

УДК 531.8

© 1990 г.

А. А. ГРИШИН, А. М. ФОРМАЛЬСКИЙ

УПРАВЛЕНИЕ ДВУНОГИМ ШАГАЮЩИМ АППАРАТОМ ПРИ ПОМОЩИ ИМПУЛЬСОВ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

Решается задача организации ходьбы аппарата с двумя телескопическими ногами, управляемого двумя приводами, при помощи распределенных во времени импульсных воздействий.

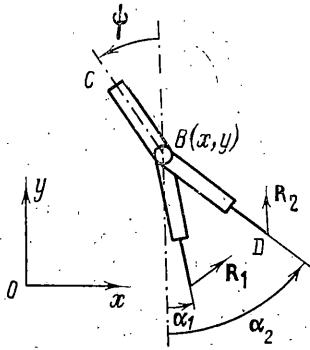
Проблеме управления двуногой ходьбой посвящен ряд исследований, таких, например, как [1-4]. В работе [4] рассматривается управление, состоящее из «чистых» импульсных воздействий, описываемых дельта-функциями. Если управляющие силы существенно ограничены по величине, то импульсные управляющие воздействия следует строить распределенными во времени. При таком управлении на электродвигатели подаются постоянные напряжения. Для построения номинального периодического режима ходьбы нужно найти моменты включения и выключения двигателей. Отыскание этого номинального режима сводится к решению краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих движение аппарата. Путем изменения моментов включения и выключения двигателей можно стабилизировать номинальный режим ходьбы. Если напряжения, подаваемые на двигатели, являются максимально возможными, то только эти моменты и могут быть управляющими параметрами. Численным путем построен линейный закон стабилизации. Проведена оценка области притяжения номинального режима ходьбы.

1. Уравнения движения механизма. Рассмотрим шагающий аппарат, состоящий из пяти звеньев (фиг. 1). К корпусу BC при помощи цилиндрических шарниров, оси которых перпендикулярны плоскости XOY чертежа, крепятся две одинаковые телескопические ноги BA и BD . Каждая нога состоит из двух звеньев: бедра и голени. Голень может перемещаться по направляющей вдоль бедра, изменяя тем самым длину ноги. Голеи аппарата заканчиваются неуправляемыми стопами (на фиг. 1 они не показаны). Стопы вытянуты в направлении, перпендикулярном плоскости XOY , что исключает перемещения аппарата во фронтальной плоскости. Механизм может двигаться только в сагиттальной плоскости. На перемещения звеньев наложены две дополнительные связи. Во-первых, голени ног связаны так, что сумма длин ног сохраняется постоянной ($BA + BD = H = \text{const}$), т. е. удлинение одной ноги сопровождается таким же укорочением другой. Во-вторых, корпус и бедра связаны так, что ось корпуса всегда лежит на продолжении биссектрисы угла, образованного ногами. Наличие указанных связей позволяет обойтись при управлении механизмом только двумя приводами. Один из них — привод телескопирования — изменяет длины ног, а другой — привод маха — изменяет угол между ногами.¹

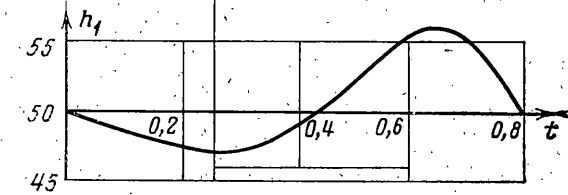
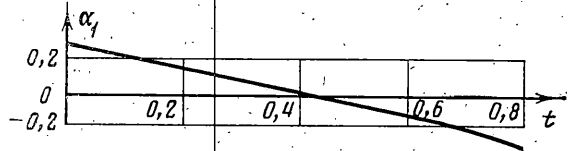
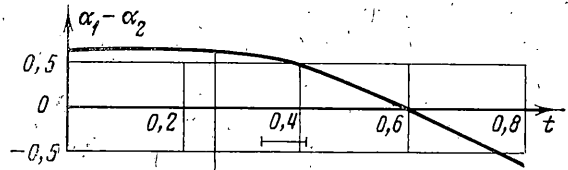
Опишем положение аппарата в плоскости XOY пятью обобщенными координатами (фиг. 1). Пусть x и y — координаты центра B тазобедренного шарнира, α_1 и α_2 — углы отклонения ног от вертикали, отсчитываемые против часовой стрелки, h_1 — длина ноги BA (первой). При наличии описанных выше двух связей длина h_2 ноги BD (второй) и угол ψ наклона корпуса BC к вертикали выражаются через обобщенные координаты следующим образом

$$h_2 = H - h_1, \quad \psi = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2 \quad (1.1)$$

¹ Механизм, схема которого описана выше, сконструирован в Институте механики МГУ С. В. Житомирским и А. В. Ленским.



Фиг. 1



Фиг. 3

Фиг. 2

Примем следующую нумерацию звеньев: 1 — корпус, 2 — бедро ноги BA, 3 — ее голень, 4 — бедро ноги BD, 5 — ее голень. Обозначим через m_i массу звена с номером i , через l_i расстояние от полюса до центра масс звена, через J_i его момент инерции относительно полюса. В качестве полюса для корпуса и бедер выбрана точка B, а для голеней — концы ног A и D.

Опуская промежуточные выкладки, выпишем в матричной форме [4] уравнения плоского движения механизма

$$A(z)z'' = B(z)\|z_i' z_j'\| - a(z)g + C(z)q \quad (1.2)$$

$$z = \|x, y, \alpha_1, \alpha_2, h_1\|^*, \quad \|z_i' z_j'\| = \|\alpha_1'^2, \alpha_2'^2, \alpha_1' \alpha_2', h_1' \alpha_1', h_1' \alpha_2'\|^*$$

$$q = \|R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}, M_1, M_2\|^*$$

Звездочка означает транспонирование; R_{1x}, R_{1y} — компоненты силы реакции опоры R_1 , приложенной к концу A первой ноги; R_{2x}, R_{2y} — компоненты силы реакции опоры R_2 , приложенной к концу D второй ноги; $M_1 = \mu_1 - \eta_1, M_2 = \mu_2 - \eta_2$, где μ_1 и μ_2 — моменты электромагнитных сил, приложенных к роторам двигателей телескопирования и маха соответственно, η_1 и η_2 — моменты диссипативных сил, приведенные к ротору соответствующего двигателя.

Симметрическая матрица кинетической энергии $A(z)$ имеет порядок (5×5) , $a(z)$ — ее второй столбец, матрицы $B(z)$ и $C(z)$ имеют порядки (5×5) и (5×6) соответственно, g — ускорение свободного падения.

Элементы a_{ij} матрицы $A(z)$ имеют вид

$$a_{11} = a_{22} = m_1 + 2(m_2 + m_3), \quad a_{13} = (c_2 + m_3 h_1) \cos \alpha_1 - c_1 \cos \psi$$

$$a_{14} = (c_2 + m_3 h_2) \cos \alpha_2 - c_1 \cos \psi, \quad a_{15} = m_3 (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$a_{23} = (c_2 + m_3 h_1) \sin \alpha_1 - c_1 \sin \psi, \quad a_{24} = (c_2 + m_3 h_2) \sin \alpha_2 - c_1 \sin \psi$$

$$\begin{aligned}
a_{25} &= -m_3(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad a_{33} = c_3 - c_4 h_1 + m_3 h_1^2 \\
a_{34} &= J_1/4 - k_2^2 J, \quad a_{44} = c_3 - c_4 h_2 + m_3 h_2^2 \\
a_{55} &= 2m_3 + h_1^2 J, \quad a_{12} = a_{35} = a_{45} = 0 \\
c_1 &= m_1 l_1/2, \quad c_2 = m_2 l_2 - m_3 l_3 \\
c_3 &= J_1/4 + J_2 + J_3 + k_2^2 J, \quad c_4 = 2m_3 l_3
\end{aligned}$$

Здесь k_1 и k_2 — коэффициенты редукции приводов телескопирования и маха соответственно, J — момент инерции ротора двигателей, которые считаются идентичными. Коэффициент k_1 имеет размерность м^{-1} . Элементы b_{ij} матрицы $B(z)$ таковы

$$\begin{aligned}
b_{11} &= (c_2 + m_3 h_1) \sin \alpha_1 - 1/2 c_1 \sin \psi \\
b_{12} &= (c_2 + m_3 h_2) \sin \alpha_2 - 1/2 c_1 \sin \psi, \quad b_{13} = -c_1 \sin \psi \\
b_{14} &= -2m_3 \cos \alpha_1, \quad b_{15} = 2m_3 \cos \alpha_2 \\
b_{21} &= -(c_2 + m_3 h_1) \cos \alpha_1 + 1/2 c_1 \cos \psi, \quad b_{22} = -(c_2 + m_3 h_2) \cos \alpha_2 + 1/2 c_1 \cos \psi \\
b_{23} &= c_1 \cos \psi, \quad b_{24} = -2m_3 \sin \alpha_1, \quad b_{25} = 2m_3 \sin \alpha_2 \\
b_{34} &= -2b_{51} = 2m_3(l_3 - h_1), \quad b_{45} = -2b_{52} = 2m_3(h_2 - l_3) \\
b_{31} &= b_{32} = b_{33} = b_{35} = b_{41} = b_{42} = b_{43} = b_{44} = b_{53} = b_{54} = b_{55} = 0
\end{aligned}$$

Элементы c_{ij} матрицы $C(z)$ имеют вид

$$\begin{aligned}
c_{11} &= c_{13} = c_{22} = c_{24} = 1, \quad c_{12} = c_{14} = c_{15} = c_{16} = c_{21} = \\
&= c_{23} = c_{25} = c_{26} = c_{33} = c_{34} = c_{35} = c_{41} = c_{42} = c_{45} = c_{56} = 0 \\
c_{31} &= h_1 \cos \alpha_1, \quad c_{32} = h_1 \sin \alpha_1, \quad c_{36} = -c_{46} = k_2 \\
c_{43} &= h_2 \cos \alpha_2, \quad c_{44} = h_2 \sin \alpha_2, \quad c_{51} = \sin \alpha_1 \\
c_{52} &= -\cos \alpha_1, \quad c_{53} = -\sin \alpha_2, \quad c_{54} = \cos \alpha_2, \quad c_{55} = k_1
\end{aligned}$$

В безопорном движении $R_1 = R_2 = 0$. Если при этом моменты M_1, M_2 заданы, то система (1.2) с учетом соотношений (1.1) будет замкнутой. При одноопорном или двухопорном движении систему (1.2) нужно дополнить уравнениями связей. Эти уравнения являются условиями фиксации на опоре одной или обеих ног

$$x + h_i \sin \alpha_i = x_i, \quad y - h_i \cos \alpha_i = y_i \quad (i=1, 2) \quad (1.3)$$

Здесь x_i, y_i — постоянные величины. При $i=1$ получаем условие фиксации первой ноги, при $i=2$ — второй.

Дифференцируя соотношения (1.3) дважды по времени, получаем

$$\begin{aligned}
x'' + h_i \alpha_i'' \cos \alpha_i + h_i'' \sin \alpha_i + 2h_i \alpha_i' \cos \alpha_i - h_i \alpha_i'^2 \sin \alpha_i &= 0 \\
y'' + h_i \alpha_i'' \sin \alpha_i - h_i'' \cos \alpha_i + 2h_i \alpha_i' \sin \alpha_i + h_i \alpha_i'^2 \cos \alpha_i &= 0 \quad (i=1, 2)
\end{aligned} \quad (1.4)$$

Одноопорная фаза описывается системой из пяти уравнений (1.2) и двух уравнений (1.4) (при $i=1$ или $i=2$). Двухопорная фаза описывается системой из девяти уравнений (1.2), (1.4).

Если стопы аппарата не содержат устройств для фиксации ног на опоре, то связи, накладываемые на концы A и D ног, являются неудерживающими. При этом для каждой построенной траектории необходимо убедиться в том, что

$$R_{iy} \geq 0, \quad |R_{ix}| \leq f R_{iy} \quad (i=1, 2) \quad (1.5)$$

где f — коэффициент трения ноги об опору.

Если двигатели включены, то моменты μ_1, μ_2 электромагнитных сил можно, пренебрегая индуктивностью обмотки двигателя, выразить в виде [5, 6]:

$$\mu_1 = c u_1 - d k_1 h_1', \quad \mu_2 = c u_2 - d k_2 (\alpha_1' - \alpha_2') \quad (1.6)$$

где u_1, u_2 — напряжения, подаваемые на двигатели; c, d — постоянные коэффициенты, значения которых определяются характеристиками двигателя [6].

Если двигатели выключены (обесточены), то

$$\mu_i = 0 \quad (i=1, 2) \quad (1.7)$$

Будем считать диссипативные силы силами сухого трения, тогда

$$\eta_1 = \eta_{10} \operatorname{sign} \dot{h}_1, \quad \eta_2 = \eta_{20} \operatorname{sign} (\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \quad (1.8)$$

где η_{10} , η_{20} — константы, характеризующие пороги сил трения.

2. Уравнения удара. В процессе движения механизма каждая фаза переноса при постановке ноги на опору заканчивается ударом. Уравнения удара получаются из системы (1.2) путем замены вектора-столбца \dot{z} вторых производных вектором-столбцом $[z]$ скачков обобщенных скоростей [4]. При этом члены, величина которых ограничена, опускаются, а неограниченные внешние воздействия, описываемые при помощи дельта-функций, заменяются на интенсивности этих воздействий (множители при дельта-функциях). Таким образом получаются уравнения

$$A(z_0) [z] = C(z_0) I \quad (2.1)$$

Здесь z_0 — вектор обобщенных координат, описывающий конфигурацию механизма в момент удара, I — вектор-столбец интенсивностей внешних воздействий. Так как моменты M_1 , M_2 ограничены, то в столбце I могут быть отличны от нуля только интенсивности IR_{ix} , IR_{iy} ($i=1,2$) сил реакции опоры.

Система (2.1) не является замкнутой, так как неизвестны величины IR_{ix} , IR_{iy} ($i=1,2$). Для замыкания системы ее необходимо дополнить условиями связей. Будем считать удар абсолютно неупругим. При этом переносимая нога (для определенности вторая) должна остаться на опоре. Используя равенства (1.3), получаем, что это условие дает два уравнения связей

$$x_+ + h_{20} \alpha_{2+} \cos \alpha_{20} + h_{2+} \sin \alpha_{20} = 0 \quad (2.2)$$

$$y_+ + h_{20} \alpha_{2+} \sin \alpha_{20} - h_{2+} \cos \alpha_{20} = 0$$

где α_{20} , h_{20} — величины, характеризующие конфигурацию механизма в момент удара, x_+ , y_+ , α_{2+} , h_{2+} — скорости после удара.

Вообще говоря, возможны два исхода абсолютно неупругого удара [4]. Во-первых, на опоре могут остаться обе ноги. Тогда к системе (2.1), (2.2) добавляются еще два уравнения связей, которые получаются из уравнений (2.2) заменой индекса 2 на индекс 1:

$$x_+ + h_{10} \alpha_{1+} \cos \alpha_{10} + h_{1+} \sin \alpha_{10} = 0 \quad (2.3)$$

$$y_+ + h_{10} \alpha_{1+} \sin \alpha_{10} - h_{1+} \cos \alpha_{10} = 0$$

Для того чтобы этот исход был возможен, необходимо, чтобы величины IR_{iy} ($i=1,2$), полученные при решении замкнутой системы (2.1)–(2.3), были неотрицательны (см. первое из соотношений (1.5)).

Второй возможный исход удара — отрыв опорной (первой) ноги от поверхности. В этом случае предполагаем, что $IR_{ix} = IR_{iy} = 0$ ($R_1 = 0$). Тогда в системе (2.1), (2.2) число уравнений равно числу неизвестных. Для того чтобы этот второй исход был возможен, необходимо, чтобы скорость конца первой ноги после удара была направлена вверх.

При моделировании удара каждый раз рассматривались оба варианта. Как правило, один из них был возможен, а другой — нет.

3. Временная структура шага и управления. Рассмотрим режим ходьбы, состоящий из чередующихся фаз опоры на одну и две ноги. Пусть при ударе в конце фазы переноса опорная нога не отрывается от поверхности, тем самым двухопорная фаза оказывается протяженной во времени (в исследованных режимах это допущение выполняется).

Опишем структуру управления, которое строится далее.

Каждый двигатель на шаговом цикле включается и выключается один раз. Во включенном состоянии $u_i = \text{const}$ ($i=1,2$) и моменты μ_1 , μ_2 описываются выражениями (1.6), в выключенном состоянии — выражениями (1.7).

В фазе двойной опоры оба двигателя выключены — обесточены, и аппарат движется по инерции. В некоторый момент времени на двигатель телескопирования подается постоянное напряжение так, чтобы выдвигалась передняя нога. Задняя нога в этом момент отрывается от опоры и начинается фаза переноса. Спустя некоторое время, подается постоянное напряжение на двигатель маха. Затем двигатели маха и телескопирования выключаются (обесточиваются), вообще говоря, неодновременно. После этого аппарат движется в баллистическом режиме до удара переносимой ноги об опору. Затем цикл управления повторяется.

Характер описанного выше управления и временную структуру шага поясняет фиг. 2. На ней приведены зависимости трех конфигурационных координат от времени для одного из построенных численно периодических режимов ходьбы. Вертикальная линия разделяет шаговый цикл на двухопорную (слева) и одноопорную (справа) фазы. Горизонтальные отрезки отмечают интервалы работы двигателей: нижний — двигателя телескопирования, верхний — маха.

Отметим, что в отличие от случая, когда для управления используется кусочно-постоянное напряжение¹, предлагаемый алгоритм управления ориентирован на использование максимально возможного напряжения питания двигателя и баллистического движения механизма, когда напряжение отключается совсем и двигатель обесточивается.

Построение периодического режима ходьбы. При построении периодического (программного, номинального) режима ходьбы аппарата по горизонтальной поверхности будем считать заданными время шага T и конфигурацию механизма в момент постановки переносимой ноги на опору. Конфигурация механизма при опоре на две ноги характеризуется двумя величинами, в качестве которых выберем длину шага S и разность длин ног $\delta = h_1 - h_2$. В фазе двойной опоры механизм имеет одну степень свободы. Поэтому из всех обобщенных скоростей только одна, например h_1^* , является независимой.

Началом шага будем называть момент начала фазы двойной опоры после удара переносимой ноги о поверхность. Этот же момент времени является концом предыдущего шага. Обозначим через v четырехмерный вектор-столбец управляющих параметров — моментов включения и выключения двигателей.

Конфигурация аппарата (S_e, δ_e) , скорость h_{1e}^* в конце шага и время шага T зависят от конфигурации (S_b, δ_b) , скорости h_{1b}^* в начале шага, а также от вектора v управляющих параметров

$$S_e = f_1(S_b, \delta_b, h_{1b}^*, v)$$

$$\delta_e = f_2(S_b, \delta_b, h_{1b}^*, v),$$

$$h_{1e}^* = f_3(S_b, \delta_b, h_{1b}^*, v)$$

$$T = f_4(S_b, \delta_b, h_{1b}^*, v)$$

Первые три соотношения (4.1) задают точечное отображение в пространстве переменных S, δ, h_1^* .

На периодическом режиме ходьбы конфигурация механизма в конце шага должна совпадать с заданной в начале шага. Скорость h_1^* в конце шага должна быть равна этой скорости в начале шага. Поэтому для отыскания параметров h_{10}^*, v_0 периодического режима получаем следующие уравнения

$$S_0 = f_1(S_0, \delta_0, h_{10}^*, v_0),$$

$$\delta_0 = f_2(S_0, \delta_0, h_{10}^*, v_0) \quad (4.2)$$

$$h_{10}^* = f_3(S_0, \delta_0, h_{10}^*, v_0),$$

$$T_0 = f_4(S_0, \delta_0, h_{10}^*, v_0).$$

¹ Бордюг Б. А., Ларин В. Б. Управление шагающим аппаратом с учетом динамики приводов. Препринт 85.83. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1985. 68 с.

где T_0 , S_0 , δ_0 — заданные параметры. Таким образом, построение периодического режима ходьбы сводится к решению системы алгебраических уравнений (4.2). Функции f_1 — f_4 явно не заданы. Их значения можно находить путем интегрирования системы (1.2), (1.4), (1.6)—(1.8) до момента касания переносимой ногой опоры и последующего решения уравнений удара (2.1)—(2.3). Решение системы (4.2) эквивалентно решению краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений (1.2), (1.4), (1.6)—(1.8) и линейных алгебраических уравнений (2.1)—(2.3).

Четыре уравнения (4.2) содержат пять неизвестных. Важным параметром траектории является высота, на которой переносимая нога проходит над поверхностью опоры. Численные исследования показывают, что эта высота зависит, в основном, от промежутка времени между включениями двигателей телескопирования и маха. Задавая этот промежуток, можно исключить из числа неизвестных момент включения двигателя маха. При этом вектор v оказывается трехмерным, а число уравнений в системе (4.2) становится равным числу неизвестных.

Система (4.2) решается численно, итерационным способом, на основе метода Ньютона. Численные исследования проводились при следующих значениях параметров механизма: $m_1=3,4$ кг; $m_2=m_4=1,5$ кг; $m_3=m_5=0,55$ кг; $J_1=0,05$ кг·м²; $J_2=J_4=0,04$ кг·м²; $J_3=J_5=0,017$ кг·м²; $l_1=l_2=l_4=0,1$ м; $l_3=l_5=0,11$ м; $k_1=500$ м⁻¹; $k_2=50$; $\eta_{10}=3 \cdot 10^{-2}$ Н·м; $\eta_{20}=5 \cdot 10^{-3}$ Н·м; $J=7,6 \cdot 10^{-6}$ кг·м²; $c=1,4 \cdot 10^{-2}$ Н·м/В; $d=5,5 \cdot 10^{-4}$ Н·м·с.

Последние три численных значения относятся к двигателю ДПР-72 [6]. Постоянное напряжение, подаваемое на двигатель телескопирования при его включении, равно 27 В, — на двигатель маха — 15 В.

В результате решения уравнений (4.2) при заданных значениях T_0 , S_0 , δ_0 определяется скорость h_{10}^* , вектор управляющих параметров v_0 , а затем и периодическое движение. На фиг. 2 показано такое движение, построенное при $T_0=0,8$ с, $S_0=0,3$ м, $\delta_0=0$. На верхнем графике показано изменение угла между ногами α_1 — α_2 , на среднем — угла α , на нижнем — длины опорной (в одноопорной фазе) ноги h_1 . Единица измерения времени t — 1 сек, длины h_1 — 1 см. На фиг. 3 показана соответствующая последовательность конфигураций механизма, из рассмотрения которой следует, что переносимая нога движется над поверхностью опоры. Вертикальные составляющие сил реакции опоры при этом движении направлены вверх, векторы сил реакции при $f=0,3$ лежат в конусах трения (см. условия (1.5)). Указанные свойства движения не формулировались в виде условий при постановке задачи.

5. Стабилизация периодического режима. Если бы функции f_1 , f_2 , f_3 были известны и первые три уравнения системы (4.1) разрешимы относительно вектора v , то можно было бы получить вектор-функцию

$$v=f_5(S_b, \delta_b, h_{1b}^*, S_e, \delta_e, h_{1e}^*) \quad (5.1)$$

С помощью функции f_5 можно решить задачу стабилизации номинального (периодического) режима ходьбы. Для известного состояния механизма в начале шага $(S_b, \delta_b, h_{1b}^*)$, отличного, вообще говоря, от номинального, пользуясь выражением (5.1), можно найти значения управляющих параметров, при которых механизм переводится в желаемое номинальное состояние в конце шага или после нескольких шагов. Однако функции f_1 , f_2 , f_3 , а значит и функция f_5 , в явном виде не известны. Их можно определить только в ограниченном числе точек численным путем. Поэтому для решения задачи стабилизации воспользуемся линейным приближением функций f_1 , f_2 , f_3 около точки $(S_0, \delta_0, h_{10}^*)$, отвечающей номинальному режиму ходьбы.

Обозначим через γ_n вектор-столбец отклонения состояния механизма в начале n -го шага $(S_n, \delta_n, h_{1n}^*)$ от номинального

$$\gamma_n = \|S_n - S_0, \delta_n - \delta_0, h_{1n}^* - h_{10}^*\|^* \quad (5.2)$$

Линеаризуя первые три уравнения системы (4.1) около точки $(S_0, \delta_0, h_{10}^*)$, получаем систему разностных уравнений в вариациях

$$\gamma_{n+1} = a\gamma_n + b\Delta v_n \quad (5.3)$$

Здесь $\Delta v_n = v_n - v_0$ — отклонение вектора v на n -ом шаге механизма от его номинального значения v_0 , a и b — матрицы соответствующих производных (коэффициентов влияния). При построении закона стабилизации эти матрицы отыскивались путем численного дифференцирования. Среди собственных значений матрицы a (разомкнутой системы) есть такие, модуль которых больше единицы. Это означает неустойчивость тривиального решения $\gamma_n \equiv 0$ системы (5.3) при $\Delta v_n \equiv 0$, а значит неустойчивость номинального режима ходьбы в отсутствие стабилизирующего управления. Последнее естественно, поскольку шагающий механизм содержит звенья типа перевернутых маятников.

Будем искать управление Δv_n , стабилизирующее систему (5.3), в виде линейной обратной связи по вектору состояния

$$\Delta v_n = k\gamma_n \quad (5.4)$$

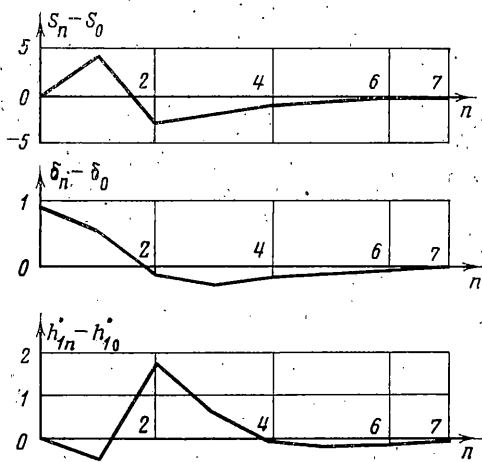
где k — постоянная матрица порядка (3×3) . Тривиальное решение $\gamma_n = 0$ замкнутой системы

$$\gamma_{n+1} = (a + bk)\gamma_n \quad (5.5)$$

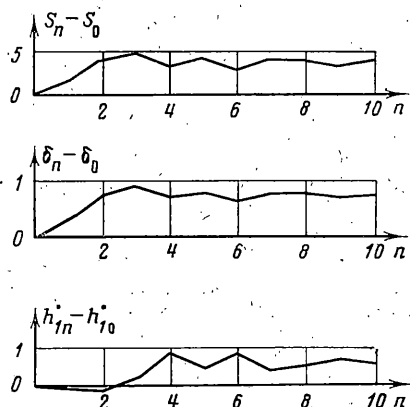
асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда все собственные значения матрицы $a + bk$ по модулю меньше единицы. Матрицу k можно построить, например, решая уравнение $a + bk = 0$. Если матрица b обратима, то $k = -b^{-1}a$. При такой матрице k система выходит на номинальный режим за один шаг (в линейном приближении). Для построения матрицы k можно воспользоваться также техникой минимизации квадратичного функционала [7]. Если решение $\gamma_n = 0$ линейной системы (5.5) асимптотически устойчиво, то, в соответствии с теоремой Ляпунова об устойчивости по первому приближению, асимптотически устойчивым будет и периодическое решение системы (4.1) с управлением $v = v_0 + k\gamma_n$, т. е. номинальный режим ходьбы.

Как следует из рассмотрения фиг. 2, угол α_1 отклонения передней (опорной) ноги от вертикали изменяется строго монотонно. Поэтому при построении управления вместо времени t можно использовать угол α_1 . При этом в качестве управляющих параметров в векторе v нужно выбирать не моменты времени, а значения угла, при достижении которых включаются и выключаются двигатели. Вектор Δv при этом состоит из отклоненных значений угла от номинальных, отвечающих периодическому режиму ходьбы. Способ синтеза закона стабилизации (5.4) при использовании в качестве независимой переменной угла α_1 остается таким же. Элементы матриц a и b в уравнении (5.5) при одном и том же номинальном режиме ходьбы имеют другие, нежели при использовании управления «по времени», численные значения. Максимальное по модулю собственное значение матрицы a при управлении «по углу» оказывается обычно меньшим, чем при управлении «по времени». Это объясняется по-видимому тем, что управление «по углу» (номинальное) даже без построения закона стабилизации уже содержит элемент обратной связи.

Работоспособность закона стабилизации (5.4) проверялась путем численного исследования полной нелинейной системы уравнений движения и уравнений удара с этим законом. На фиг. 4 представлены некоторые результаты численного исследования закона стабилизации (5.4) при управлении «по углу». Уравнения в вариациях (5.3) были получены для номинального режима ходьбы, показанного на фиг. 2, 3. Матрица k найдена с использованием процедуры минимизации квадратичного функционала. На фиг. 4 показаны отклонения γ_n (см. (5.2)) состояния механизма в начале шага в зависимости от номера шага n . Соответствующие точки соединены на графиках прямолинейными отрезками. Возмущением является отклонение начальной позы примерно на 1 см по длине передней ноги. Система довольно быстро выходит на номинальный режим. Исследования показывают, что отклонения $S - S_0 = \pm 6$ см и $\delta - \delta_0 = \pm 1$ см принадлежат области притяжения номинального режима с построенным



Фиг. 4



Фиг. 5

законом стабилизации. Единица измерения длин $S_n - S_0$, $\delta_n - \delta_0$ на фиг. 4 — 1 см, скорости $h_{in} - h_{i0}$ — 1 см/с.

На фиг. 5 показаны отклонения γ_n в случае, когда сухое трение в приводе телескопирования на 13% превосходит то, при котором построен номинальный режим ходьбы и закон его стабилизации. Механизм асимптотически выходит на некоторый периодический режим ходьбы, отличающийся от исходного.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
2. Белецкий В. В. Двухногая ходьба. М.: Наука, 1984. 286 с.
3. Бордюг Б. А., Ларин В. Б., Тимошенко А. Г. Задачи управления шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1985. 263 с.
4. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.
5. Чиликин М. Г., Сандлер А. С. Общий курс электропривода. М.: Энергоиздат, 1981. 576 с.
6. Микроэлектродвигатели для систем автоматизации: Технический справочник/Под ред. Э. А. Лодочникова, Ю. М. Юферова. М.: Энергия, 1969. 271 с.
7. Кватернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.

Москва

Поступила в редакцию
27.VII.1983