

УДК 539.375

© 1990 г.

А. А. МОВЧАН

МИКРОМЕХАНИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ ОПИСАНИЯ НАКОПЛЕНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ РАССЕЯННЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Накопление рассеянных повреждений, феноменологическое изучение которого было начато в [1–6], включает в себя два одновременно протекающих процесса — зарождения и развития микродефектов определенного вида, вообще говоря, различного для различных классов путей деформирования. В соответствии с этим выбор тензорной структуры параметра повреждаемости полезно осуществлять так, чтобы эта структура соответствовала виду и форме микродефектов, наблюдаемых в рассматриваемом классе процессов. Чтобы изменение параметра повреждаемости соответствовало явлениям, происходящим на микроуровне, можно потребовать, чтобы эволюционные уравнения для этого параметра были следствиями законов зарождения и развития микродефектов.

В [6, 7] структура параметров повреждаемости связывалась с видом микродефектов, но эволюционные уравнения получались чисто феноменологически без связи с микромеханикой процесса. В [8] уравнения повреждаемости учитывали процесс развития микродефектов, но не рассматривали как процесс их зарождение. В [9, 10] получены кинетические уравнения, в которые входят скорости зарождения и развития микродефектов, однако в качестве повреждаемости рассмотрен скаляр, так что анизотропия поврежденного состояния не учитывается. В [11] для параметра повреждаемости получено представление в виде функционала для весьма частного случая, когда скорость зарождения микродефектов постоянна и процесс происходит в неизменных условиях. В данной работе предлагается одна из возможных схем учета процессов зарождения и развития микродефектов при описании накопления анизотропных рассеянных повреждений.

1. Общая схема микромеханического подхода. Пусть q — монотонно меняющийся параметр процесса (время, длина дуги деформирования, номер цикла и т. д.), ρ — некоторая, вообще говоря, тензорная характеристика микродефекта, определяющая его размеры, форму и ориентацию и зависящая в конкретном процессе от текущего значения q и от значения параметра процесса q_0 , при котором данный микродефект зародился. В качестве поврежденности Ω рассматривается сумма характеристик ρ всех микродефектов, имеющих в данной точке процесса в элементарном объеме материала. В результате оказывается, что параметр повреждаемости является тензором той же валентности, что и характеристика микродефекта, причем справедливо уравнение¹

$$\Omega = \int_0^q \rho(q, q_0) v(q_0, \Omega) dq_0 \quad (1.1)$$

где $v(q, \Omega)$ вычисленная по параметру q скорость зарождения микродефектов, зависящая, вообще говоря, от достигнутого уровня поврежденности.

Рассмотрим вопрос о том, в каких случаях можно перейти от сложного интегрального уравнения (1.1) к более простым кинетическим уравнениям повреждаемости. Можно показать¹, что если скорость изменения характеристики микродефекта является линейной функцией мгновенного значения этой характеристики:

$$d\rho_{i_1 \dots i_n} / dq = A_{i_1 \dots i_n j_1 \dots j_n}(q, \Omega) \rho_{j_1 \dots j_n} + B_{i_1 \dots i_n}(q, \Omega) \quad (1.2)$$

¹ Мовчан А. А. Об учете процесса развития микродефектов при феноменологическом описании накопления повреждений // М.: Моск. авиац. ин-т, 1987. 16 с. — Деп. в ВИНТИ 29.04.87, № 3058-В-87.

то решение (1.4) будет удовлетворять системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d\Omega_{i_1 \dots i_n}}{dq} = \rho_{i_1 \dots i_n}^0 v + A_{i_1 \dots i_n j_1 \dots j_n} \Omega_{j_1 \dots j_n} + B_{i_1 \dots i_n} N, \quad \frac{dN}{dq} = v$$

Здесь ρ^0 — характеристика микродефекта в момент его зарождения. Если процесс зарождения микродефектов носит случайный характер, то под величинами ρ^0 и v можно понимать соответствующие математические ожидания.

2. Модель зарождения микродефектов. Для определения величины v используется модель процесса зарождения микродефектов [12], являющаяся аналогом теории пластичности с изотропным и трансляционным упрочнением. Следуя этой модели

$$v = c(R_{ij} \dot{R}_{ij})^{1/2}$$

Здесь R_{ij} координаты центра поверхности в пространстве деформаций

$$(\varepsilon_{ij} - R_{ij})(\varepsilon_{ij} - R_{ij}) = \omega_s^2(r), \quad r = \int_0^t (R_{ij} \dot{R}_{ij})^{1/2} dt \quad (2.1)$$

внутри которой зарождения микродефектов не происходит, удовлетворяющие уравнению

$$R_{ij} \dot{R}_{ij} = \frac{(\varepsilon_{mn} - R_{mn}) \varepsilon_{mn}}{\omega_s^2(r) [c \omega_s'(r) + 1]} (\varepsilon_{ij} - R_{ij}) \quad (2.2)$$

при (2.1) и $(\varepsilon_{mn} - R_{mn}) \varepsilon_{mn} > 0$ и $R_{ij} \dot{R}_{ij} = 0$ в противоположном случае, ε_{ij} — девиатор деформации или тензор пластической деформации, c — скаляр, который, вообще говоря, может зависеть от вида напряженного состояния.

Следуя (2.2), при простом монотонном деформировании из естественного состояния

$$r = \begin{cases} 0, & L \leq \omega_s(0), \\ L - \omega_s(r), & L \geq \omega_s(0) \end{cases}, \quad L = \int (d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij})^{1/2} \quad (2.3)$$

т. е. зарождения микродефектов не происходит, пока длина дуги деформирования L не достигнет значения $\omega_s(0)$, что соответствует экспериментально обнаруживаемому инкубационному периоду, когда пластическое деформирование происходит, а микродефекты не зарождаются [13]. Следуя соотношению (2.3), можно так подобрать функцию модели $\omega_s(r)$, чтобы получалась любая зависимость количества микродефектов $N = cr$ от длины дуги деформирования, обнаруживаемая в эксперименте, или следующая из какой-либо физической модели.

В частности, если $\omega_s(r) = \omega_s(0) = \text{const}$, то при $c = \text{const}$ количество микродефектов линейно возрастает с ростом L : $N = c(L - \omega_s(0))$, что наблюдается в экспериментах [14], из которых можно найти величины c и $\omega_s(0)$. Если после монотонного нагружения происходит изменение направления нагружения на угол больший $\pi/2$, то зарождение микродефектов прекращается (хотя изменение поврежденности может происходить за счет их развития). Поверхность (2.1) не меняется, пока изображающая точка опять на нее не выйдет. После этого зарождение микродефектов может возобновиться. Изложенный подход аналогичен понятию поверхности разрушения, введенному в [15].

3. Модель развития объемных пор при упругопластическом деформировании. При упругопластическом деформировании пластичных металлов в них зарождаются и развиваются объемные поры, форму которых в первом приближении можно считать эллипсоидальной [16]. Эллипсоид может быть охарактеризован симметричным тензором второго ранга ρ_{ij} , главные направления которого совпадают с направлениями полуосей эллипсоида, а главные значения равны величинам соответствующих полуосей. Для описания развития эллипсоидальной поры при упругопласти-

ческом деформировании (в общем случае немонотонном и непропорциональном) предлагается использовать кинетические уравнения

$$\frac{d\rho_{ij}}{dL} = \frac{\lambda_0}{2} \left(\frac{d\varepsilon_{ih}}{dL} \rho_{hj} + \frac{d\varepsilon_{jh}}{dL} \rho_{hi} \right) + f\left(\frac{\sigma_{hh}}{\sigma_i}\right) \delta_{ij} \quad (3.1)$$

В случае конечных деформаций уравнение (3.1) считается записанным в сопутствующей декартовой системе координат (актуальное состояние), под ε_{ij} можно понимать девиатор тензора деформаций Генки, под производными — коротационные производные Заремба, через которые определяется также и длина дуги деформирования, по повторяющимся индексам производится суммирование. Соотношение (3.1) представляет из себя обобщение на случай сложного нагружения приближенных решений задачи о поведении эллипсоидальной полости в упругопластической сплошной среде [8, 14, 17] под действием одноосного растяжения с наложением гидростатического напряжения.

Следуя (3.1), поры вытягиваются в направлении растяжения, что соответствует экспериментальным данным [16], причем скорость увеличения соответствующей полуоси пропорциональна ее величине; объем поры увеличивается при $\sigma_{hh} > 0$ и уменьшается при $\sigma_{hh} < 0$. При сжатии, следуя (3.1), пора сплющивается вдоль оси сжатия, что наблюдалось в [18]. В случае, когда направление главных осей тензора $d\varepsilon_{ij}/dL$ не совпадает с направлением полуосей поры, происходит изменение ориентации этих полуосей. Так, если в системе координат, связанной с полуосями поры осуществляется чистый сдвиг, то происходит поворот наибольшей полуоси поры в сторону направления наибольшего главного растяжения при сдвиге, что соответствует известным экспериментальным данным [19]. Чем более удлинённой является пора, тем медленнее она поворачивается. Таким образом, формула (3.1) неплохо описывает основные качественные особенности поведения микроскопических пор, наблюдаемые в эксперименте. Выбором значения параметра λ_0 и функции $f(\sigma_{hh}/\sigma_i)$ можно добиться количественного соответствия с экспериментальными данными. Данный приближенный подход не учитывает взаимодействия пор. Полученное в [20] численное решение задачи о развитии периодической системы пор показало, что такое взаимодействие существенно, когда расстояние между порами имеет порядок характерного размера пор. Но следуя данным [8] в случае, когда расстояние между порами равно их высоте, происходит их слияние и окончательное разрушение, чем и оправдано сделанное предположение.

4. Описание накопления повреждений, связанного с зарождением и развитием объемных пор. Поскольку характеристикой микродефекта в рассматриваемом классе процессов является симметричный тензор второго ранга, то, следуя изложенной схеме, поврежденное состояние должно описываться также симметричным тензором второго ранга, удовлетворяющим соотношению

$$\Omega_{ij} = \int_0^L \rho_{ij}(L, L_0) v(L_0) dL_0 \quad (4.1)$$

Так как уравнение (3.1) является частным случаем (1.2), то вместо (4.1) можно рассматривать кинетическое уравнение

$$\frac{d\Omega_{ij}}{dL} = v(L) \rho_{ij}^0 + \frac{\lambda_0}{2} \left(\frac{d\varepsilon_{ih}}{dL} \Omega_{hj} + \frac{d\varepsilon_{jh}}{dL} \Omega_{hi} \right) + f\left(\frac{\sigma_{hh}}{\sigma_i}\right) \Omega_{ij} \quad (4.2)$$

Наряду с тензорным представлением, с помощью разработанной схемы можно получить известные скалярные характеристики поврежденного состояния и эволюционные уравнения для них. Пусть микродефекты, имеющиеся в элементарном объеме, соосны. Можно ввести такие характеристики системы микродефектов, как сумму l_i длин полуосей номер i всех микродефектов элементарного объема; суммарную максимальную площадь S_i сечений пор плоскостями, с нормальными вдоль оси номер i ;

суммарный объем V всех пор, находящихся в элементарном объеме материала. Соответствующие представления вида (1.1) есть

$$l_i = \int_0^L b_i(L, L_0) v(L_0) dL_0,$$

$$S_i = \pi \int_0^L b_j(L, L_0) b_k(L, L_0) v(L_0) dL_0 \quad (i \neq j \neq k)$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \int_0^L b_1(L, L_0) b_2(L, L_0) b_3(L, L_0) v(L_0) dL_0 \quad (4.3)$$

Здесь b_i — величины полуосей соответствующих пор.

В [11] в качестве меры поврежденного состояния при одноосном растяжении с наложением гидростатического напряжения использовалась суммарная площадь продольного сечения пор в единице объема, вычисляемая по формуле

$$S = \pi v_0 \int_0^{e_1} b_1(e) b_2(e) de \quad (4.4)$$

где v_0 скорость зарождения поры, e — длина дуги деформирования, прошедшая со времени зарождения поры до рассматриваемого момента. Соотношение (4.4) может быть получено из более общего (4.3), когда $b_i(L, L_0) = b_i(L - L_0) = b_i(e)$, $v(L_0) = v_0 = \text{const}$, т. е. в случае постоянной скорости зарождения микродефектов, при условии, что размер полости зависит от длины фрагмента пути деформирования, прошедшего с момента его зарождения и до рассматриваемой точки, и не зависит от того, где именно этот фрагмент на пути деформирования расположен. Эти условия являются весьма ограничительными и не выполняются в случае, когда в процессе нагружения меняются вид напряженного состояния или направление деформирования.

Если процесс развития микродефектов подчиняется уравнению (3.1), то вместо представлений (4.3) можно использовать уравнения

$$dl_i/dL = b_i^0 v(L) + \varphi_i b_i$$

$$dS_i/dL = \pi b_j^0 b_k^0 v(L) + (\varphi_j + \varphi_k) S_i \quad (i \neq j \neq k) \quad (4.5)$$

$$dV/dL = \frac{4}{3} \pi b_1^0 b_2^0 b_3^0 v(L) + (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) V$$

Здесь $\varphi_i(L) = \lambda_0 d\varepsilon_{ii}/dL + f(\sigma_{kk}/\sigma_i)$ (по i не суммировать). В [9] для величины, связанной алгебраическим соотношением с V получено кинетическое уравнение, эквивалентное (4.5).

В качестве предельного условия в моделях с не скалярными параметрами повреждаемости обычно используют достижение критического значения некоторым инвариантом тензора повреждений. При этом, однако, не учитывается влияние на близость к разрушенному состоянию взаимной ориентации поля повреждений и направления нагружения. Это влияние легко прослеживается на опытах [21, 22], из которых следует, что образцы с одинаковой степенью предварительного сжатия разрушались при весьма малой или достаточно большой деформации последующего растяжения в зависимости от того, в каком направлении (вдоль или поперек линии предварительного сжатия) они растягиваются. Чтобы учесть подобные явления предложено² ввести в предельное условие совместные инварианты тензоров повреждений и напряжений. В соответствии с этим, вместе с уравнением (4.2) можно рассматривать предельные условия вида

$$\Omega_{ij} \sigma_{ik} \sigma_{kj} / \sigma_{mn} \sigma_{mn} = \text{const} \quad (4.6)$$

² Мовчан А. А. О зависимости скалярных мер повреждаемости от смешанных инвариантов тензоров повреждений и напряжений // М., Моск. авиац. ин-т, 1986. 12 с. — Деп. в ВИНТИ 12.12.86, № 8502-В-86.

$$\Omega_{ij}\sigma_{ij}/(\sigma_{mn}\sigma_{mn})^{1/2}=\text{const}, \quad \sum_{i=1}^3 \Omega_i + \sigma_i H(\sigma_i) \left(\sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 \right)^{-1} = \text{const}$$

В последнем соотношении $H(x)$ — функция Хевисайда, Ω_i^+ — нормальная компонента тензора Ω_{ij} на площадке главного напряжения номер i . В случае соосных микродефектов в качестве левой части предельного условия можно рассматривать одну из величин l_i , s_i , V .

Для идентификации модели (4.2) можно предположить, что $f(\sigma_{hh}/\sigma_i) = 0,56 \operatorname{sh}(\sigma_{hh}/2\sigma_i)$ в соответствии с решением [17] или $f(\sigma_{hh}/\sigma_i) = 0,11 + 0,63\sigma_{hh}/\sigma_i$, что соответствует экспериментальным данным [23]. Величину λ_0 , следуя рекомендациям [14], можно положить равной 1,5. Кроме того, в простейшем случае предполагается, что поры в момент зарождения имеют сферическую форму $\rho_{ij}^0 = \gamma \delta_{ij}$, $\omega_s = \text{const}$. Величина $c_0 = v\gamma$ может быть найдена исходя из опыта по монотонному пропорциональному нагружению до разрушения. В этом случае предельное условие (4.6) дает

$$\frac{1}{c_0} = \sum_{j=1}^3 \left[\frac{1}{\kappa_j} (e^{\kappa_j L^*} - 1) \sigma_j^2 \left(\sum_{k=1}^3 \sigma_k^2 \right)^{-1} \right] \quad (4.7)$$

$$\kappa_i = f(\sigma_{hh}/\sigma_i) + \lambda_0 d\varepsilon_i/dL, \quad L^* = D - \omega_s$$

σ_i , $d\varepsilon_i/dL$ ($i=1, 2, 3$) — главные компоненты тензоров напряжений и $d\varepsilon_{ij}/dL$ соответственно.

Следуя данным [24], для ряда материалов процесс зарождения микродефектов не зависит от вида напряженного состояния (т. е. вид напряженного состояния влияет на накопление повреждений лишь через процесс развития микродефектов). При этом параметр $c_0 = \text{const}$ может быть найден через длину дуги деформирования до разрушения D при одном каком-нибудь виде напряженного состояния, например — при одноосном растяжении

$$c_0^{-1} = \{ \exp [(f(1) + \lambda_0) (D_1 - \omega_s)] - 1 \} (f(1) + \lambda_0)^{-1} \quad (4.8)$$

Подстановка (4.8) в (4.7) дает в этом случае уравнение диаграмм пластичности материала, т. е. зависимостей длины дуги монотонного деформирования до разрушения от параметров вида напряженного состояния. На фиг. 1 приведены получающиеся из этого уравнения графики зависимости L^* от параметра $\mu_1 = \sigma_{hh}/\sigma_i$ для случая одноосного растяжения с наложением гидростатического напряжения. Кривая 1 соответствует $D_1 - \omega_s = 0,4$; 2 — $D_1 - \omega_s = 0,6$; 3 — $D_1 - \omega_s = 0,8$.

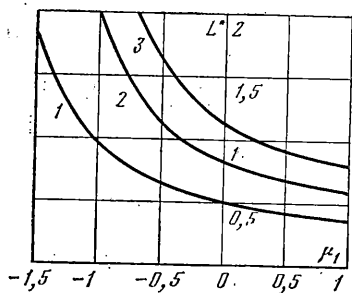
Уравнение (4.7) с величиной c_0 , определенной по (4.8) имеет единственное решение L^* при любых значениях $D_1 - \omega_s$, $\sigma_i^2 / \sum \sigma_k^2$, если хотя бы одна из величин $\kappa_i \geq 0$. Если же $\kappa_i < 0$ для всех i , для которых $\sigma_i \neq 0$, то правая часть (4.7) монотонно возрастает при увеличении L^* , асимптотически стремится при $L^* \rightarrow \infty$ к своей верхней грани, равной

$$\Omega^* = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{|\kappa_i|} \frac{\sigma_i^2}{\sum \sigma_k^2}$$

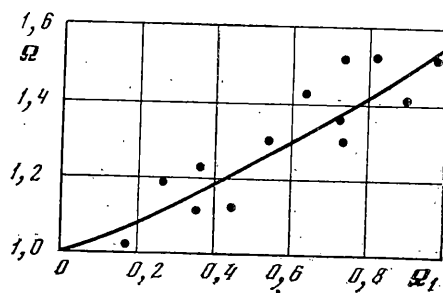
Если эта величина меньше, чем правая часть (4.8), то для такого вида напряженного состояния разрушение при монотонном деформировании произойти не может. Поскольку правая часть (4.8) монотонно возрастает с ростом D_1 от нуля при $D_1 - \omega_s = 0$, то для каждого такого вида напряженного состояния существует пороговое значение пластичности D^* материала при монотонном растяжении, определяемое из уравнения

$$(f(1) + \lambda_0)^{-1} \{ \exp [(f(1) + \lambda_0) (D^* - \omega_s)] - 1 \} = \Omega^*$$

и такое, что менее пластичные материалы, для которых $D < D^*$ могут быть разрушены при данном виде напряженного состояния, а более пла-



Фиг. 1



Фиг. 2

стичные ($D > D^*$) не могут. Так, для сжатия вдоль направления 1 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\kappa_1 = f(-1) - \lambda_0 < 0$ и разрушаться при сжатии в предположении, что $f(-1) = -f(1)$ не будут материалы, для которых $D^* - \omega_s \geq \ln 2 / (f(1) + \lambda_0)$. Известно, что в случае принятия специальных мер, предохраняющих от «бочкообразования», достаточно пластичные материалы при сжатии действительно не разрушаются, в то время как менее пластичные могут быть разрушены.

В случае, когда процесс зарождения микродефектов, а значит, и параметр c_0 зависит от вида напряженного состояния, для идентификации модели необходимо знать зависимость предельной пластической деформации D от вида напряженного состояния. Величина c_0 определяется исходя из соотношения (4.7).

Предложенная модель применялась для описания экспериментальных данных по разрушению при двузвенном деформировании: растяжении после сжатия в продольном и поперечном направлениях, кручении после растяжения и растяжении после кручения. Обнаружено неплохое соответствие экспериментальным данным.

5. Описание накопления повреждений при малоцикловом усталостном нагружении. При жестком малоцикловом нагружении наблюдаются плоские микротрещины. Такой микродефект может быть охарактеризован отрезком прямой, перпендикулярным плоскости микротрещины, длина которого равна его площади [6]. Отрезок удобно снабдить направлением, превратив его в вектор ρ_i . Для ликвидации неоднозначности, связанной с выбором одного из двух возможных направлений, выбирается то из них, которое составляет острый угол с некоторой осью τ , выбор которой будет пояснен далее. Следуя микромеханической схеме, параметром повреждаемости при малоцикловом усталостном нагружении будет также вектор $\Omega_i = \sum \rho_i$. Можно показать, что вектор Ω_i составляет с направлением τ острый угол; проекция Ω_i на направление τ не может убывать при добавлении новых микротрещин или развитии уже существующих, если их площадь не уменьшается; проекция вектора Ω_i на некоторое направление максимальна, когда ось τ совпадает с этим направлением.

Для системы параллельных микротрещин вектор Ω_i направлен вдоль общей нормали к плоскости микротрещин. В случае изотропного распределения микротрещин (равновероятного по всем направлениям) вектор Ω_i направлен вдоль τ .

Предполагается, что микротрещины зарождаются в плоскостях максимального сдвига. В частности, при одноосном растяжении — сжатии нормали к плоскостям зарождающихся микротрещин равновероятно распределены по боковой поверхности прямого кругового конуса с осью вдоль направления нагружения и углом при вершине $\pi/2$. При этом, если ось τ совпадает с направлением нагружения, происходящим вдоль оси 1 декартовой системы координат, то компоненты математического ожидания n_i^0 единичного вектора нормали к плоскости зародившейся микротрещины есть $(2^{-1/2}, 0, 0)$. Если ось τ совпадает с направлением 2 той же системы координат, то $n_i^0 = \{0, 2^{1/2}/\pi, 0\}$.

За параметр процесса выбирается номер цикла n . Скорость зарождения микродефектов ν , вычисленная по номеру цикла, при фиксированных:

амплитуде интенсивности деформации и виде напряженного состояния, от номера цикла не зависит, что согласуется с экспериментальными данными [26].

Предполагается, что для развития микротрещин при малоцикловом усталостном нагружении справедливо соотношение

$$d\rho/dn = f_i(\Delta\sigma_{mn}, \rho_i, \varepsilon_a) \quad (5.1)$$

Тензор размаха напряжений $\Delta\sigma_{mn}$ введен в правую часть (5.1) наряду с амплитудой интенсивности деформаций ε_a для того, чтобы учесть влияние направления нагружения на направление распространения микротрещины. Поэтому можно предположить, что величина $d\rho_i/dn$ является однородной функцией нулевой степени относительно компонент $\Delta\sigma_{mn}$. Предполагается, что функция f_i может быть аппроксимирована тензорным полиномом. В этом случае справедливо общее представление

$$d\rho_i/dn = c_1\rho_i + c_2\Delta\sigma_{ik}\rho_k + c_3\Delta\sigma_{ik}\Delta\sigma_{kj}\rho_j \quad (5.2)$$

где коэффициенты c_i являются функциями ε_a и инвариантов $\Delta\sigma_{mn}$ и ρ_k . Для того, чтобы описать наблюдаемую экспериментально пропорциональность между скоростью роста длины микротрещины, превосходящей размер зерна, и текущим значением ее длины [26], необходимо считать, что коэффициенты c_i от ρ_k не зависят.

Можно показать, что площадь микротрещины, развитие которой описывается соотношением (5.2), в процессе нагружения не убывает, если $c_3 \geq 0$, $4c_1c_3 \geq c_2^2$. В частности, это условие выполняется, если

$$d\rho_i/dn = c(\varepsilon_a, \mu_k)(\Delta\sigma_{ik}\Delta\sigma_{kj}/\Delta\sigma_{mn}\Delta\sigma_{mn})\rho_j, \quad c \geq 0 \quad (5.3)$$

Следуя (5.3), при одноосном растяжении — сжатии приращение микротрещины перпендикулярно направлению нагружения, причем скорость увеличения площади такой трещины пропорциональна текущему значению этой площади, что не противоречит экспериментальным данным [26]. Площадь приращения наклонной микротрещины пропорциональна площади проекции трещины на плоскость, перпендикулярную направлению нагружения. Если нормаль к плоскости микротрещины является одним из главных направлений тензора $\Delta\sigma_{ij}$, то микротрещина не будет выходить из своей плоскости.

Поскольку уравнение развития микротрещины (5.3) является частным случаем соотношения (1.2), то для вектора повреждений справедливо уравнение

$$d\Omega_i/dn = n_i^0 d + c(\Delta\sigma_{ik}\Delta\sigma_{kj}/\Delta\sigma_{mn}\Delta\sigma_{mn})\Omega_j \quad (5.4)$$

где $d = s_0 v = d(\varepsilon_a, \mu_k)$, $c = c(\varepsilon_a, \mu_k)$, s_0 — математическое ожидание площади зарождающейся микротрещины, μ_k — параметры вида напряженного состояния.

Предельное условие берется в виде

$$\Omega_i\Omega_j\Delta\sigma_{ik}\Delta\sigma_{kj}/\Delta\sigma_{mn}\Delta\sigma_{mn} = 1 \quad (5.5)$$

причем направление τ выбирается таким образом, чтобы левая часть (5.5) принимала наибольшее значение. Для одноосного растяжения-сжатия условие (5.5) сводится к достижению проекцией вектора Ω_i на направление наибольшей главной компоненты $\Delta\sigma_i$ тензора $\Delta\sigma_{ij}$ значения единицы. Из свойств вектора Ω_i следует, что в этом случае направление τ должно совпадать с направлением $\Delta\sigma_i$ (в момент разрушения).

Разработанная модель применена к исследованию двухэтапного малоциклового нагружения растяжением — сжатием, когда при переходе от первого этапа ко второму направление нагружения меняется на угол $\pi/2$. На основании решения системы (5.4) может быть получен следующий закон суммирования относительных долговечностей

$$\Omega = 1 + \Omega_1 - \gamma^{-1} \ln(1 + 2\gamma\Omega_1/\pi) \quad (5.6)$$

$$\Omega = n_1/N_1 + n_2/N_2, \quad \Omega_1 = n_1/N_1$$

Здесь N_1, N_2 — разрушающие числа циклов при одноэтапных нагружениях с той же амплитудой деформаций в первом и втором направлениях, n_1, n_2 — произведенные числа циклов в двухэтапном процессе, $\gamma = \ln(1+c/a)$, $a = S_0 2^{-1/2}$. На фиг. 2 приведен график зависимости (5.6) при $\gamma = 1.9$ и экспериментальные точки, полученные в опытах на образцах из сплава АМГ6М³. Следовательно, подбором одного параметра удалось получить неплохую аппроксимацию экспериментальных данных. Эксперименты показывают, что при фиксированном значении Ω , сумма Ω увеличивается с уменьшением амплитуды деформаций. Анализ зависимости (5.6) показывает, что для этого величина γ должна быть убывающей функцией ϵ_a .

В случае, когда при переходе с этапа на этап меняется не направление нагружения, а амплитуда деформаций, система (5.4) дает

$$\frac{n_2}{N_2} = 1 - \frac{1}{\gamma_2} \ln \left\{ \frac{\exp(\gamma_2) - 1}{\exp(\gamma_1) - 1} [e^{\gamma_1 \Omega_1} - 1] + 1 \right\} \quad (5.7)$$

где γ_1 и γ_2 значения параметра γ для первого и второго значения амплитуды. При переходе от малого значения амплитуды к большому $\gamma_2 < \gamma_1$ и, следуя (5.7), $\Omega > 1$. Это явление наблюдается в экспериментах и получило название эффекта «тренировки».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 5–7.
2. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26–31.
3. Ильющин А. А. Об одной теории длительной прочности // Инж. ж. МТТ. 1967. № 3. С. 24–35.
4. Бологин В. В. Статистические методы в строительной механике // М.: Стройиздат. 1965. 279 с.
5. Новожиллов В. В., Рыбакина О. Г. Перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении // Инж. ж. МТТ. 1966. № 5. С. 103–111.
6. Тамуж В. П., Лагздыньш А. Ж. Вариант построения феноменологической теории разрушения // Механика полимеров. 1968. № 4. С. 638–647.
7. Салаганик Р. Л. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 149–158.
8. McClintock F. A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1968. V. 35. No. 2. P. 363–371.
9. Davison L., Stevens A. L., Kipp M. E. Theory of spall damage accumulation in ductile metals // J. Mech. and Phys. of Solids. 1977. V. 25. No. 1. P. 14–28.
10. Curran D. R., Seaman L., Shockey D. A. Shock wave and high strain rate phenomena in metals: cons. and appl. // Proc. Int. Conf. Metallurg. Eff. High. Strain rate deformation and Fabr. Albuquerque. N. H. 1980. P. 129–167.
11. Le Roy G., Embury I. D., Edward G., Ashby M. F. A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids // Acta Met. 1981. V. 29. No. 8. P. 1509–1524.
12. Мовчан А. А. Феноменологическое описание дислокационного механизма образования зародышевых дефектов при пластическом деформировании // ПМТФ. 1987. № 1. С. 147–155.
13. Бетехтин В. И., Владимиров В. И., Кадомцев А. Г., Петров А. И. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел // Проблемы прочности. 1979. № 8. С. 51–57.
14. Dyson B. F. Continuous cavity nucleation and creep fracture // Scripta Metall. 1983. V. 17. No. 1. P. 31–37.
15. Кадашев Ю. И., Крачун В. Н., Михайлов А. Н. Учёт микроразрушения в теории пластичности и ползучести // Исследования по упругости и пластичности. Л.: Изд-во ЛГУ. 1986. № 15. С. 46–52.
16. Puttick K. E. Ductile fracture in metals // Phil. Mag. 1959. V. 4. No. 44. P. 964–969.
17. Rice I. R., Tracey D. M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields // J. Mech. and Phys. of Solids. 1969. V. 17. No. 3. P. 201–217.
18. Oudin I., Ravalard Y. Influence de quelques paramètres metallurgiques sur la rupture ductile des aciers à bas et moyen carbone // Mem. et étud. 5 ci Rev. Met. 1984. V. 84. No. 4. P. 169–179.
19. Puttick K. E. The shear component of ductile fracture // Phil. Mag. 1960. V. 5. No. 55. P. 759–762.

³ Мовчан А. А. О суммировании малоцикловых усталостных повреждений при изменении направления нагружения // М., Моск. авиац. ин-т., 1986. 15 с. — Деп. в ВИНТИ 23.06.86, № 4598-В-86.

20. Needleman A. Void growth in an elasto-plastic media // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1972. V. 39. No. 4. P. 964-970.
21. Drucker D. C., Mylonas C., Lianis G. Exhaustion of ductility of E-steel following compressive prestrain // Welding J. 1960. V. 39. No. 3. Res. Suppl. P. 117-120.
22. Pai D. M., Shaw M. C. Influence of voids on the strength of wrought materials // J. Appl. Metallwork. 1985. V. 3. No. 4. P. 439-445.
23. Barnby J. T., Shi Y. W., Nadkarni A. S. On the voids growth in structural steel during plastic deformation // Intern. J. Fract. 1984. V. 25. No. 4. P. 273-283.
24. Chen C. W. Void formation in ductile fracture of a cobalt-iron alloy // Acta Met. 1961. V. 9. No. 1. P. 68-71.
25. Никитин Ю. А., Игнатович С. Р. Оценка повреждаемости никелевого сплава в условиях малоциклового нагружения до и после поверхностного пластического деформирования // Повышение надежности деталей и узлов авиационной техники и оценка их технического состояния в процессе обслуживания и ремонта. Киев: 1968. С. 41-47.
26. Usami S., Fukuda Y., Shida S. Micro-crack initiation, propagation and threshold in elevated temperature inelastic fatigue // J. Pressure-vessel Technol. 1986. V. 108. No. 2. P. 214-232.

Москва

Поступила в редакцию
25.I.1990