$.

С помощью функции Грина упругой задачи решение задачи (11) можно представить в виде

$$u_{km}(\xi)=u_{km}{}^\circ(\xi)+\int p_{ijm}(x)\,\partial_j G_{ik}(x,\xi)\,d\Omega \tag{12}$$

где для «упругой составляющей» имеем с точностью до жестких перемещений

$$u_{km}{}^\circ=\int P_{im}G_{ik}\,d\Omega+\int T_{im}G_{ik}\,d\Gamma \tag{13}$$

Из (12) вытекает представление

$$u_{km}(\xi)=u_{km}{}^\circ(\xi)+\int [p_{ijm}(x)-p_{ijm}(\xi)]\,\partial_j G_{ik}\,d\Omega+p_{ijm}(\xi)R_{ijk}(\xi)$$

$$R_{ijk}=\int \partial_j G_{ik}\,d\Omega=\int n_j G_{ik}\,d\Gamma \tag{14}$$

Функции R_{ijk} нетрудно определить, рассмотрев какую-либо частную задачу, например, упругую при $P_i=0$. Наипростейшей в данном случае будет такая: $u_k=a_k+b_{ks}\xi_s$, где a_k, b_{ks} — произвольные постоянные. Подставляя в (2), получим σ_{kl} — const и тогда из (13) следует, что R_{ijk} всего лишь линейные функции: $R_{ijk}=R_{ijk0}+R_{ijks}\xi_s$.

Для величин $R_{ij}={}^1/_3R_{ijss}$, $S_{ijkl}=R_{ijkl}-R_{ij}\delta_{kl}$ будем иметь

$$K(R_{ij}+R_{ji})={}^2/_3\delta_{ij},\qquad G(S_{ijkl}+S_{jikl})={}^1/_2(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk})-{}^1/_3\delta_{ij}\delta_{kl}$$

С учетом этого, подставляя (14) в (10), получим ($m\geqslant 3$):

$$\begin{aligned}\sigma_m(\xi)&=\sigma_m{}^\circ(\xi)+K\int[p_{ijm}(x)-p_{ijm}(\xi)]\,\partial_j E_i\,d\Omega\\ s_{klm}(\xi)&=\mathring{s}_{klm}(\xi)+2G\int[p_{ijm}(x)-p_{ijm}(\xi)]\,\partial_j D_{ikl}\,d\Omega\end{aligned}\tag{15}$$

$$\sigma_m{}^\circ={}^1/_3K\mathring{e}_{kkm},\qquad \mathring{s}_{klm}=2G(\mathring{e}_{klm}-\delta_{kl}e_m{}^\circ),\qquad \mathring{e}_{klm}={}^1/_2(\partial_k{}^*u_{lm}{}^\circ+\partial_l{}^*u_{km}{}^\circ)$$

$$E_i={}^1/_3E_{iss},\quad D_{ikl}=E_{ikl}-E_i\delta_{kl},\quad E_{ikl}={}^1/_2(\partial_l{}^*G_{ik}+\partial_k{}^*G_{il}),\quad \partial_k{}^*=\partial/\partial\xi_k$$

$$\int n_jE_i\,d\Gamma=R_{ij},\qquad \int n_jD_{ikl}\,d\Gamma=S_{ijkl}$$

Для соотношений (15) имеет место

Лемма. Пусть граница тела принадлежит классу $C^{1,\beta}$, $\beta>\alpha>0$ и функция Грина удовлетворяет условиям

$$|E_{ijk}|\leqslant\frac{\text{const}}{|x-\xi|^2},\qquad |\partial_jE_{ikl}|\leqslant\frac{\text{const}}{|x-\xi|^3},\qquad |\partial_m{}^*\partial_jE_{ikl}|\leqslant\frac{\text{const}}{|x-\xi|^4}\tag{16}$$

Тогда, если функции p непрерывны по Гёльдеру с показателем $\alpha<1$, то с тем же показателем непрерывны по Гёльдеру функции

$$\begin{aligned}t_{ij}(\xi)&=\int[p(x)-p(\xi)]\,k_{ij}(x,\xi)\,d\Omega\\ t_{ijkl}(\xi)&=\int[p(x)-p(\xi)]\,k_{ijkl}(x,\xi)\,d\Omega\end{aligned}\tag{17}$$

$$k_{ij}=\partial_iE_j+\partial_jE_i,\qquad k_{ijkl}=\partial_iD_{jkl}+\partial_jD_{ikl}$$

Доказательство. Рассмотрим только функции t_{ijkl} из (17) и на время опустим индексы. Согласно условиям теоремы имеем

$$|k(x,\xi)|\leqslant c|x-\xi|^{-3},\qquad |p(x)-p(\xi)|\leqslant H|x-\xi|^\alpha$$

откуда следует, что функции ограничены: $|t(\xi)|\leqslant aH$.

Оценим разность $t(\eta)-t(\xi)$ при η достаточно близком к ξ. Для этого разобьем тело Ω на части: $\Omega=\Theta\cup\Lambda$, где $\Lambda=\{x:|x-\xi|<\delta\}$, и пусть $\delta={}^3/_2|\eta-\xi|$. Соответственно представим

$$\begin{aligned}t(\eta)-t(\xi)&=I_1+I_2+I_3+I_4=\\ &=\int[p(\xi)-p(x)]\,k(x,\xi)\,d\Lambda+\int[p(x)-p(\eta)]\,k(x,\eta)\,d\Lambda+\\ &+\int[p(x)-p(\eta)][k(x,\eta)-k(x,\xi)]\,dD+\int k(x,\xi)\,d\Theta\,[p(\xi)-p(\eta)]\end{aligned}$$

Вводя сферическую систему координат с центром то в ξ, то в η, соответственно получим оценки

$$|I_1|\leqslant\frac{4\pi}{\alpha}\left(\frac{3}{2}\right)^\alpha cH|\eta-\xi|^\alpha,\qquad |I_2|\leqslant\frac{4\pi}{\alpha}\left(\frac{5}{2}\right)^\alpha cH|\eta-\xi|^\alpha\tag{18}$$

По формуле Лагранжа получим

$$I_3=\int[p(x)-p(\eta)]\,\partial_m{}^*k(x,\rho)\,(\eta_m-\xi_m)\,d\Theta$$

где точка ρ лежит на промежутке (ξ,η). Так как точка x лежит вне

δ-окрестности точки ξ, то $|x-\rho|>{}^1/_3|x-\xi|$ и согласно условию леммы

$$|\partial_m^* k(x,\rho)|\leqslant c_m'|x-\rho|^{-4}\leqslant 81c_m'|x-\xi|^{-4}$$

Применяя неравенство Коши, будем иметь

$$|I_3|\leqslant 81c'H\int|x-\xi|^\alpha|x-\xi|^{-4}|\eta-\xi|\,d\Theta,\qquad c'=\{c_m'c_m'\}^{1/2}$$

Так как [3] $|x-\xi|^\alpha\leqslant|x-\xi|^\alpha+|\xi-\eta|^\alpha$, $0<\alpha\leqslant1$, то выбирая центр сферической системы координат в точке ξ, получим

$$|I_3|\leqslant 324\pi c'H\left(\frac{1}{1-\alpha}\left(\frac{2}{3}\right)^{1-\alpha}+\frac{2}{3}\right)|\eta-\xi|^\alpha \tag{19}$$

Далее имеем

$$|I_4|\leqslant\left|\int k(x,\xi)\,d\Theta\right|H|\eta-\xi|^\alpha=\left|\int(n_jD_{ikl}+n_iD_{jkl})\,d\Gamma_\delta\right|H|\eta-\xi|^\alpha,\quad \Gamma_\delta=\partial\Theta$$

Разобьем границу $\partial\Theta$ на части: $\partial\Theta=\Gamma'\cup\Gamma''$, $\Gamma'\subset\partial\Omega$, $\Gamma''\subset\partial\Lambda$. Так как существует предел

$$\lim_{\delta\to0}\int(n_jD_{ikl}+n_iD_{jkl})\,d\Gamma'=\text{const}$$

то интегралы по Γ' равномерно ограничены. В силу же первого условия (16) леммы имеем $|\int k(x,\xi)\,d\Gamma''|\leqslant4\pi c^0$, и в результате получим (c'' не зависит от δ):

$$|I_4|\leqslant c''H|\eta-\xi|^\alpha \tag{20}$$

Согласно оценкам (18)—(20) будем иметь, вспомнив об индексах,

$$|t_{ijkl}(\eta)-t_{ijkl}(\xi)|\leqslant b_{ijkl}H|\eta-\xi|^\alpha$$

и лемма доказана.

Из (15) согласно леммы получим следующие оценки ($m\geqslant3$):

$$|s_{klm}(\xi)|\leqslant|\mathring{s}_{klm}(\xi)|+a_{ijkl}H_{ijm}$$

$$|s_{klm}(\eta)-s_{klm}(\xi)|\leqslant|\mathring{s}_{klm}(\eta)-\mathring{s}_{klm}(\xi)|+b_{ijkl}H_{ijm}|\eta-\xi|^\alpha$$

если

$$|p_{ijm}(\eta)-p_{ijm}(\xi)|\leqslant H_{ijm}|\eta-\xi|^\alpha$$

где a_{ijkl}, b_{ijkl} и H_{ijk} — постоянные, последние будут определены ниже.

Пусть теперь ($m\geqslant1$):

$$\mathring{A}_{klm}=\max_{x\in\Omega}|\mathring{s}_{klm}(x)|,\qquad|\mathring{s}_{klm}(\eta)-\mathring{s}_{klm}(\xi)|\leqslant\mathring{B}_{klm}|\eta-\xi|^\alpha$$

Тогда будем иметь для $m\geqslant3$:

$$|s_{klm}(\xi)|\leqslant A_{klm},\qquad|s_{klm}(\eta)-s_{klm}(\xi)|\leqslant B_{klm}|\eta-\xi|^\alpha$$
$$(A_{klm},B_{klm})=(\mathring{A}_{klm},\mathring{B}_{klm})+(a_{ijkl},b_{ijkl})H_{ijm} \tag{21}$$

и для $m=1,2$: $(A_{klm},B_{klm})=(\mathring{A}_{klm},\mathring{B}_{klm})$.

Перейдем к среднеквадратичным величинам

$$s_m=(s_{klm}s_{klm})^{1/2},\qquad A_m^\circ=(\mathring{A}_{klm}\mathring{A}_{klm})^{1/2},\qquad B_m^\circ=(\mathring{B}_{klm}\mathring{B}_{klm})^{1/2}$$

В силу неравенства Коши и неравенства треугольника

$$s_m(\xi)\leqslant(A_{klm}A_{klm})^{1/2}\leqslant A_m^\circ+ah_m,\qquad h_m=(H_{ijm}H_{ijm})^{1/2}$$
$$|s_m(\eta)-s_m(\xi)|\leqslant(B_{klm}B_{klm})^{1/2}|\eta-\xi|^\alpha\leqslant(B_m^\circ+bh_m)|\eta-\xi|^\alpha$$
$$a=(a_{klij}a_{klij})^{1/2},\qquad b=(b_{klij}b_{klij})^{1/2}$$

Отсюда следует

$$s_m(\xi)\leqslant A_m,\qquad A_m=A_m^\circ+aH_m,\qquad H_m\geqslant h_m$$
$$|s_m(\eta)-s_m(\xi)|\leqslant B_m|\eta-\xi|^\alpha,\qquad B_m=B_m^\circ+bH_m \tag{22}$$

где H_m будут определены позже, $A_m=A_m^\circ$, $B_m=B_m^\circ$ для $m=1,2$.

Оценим теперь другие коэффициенты разложения. Согласно (6) имеем

$$|Q_m(\xi)| \leqslant \frac{1}{2} \sum_{a+b=m} |s_{kla} s_{klb}| \leqslant \frac{1}{2} \sum_{a+b=m} A_{kla} A_{klb}$$

$$|Q_m(\eta) - Q_m(\xi)| \leqslant \frac{1}{2} \sum_{a+b=m} |s_{kla}(\eta)[s_{klb}(\eta) - s_{klb}(\xi)] +$$

$$+ [s_{kla}(\eta) - s_{kla}(\xi)] s_{klb}(\xi)| \leqslant \sum_{a+b=m} A_{kla} B_{klb} |\eta - \xi|^\alpha$$

Применяя неравенство Коши и учитывая, что $(A_{klm} A_{klm})^{1/2} \leqslant A_m$, $(B_{klm} B_{klm})^{1/2} \leqslant B_m$, получим ($m \geqslant 2$):

$$|Q_m(\xi)| \leqslant K_m, \quad |Q_m(\eta) - Q_m(\xi)| \leqslant L_m |\eta - \xi|^\alpha$$

$$K_m = \frac{1}{2} \sum_{a+b=m} A_a A_b, \quad L_m = \sum_{a+b=m} A_a B_b \tag{23}$$

Согласно (7) имеем ($m \geqslant 2n$):

$$|Q_{nm}(\xi)| \leqslant M_{nm}, \quad |Q_{nm}(\eta) - Q_{nm}(\xi)| \leqslant N_{nm} |\eta - \xi|^\alpha$$

$$M_{nm} = \sum_{m_1 + \ldots + m_n = m} K_{m_1} \ldots K_{m_n} \qquad N_{nm} = \sum_{m_1 + \ldots + m_n = m} n L_{m_1} K_{m_2} \ldots K_{m_n} \tag{24}$$

Согласно (7) имеем также

$$|\Psi_m(\xi)| \leqslant C_m, \quad |\Psi_m(\eta) - \Psi_m(\xi)| \leqslant D_m |\eta - \xi|^\alpha$$

$$C_m = \sum_{n=1}^{[m/2]} |c_n| M_{nm}, \quad D_m = \sum_{n=1}^{[m/2]} |c_n| N_{nm} \tag{25}$$

Наконец, согласно (8) имеем

$$|p_{klm}(\eta) - p_{klm}(\xi)| \leqslant H_{klm} |\eta - \xi|^\alpha, \quad H_{klm} = \sum_{a+b=m} \frac{b}{m} (C_b B_{kla} + D_b A_{kla})$$

Применяя неравенство Коши, получим

$$h_m^2 = \sum_{a+b=m} \sum_{s+t=m} \frac{bt}{m^2} (C_b B_{kla} + D_b A_{kla})(C_t B_{kls} + D_t A_{kls}) \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{a+b=m} \frac{b}{m} (C_b B_a + D_b A_a) \sum_{s+t=m} \frac{t}{m} (C_t B_s + D_t A_s)$$

В результате, определим

$$H_m = \sum_{a+b=m} \frac{b}{m} (C_b B_a + D_b A_a) \tag{26}$$

Определим теперь порядок роста оценок A_m, B_m при $m \to \infty$.

Для этого введем следующие производящие функции в виде положительных рядов всегда имеющих сумму, конечную или бесконечную:

$$(A, B) = \sum_{m \geqslant 1} (A_m, B_m) t^m, \quad (K, L, C, D) = \sum_{m \geqslant 2} (K_m, L_m, C_m, D_m) t^m$$

$$(M_n, N_n) = \sum_{m \geqslant 2n} (M_{nm}, N_{nm}) t^m, \quad I(K) = \sum_{n=1} |c_n| K^n$$

Из соотношений для коэффициентов разложений этих функций получим соотношения для самих функций. Из (23) и (24) легко следуют

$$K={}^1/_2A^2,\quad L=AB,\quad M_n=K^n,\quad N_n=nLK^{n-1} \tag{27}$$

Учитывая последнее, получим согласно (25):

$$C=\sum_{n\geqslant 1}\sum_{m\geqslant 2n}|c_n|M_{nm}t^m=\sum_{n\geqslant 1}|c_n|M_n=\sum_{n\geqslant 1}|c_n|K^n=I(K)$$

$$D=\sum_{n\geqslant 1}|c_n|N_n=L\sum_{n\geqslant 1}n|c_n|K^{n-1}=LI'(K)$$

Наконец, согласно (26) будем иметь для новой функции

$$H=\sum_{m\geqslant 3}H_mt^m=\sum_{m\geqslant 3}\int\limits_0^t\sum_{a+b=m}b(C_bB_a+D_bA_a)t^{m-1}\,dt=$$

$$=\int\limits_0^t\left\{\sum_{b\geqslant 2}bC_bt^{b-1}\sum_{a\geqslant 1}B_at^a+\sum_{b\geqslant 2}bD_bt^{b-1}\sum_{a\geqslant 1}A_at^a\right\}dt=\int\limits_0^t(C'B+D'A)\,dt$$

Согласно (27) получим

$$C'B+D'A=I'(K)K'B+L'I'(K)A+LI''(K)K'A=$$
$$=(2AA'B+A^2B')I'(K)+A^2BI''(K)K'=d(A^2BI'(K))/dt$$

И так как $A^2BI'(K)=0$ при $t=0$, то окончательно получим

$$H=A^2BI'(K),\quad K={}^1/_2A^2$$

Последнее соотношение удобней переписать в виде

$$H=BJ(K),\quad J(K)=2KI'(K)=2\sum_{n\geqslant 1}n|c_n|K^n \tag{28}$$

Теперь согласно (22) и (28) имеем

$$(A,B)=(A^\circ,B^\circ)+(a,b)BJ(K) \tag{29}$$

где сходимость рядов

$$(A^\circ,B^\circ)=\sum_{m\geqslant 1}(A_m{}^\circ,B_m{}^\circ)t^m$$

вытекает из сходимости рядов (4). Переписав (29) в виде

$$B=B^\circ/(1-bJ(K)),\quad A=A^\circ+aJ(K)B^\circ/(1-bJ(K)) \tag{30}$$

можно заключить, что A и B не могут быть равны бесконечности. Записав второе из (30) в виде

$$f(t,A)\equiv[A-A^\circ(t)][1-bJ(K)]-aJ(K)B^\circ(t)=0 \tag{31}$$

видим, что $f(0,0)=0$ и $f_A'(0,0)=1$. Согласно теореме о неявной функции уравнение (31) имеет решение $A=A(t)$ по крайней мере для малых t. Это означает, что коэффициенты разложений σ_m, s_{klm}, как и A_m, B_m растут не быстрее, чем это требуется для сходимости рядов

$$\sum_{m\geqslant 1}\sigma_mt^m,\quad \sum_{m\geqslant 1}s_{klm}t^m$$

Итак, сходимость разложений доказана. Вместе с тем доказана

Теорема. Если граница деформируемого тела принадлежит классу $C^{1,\beta}$, $\beta\leqslant 1$, и выполняются условия (16), то напряжения граничной задачи в напряжениях непрерывны по Гёльдеру с показателем $\alpha<\beta$, если таковыми являются заданные массовые и поверхностные силы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Клюшников В. Д.* Метод упругих решений в теории пластического течения // ПМТФ. 1965. № 1. С. 133–135.
2. *Купрадзе В. Д., Гегелия Т. Г., Башелейшвили М. О., Бурчуладзе Т. В.* Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. М.: Наука, 1976. 662 с.
3. *Михлин С. Г.* Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1962. 254 с.

Москва

Поступила в редакцию
23.X.1989