

УДК 534.11

© 1990 г.

С. П. ГОРБИКОВ

УСТАНОВИВШИЕСЯ ДВИЖЕНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРА БЕЗ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ НАТЯГОМ И НЕПОДВИЖНЫМ ОГРАНИЧИТЕЛЕМ

При помощи метода точечных отображений для динамической системы, описывающей движение осциллятора с предварительным натягом и неподвижным ограничителем, при разнообразных значениях параметров изучаются установившиеся движения, а также их области притяжения в фазовом пространстве системы. Выделены установившиеся движения, имеющие значительные области существования и области притяжения соответственно в пространстве параметров и фазовом пространстве системы. Оказалось, что это или хаотические движения, или периодические периоды вынуждающей силы либо с несколькими ударами на периоде, либо с участком бесконечноударных движений.

1. Уравнения движения. В теории динамических систем с ударными взаимодействиями значительное место занимает изучение динамики типовых виброударных систем. К их числу относится система, описывающая движение осциллятора без вязкого трения, ударяющегося о неподвижный ограничитель. Изучению ее динамики посвящены, в частности, работы [1-4]. В пространстве параметров соответствующей системы были найдены области существования безударных движений, области существования и устойчивости периодических движений с одним ударом за период (при коэффициенте R восстановления нормальной составляющей скорости не равном нулю) и ряда других возможных периодических движений (при $R=0$).

Рассматриваемая ниже задача возникает, например, при изучении движения виброударного механизма. Уравнение движения (под действием синусоидальной и постоянной сил) ударной массы M , подвешенной на пружине, в промежутках между ударами (при $x < x_0$) имеет вид [2]:

$$M d^2 x / d\tau^2 + kx = P + F \sin \omega \tau \quad (1.1)$$

При $x = x_0$ происходит мгновенный удар массы M о неподвижный ограничитель, в результате чего меняется только скорость движения массы

$$dx/d\tau_+ = -R dx/d\tau_- \quad (1.2)$$

где $dx/d\tau_-$ и $dx/d\tau_+$ — соответственно доударные и послеударные значения скорости.

При $kx_0 - P < 0$ преобразуем систему (1.1), (1.2) следующей заменой переменных и параметров: $t = \omega\tau - \pi$, $\lambda^2 = k/(M\omega^2)$, $W = F/(P - kx_0)$, $q = M\omega^2(x - x_0)/(kx_0 - P)$.

В трехмерном фазовом пространстве переменных q , \dot{q} , t при $q > 0$ (или при $\dot{q} > 0$, $q = 0$) уравнения движения принимают вид (точки вверху означают производные по t):

$$q'' + \lambda^2 q = W \sin t - 1 \quad (1.3)$$

Если при достижении поверхности $q = 0$ значение $\dot{q} = \dot{q}_- < 0$, то в системе происходят мгновенные ударные взаимодействия по формулам

$$\dot{q}_+ = -R \dot{q}_- \quad (1.4)$$

где q_-^* и q_+^* — соответственно доударные и послеударные значения скорости. При $q=0$, $q^*=0$ дальнейшее движение фазовой точки подчиняется уравнениям (1.3), если только $q''=W \sin t - 1 = f(t) > 0$ или $q''=0$ и $0 < t < \pi/2$.

Когда фазовая точка находится на прямой $q=0$, $q^*=0$ и выполняются условия $f(t) < 0$ или $f(t)=0$ и $\pi/2 \leq t < \pi$, тогда при условии $f(t) \leq 0$ будут справедливы уравнения

$$q=0, \quad q^*=0 \quad (1.5)$$

При остальных значениях $kx_0 - P$ уравнения движения можно также записать в виде (1.3) — (1.5), при этом уравнения движения (1.4), (1.5) сохраняют свой вид, а уравнение (1.3) изменяет; при $kx_0 - P > 0$ заменой переменных и параметров $t = \omega\tau - \pi$; $\lambda^2 = k/(M\omega^2)$; $V = F/(kx_0 - P)$, $q = M\omega^2(x_0 - x)/(kx_0 - P)$ уравнение (1.1) можно привести к виду

$$q'' + \lambda^2 q = V \sin t + 1 \quad (q > 0) \quad (1.6)$$

Если же $kx_0 - P = 0$, то заменой $t = \omega\tau - \pi$, $\lambda^2 = k/(\omega^2 M)$, $q = M\omega^2(x_0 - x)/F$ уравнение (1.1) приводится к виду

$$q'' + \lambda^2 q = \sin t \quad (q > 0) \quad (1.7)$$

Далее рассматривается только случай $kx_0 - P < 0$, т. е. система в виде (1.3) — (1.5).

2. Фазовое пространство. Фазовое пространство системы (1.3) — (1.5) составляют точки (q, q^*, t) , координаты которых удовлетворяют неравенствам $q \geq 0$, $-\infty < q^* < +\infty$, $0 \leq t \leq 2\pi$, а точки $(q, q^*, t=0)$ и $(q, q^*, t=2\pi)$ предполагаются отождествленными.

Из точек $(q=0, q^* > 0, t)$ выходят фазовые траектории системы при возрастании времени t , а из точек $(0, q^* < 0, t)$ — при убывании времени t . Поведение траекторий вблизи точек $(0, 0, 0 \leq t \leq 2\pi)$ зависит от знака $q''|_{q=0, q^*=0} = f(t) = W \sin t - 1$ и $q'''|_{q=0, q^*=0} = W \cos t$ [5]. Если $W < 1$, то $f(t) < 0$ для всех t , т. е. фазовые траектории из малой окрестности точки $(0, 0, t)$ представляют собой бесконечноударные движения (движения с бесконечным числом ударных взаимодействий за конечный промежуток времени), которые заканчиваются в этой же окрестности в точках оси t , а затем начинается бесконечное движение по оси t .

Если $W > 1$, то таким свойством обладают малые окрестности точек $(0, 0, t)$, где $0 \leq t < t_1$ и $t_2 \leq t \leq 2\pi$, $t_1 = \arcsin(1/W)$, $t_2 = \pi - t_1$. В результате бесконечноударных движений некоторая точка $M(0, q^* > 0, t)$ за конечное время переходит в точку $(0, 0, t_\infty)$, где $t_2 < t_\infty \leq 2\pi$ или $0 \leq t_\infty \leq t_1$. В дальнейшем фазовая точка движется по оси t (т. е. при выполнении условий (1.5)) до точки $P(0, 0, t_1)$, из которой выходит траектория системы (1.3) — (1.5) до точки $P(0, 0, t_1)$, из которой выходит траектория системы (1.3) как при возрастании, так и при убывании t .

3. Точечное отображение. Общее решение системы (1.3), удовлетворяющее при $t=t_0$ условиям $q|_{t=t_0} = q_0$, $q^*|_{t=t_0} = q_0^*$, имеет вид

$$q(t; t_0, q_0, q_0^*) = (q_0 + \lambda^{-2} - W(\lambda^2 - 1)^{-1} \sin t_0) \cos \lambda(t - t_0) + (q_0^* \lambda^{-1} - W \lambda^{-1} (\lambda^2 - 1)^{-1} \cos t_0) \sin \lambda(t - t_0) + W(\lambda^2 - 1)^{-1} \sin t - \lambda^{-2} \quad (3.1)$$

Уравнение $q(t; t_0, q_0, q_0^*) = 0$ имеет решение $t > t_0$ при любых начальных условиях из области $q_0 > 0$ (т. к. $q(t; t_0, q_0, q_0^*) = -A \sin(\lambda t + \varphi) + B \sin t - \lambda^{-2}$, а уравнение $A \sin(\lambda t + \varphi) = B \sin t$ всегда имеет решение $t > t_0$). Это значит, что изучение движений системы (1.3) — (1.5) сводится [6] к изучению точечного отображения T , которое определено для всех точек полуполосы $\Phi = \{q_0 = 0, q_0^* \geq 0, 0 \leq t_0 \leq 2\pi\}$. При действии отображения T точка $(q_0 = 0, q_0^* \geq 0, t_0)$ переводится фазовыми траекториями системы (1.3) в точку $(q = 0, q^* \leq 0, t)$, а затем при действии ударных взаимодействий (1.4) в точку $(q = 0, q^* \geq 0, t)$. Вид отображения T :

$$q(\Theta; t_0, 0, q_0^*) = (\lambda^{-2} - W(\lambda^2 - 1)^{-1} \sin t_0) \cos \lambda(\Theta - t_0) + (q_0^* \lambda^{-1} -$$

$$-W\lambda^{-1}(\lambda^2-1)^{-1}\cos t_0)\sin\lambda(\Theta-t_0)+W(\lambda^2-1)^{-1}\sin\Theta-\lambda^{-2}=0 \quad (3.2)$$

$$q^*(\Theta; t_0, 0, q_0^*) = -R[(q_0^* - W(\lambda^2-1)^{-1}\cos t_0)\cos\lambda(\Theta-t_0) - (\lambda^{-1} - W\lambda(\lambda^2-1)^{-1}\sin t_0)\sin\lambda(\Theta-t_0) + W(\lambda^2-1)^{-1}\cos\Theta], \quad t = \Theta \pmod{2\pi}$$

где Θ — ближайший к t_0 и больший t_0 корень первого уравнения в (3.2).

4. Особенности точечного отображения. *Утверждение 1.* При достаточно больших значениях λ и $W > 1$ в системе (1.3) — (1.5) существует периодическое движение периода 2π , в результате которого фазовая траектория после первого же удара попадает в область бесконечноударных движений.

Здесь под областью бесконечноударных движений понимается [5] связное множество на многообразии $q=0$, $q^* \geq 0$, $0 \leq t \leq 2\pi$, образ любой точки M которого при отображении T принадлежит этому множеству, а вся последовательность точек M, TM, T^2M, \dots соответствует бесконечноударному движению.

Для доказательства утверждения первое уравнение из (3.2) для определения образа TP точки P ($q_0=0$, $q_0^*=0$, $t=t_1=\arcsin W^{-1}$), в которую с течением времени преобразуется вся область бесконечноударных движений, записывается в виде

$$\begin{aligned} q(\Theta; t_1, 0, 0) &= -\lambda^{-2}(\lambda^2-1)^{-1}\cos\lambda(\Theta-t_1) - (W^2-1)^{1/2}\lambda^{-1}(\lambda^2-1)^{-1}\sin\lambda(\Theta-t_1) + W(\lambda^2-1)^{-1}\sin\Theta - \lambda^{-2} = \lambda^{-2}[-(\lambda^2-1)^{-1}\cos\lambda(\Theta-t_1) - \\ &- (W^2-1)^{1/2}(\lambda^{-1})^{-1}\sin\lambda(\Theta-t_1) + W(1-\lambda^{-2})^{-1}\sin\Theta - 1] = \\ &= A \sin[\lambda(\Theta-t_1) + \beta] + W(\lambda^2-1)^{-1}\sin\Theta - \lambda^{-2} = 0 \quad (4.1) \\ A &= \lambda^{-1}(\lambda^2-1)^{-1}(W^2-1+\lambda^{-2})^{1/2}, \quad \beta = \pi + o(\lambda^{-1/2}) \end{aligned}$$

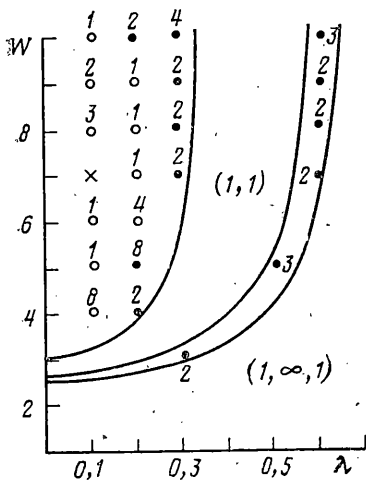
Уравнение (4.1) при $\lambda > 1$ для значений $\Theta > t_1$, близких к t_1 , не имеет решений, так как в точках Θ_m экстремума функции $q(\Theta; t_1, 0, 0)$, найденных из уравнения $q^* = A\lambda\cos[\lambda(\Theta_m-t_1) + \beta] + W(\lambda^2-1)^{-1}\cos\Theta_m = 0$, величина $q(\Theta_m; t_1, 0, 0) = A \sin[\lambda(\Theta_m-t_1) + \beta] + \{\lambda^{-2}(\lambda^2-1)^{-1} + \lambda^2 A^2 \sin^2[\lambda(\Theta_m-t_1) + \beta]\}^{1/2} - \lambda^{-2} > 0$ (неравенство $q(\Theta_m; t_1, 0, 0) > 0$ может нарушаться лишь при $A \sin[\lambda(\Theta_m-t_1) + \beta] = -\lambda^{-2}(\lambda^2-1)^{-1}$, но в этом случае из условия $q^*(\Theta_m; t_1, 0, 0) = 0$ следует, что $\cos\Theta_m = (W^2-1)^{1/2}/W = \cos t_1$, т. е. $\Theta_m = t_1$).

Так как при больших λ корни уравнения (4.1) лежат вблизи корней уравнения $W(1-\lambda^{-2})^{-1}\sin\Theta - 1 = 0$, то уравнение (4.1) при больших λ имеет первый больший t_1 корень, равный $\Theta = t_2 + o(\lambda^{-1/2}) = \pi - \arcsin W^{-1} + o(\lambda^{-1/2})$. Значит образ точки P при действии отображения T есть точка P_1 ($q=0$, $q^* = o(\lambda^{-1/2})$, $\Theta = t_2 + o(\lambda^{-1/2})$). Так как в точке $(0, 0, t_2)$ в силу уравнения (1.3) $q^* = q^{**} = 0$, $q^{***} < 0$, то [5] ее малая окрестность в фазовом пространстве системы состоит из бесконечноударных движений. Это доказывает утверждение 1.

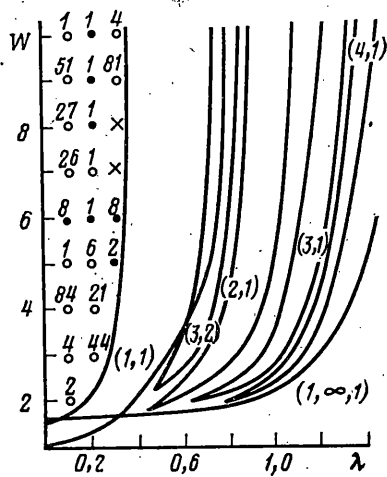
Утверждение 2. Система (T, Φ) является диссипативной при $0 \leq R < 1$, т. е. любая точка из области определения Φ отображения T при действии T попадает и не может выйти из области $q^* \leq q_m^*$.

Действительно, при достаточно больших q_0^* первое уравнение из (3.2) имеет первый больший t_0 корень Θ_1 , равный либо $t_0 + \pi\lambda^{-1} + o[(q_0^*)^{-1/2}]$, либо $t_0 + o[(q_0^*)^{-1/2}]$. Если $\Theta_1 = t_0 + o[(q_0^*)^{-1/2}]$, то из второй формулы в (3.2) следует $q^* = -Rq_0^* \{1 + o[(q_0^*)^{-1/2}]\} < 0$, что противоречит определению отображения T как переводящего точку ($q=0$, $q_0^* \geq 0$, t_0) в точку ($q=0$, $q^* \geq 0$, t). Отсюда первый больший t_0 корень уравнения из (3.2) равен $\Theta_1 = t_0 + \pi/\lambda + o[(q_0^*)^{-1/2}]$. В силу (3.2) $q^* = -Rq_0^* \{-1 + o[(q_0^*)^{-1/2}]\}$, т. е. для любого $\varepsilon > 0$ при достаточно большом q_m^* при всех $q_0^* \geq q_m^* R(1-\varepsilon)q_0^* < q^* < R(1+\varepsilon)q_0^*$. Значит после достаточно большого числа итераций T^n отображения T точка $(0, q_0^* \geq q_m^*, t_0)$ преобразуется в точку $(0, q_n^*, t_n)$, где $q_n^* < R^n(1+\varepsilon)^n q_0^* \leq q_m^*$.

5. Структура пространства параметров. В дальнейшем используются следующие обозначения для установившихся движений в системе $(T; \Phi)$: (i, n) — i -кратная неподвижная точка отображения T , которая соответствует периодическому движению системы (1.3) — (1.5) периода $2\pi n$ с i



Фиг. 1



Фиг. 2

ударами на периоде; (i, ∞, n) — движение, которому соответствует в системе (1.3)–(1.5) периодическое движение периода $2\pi n$ с i ударами, после которых фазовая точка попадает в область бесконечноударных движений.

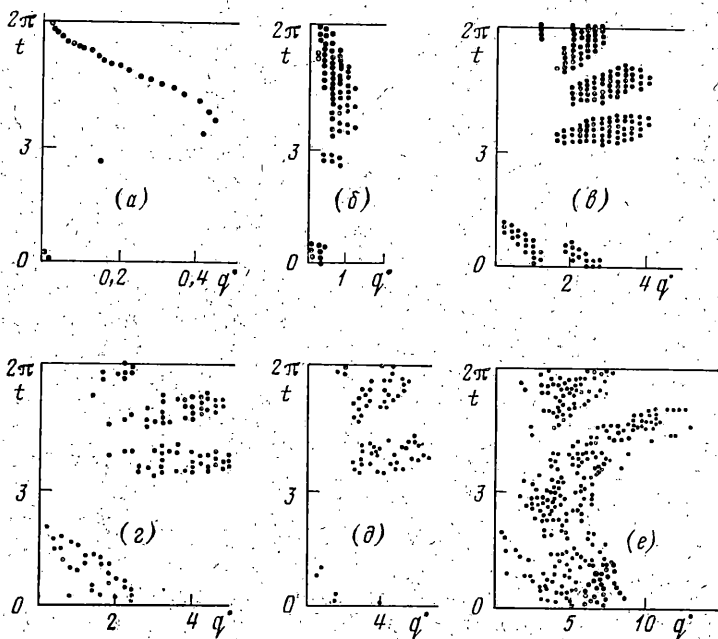
Для выяснения видов установившихся движений в изучаемой системе (T, Φ) проводились численные эксперименты. В силу утверждения 2 в системе (T, Φ) следует изучать поведение итераций точек из некоторой ограниченной области фазового пространства Φ . В силу утверждения 1 при постоянных $W > 1$ и $0 \leq R < 1$ при достаточно больших $\lambda \geq \lambda_m(W, R)$ в системе (T, Φ) устанавливается движение $(1, \infty, 1)$. Как показывают расчеты $\lambda_m(W; 0,1) < 0,7$; $\lambda_m(W; 0,5) < 1,6$; $\lambda_m(W; 0,9) < 3,6$ при $W \leq 10$. Поэтому структуру пространства параметров W, R, λ можно описать, рассматривая изменения установившихся движений системы при уменьшении λ от значений $\lambda = \lambda_m$ до нуля при постоянных W и R (при $\lambda = 0$ установившиеся движения описаны в работе [7]).

1. Малые значения R ($R \leq 0,3$). Примерное разбиение пространства параметров W, λ при малых фиксированных значениях R показано на фиг. 1. На ней для $R = 0$, 1 указаны области существования установившихся движений $(1, \infty, 1)$ и $(1, 1)$, а также ряд установившихся движений при соответствующих значениях λ и W . При этом использованы обозначения, которые применяются и на других фигурах: число i рядом с залитым кружком означает существование при соответствующих значениях параметров установившегося движения (i, n) ; число i рядом со светлым кружком — установившегося движения (i, ∞, n) ; крестик — хаотического движения.

Под хаотическим движением здесь понимается движение без видимой регулярности в течение 400 итераций отображения T .

Граница $\lambda = \lambda_m(W, R)$ области существования установившегося движения $(1, \infty, 1)$ соответствует попаданию точки $TP = T(q=0, q^*=0, t^* = \arcsin W^{-1})$ на границу области существования бесконечноударных движений. При уменьшении λ от значений λ_m движение $(1, \infty, 1)$ переходит в движение $(i, 1)$, где i уменьшается до 2 при постепенном уменьшении λ (в фазовом пространстве движение $(i, 1)$ происходит вблизи границы области существования бесконечноударных движений). При последующем уменьшении λ возникает движение $(1, 1)$. Область притяжения описанных движений составляет почти все фазовое пространство системы (T, Φ) .

Исключение из описанной картины составляют малые величины λ вблизи границы $\lambda = \lambda_m(W, R)$. В этой области в пространстве параметров перекрываются области существования как правило двух установившихся движений, одно из которых есть $(1, 1)$. Однако в ней указанные на фиг. 1 установившиеся движения имеют в фазовом пространстве области



Фиг. 3

притяжения, которые составляют большую часть фазового пространства.

При уменьшении λ и выходе из области существования установившегося режима $(1, 1)$ происходит каскад бифуркаций удвоения периода [8], в результате чего в окрестности исчезнувших кратных точек возникают хаотические движения. Однако область их существования в пространстве параметров невелика. При дальнейшем уменьшении λ реализуются в основном установившиеся движения (i, ∞, n) , где i мало. Область притяжения описанных движений составляет почти все фазовое пространство. Исключением являются те значения параметров λ и W , при которых в системе существуют установившиеся движения $(1, n)$, $n \geq 2$, а также движения, в которые переходят последние при уменьшении λ . Однако и для таких значений параметров λ и W движения, указанные на фиг. 1, притягивают большую часть точек в фазовом пространстве системы (T, Φ) . Движения $(1, n)$ при уменьшении λ также исчезают через каскад бифуркаций удвоения, что приводит к возникновению хаотических движений в окрестности исчезнувших кратных точек. Области существования в пространстве параметров и области притяжения в фазовом пространстве установившихся движений $(1, n)$ (а также движений, в которые переходят $(1, n)$ при изменении параметров) с ростом n уменьшаются.

2. Средние значения R ($0,3 < R < 0,6$). Примерное разбиение пространства параметров W, λ при фиксированном R в этом случае показано на фиг. 2. На ней для $R=0,5$ указаны наиболее значительные области существования определенных установившихся движений, а также ряд установившихся движений при соответствующих значениях параметров λ и W . Разбиение пространства параметров λ и W в этом случае отличается качественно от разбиения при малых R (см. фиг. 1) тем, что имеются значительные области существования движений $(4, 4)$, $(3, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 2)$. Последние движения возникают одно вместо другого в результате бифуркаций при изменении параметров системы.

В фазовом пространстве для областей притяжения возникающих установившихся движений также справедливо все сказанное выше. Исключение составляют те значения параметров λ и W , при которых существуют одновременно движения $(1, 1)$ и $(3, 2)$ (или $(1, \infty, 1)$). В этом случае фазовое пространство состоит в основном из двух частей: большая часть точек притягивается движением $(3, 2)$ (или $(1, \infty, 1)$), меньшая — движением $(1, 1)$.

3. Большие значения R ($R \geq 0,6$). В этом случае при уменьшении λ от значений $\lambda = \lambda_m(W, R)$ реализуются в основном или установившиеся движения $(i, 1)$, а затем хаотические, или сразу хаотические движения. В фазовом пространстве системы описанные движения происходят в окрестности границы области существования бесконечноударных движений. При дальнейшем уменьшении λ до 0 область, которую занимают в фазовом пространстве хаотические движения, увеличивается. В этой области в фазовом пространстве могут возникать при некоторых значениях λ устойчивые движения (i, n) при определенных i и n (чаще всего возникает единственное движение, реже два различных устойчивых движения), и тогда области притяжения установившихся движений (i, n) составляют почти все фазовое пространство системы (переходный процесс, который предшествует установившемуся движению (i, n) в этом случае, сохраняет хаотический характер). На фиг. 3 для $R=0,9$, $W=3,5$ и соответственно уменьшающегося ряда значений параметра $\lambda=3,52; 2,97; 1,37; 1,27; 0,97; 0,22$ показаны итерации $T^k P$, $k=1, 2, \dots, N$, точки $P(0, 0, \arcsin W^{-1})$ на плоскости $q=0$ ($\lambda_m(W=3,5, R=0,9)=3,53$): для фиг. 3, а, б, в $N=400$, для фиг. 3, г $N=20\,000$ (не показаны первые 100 итераций точки P). В случаях, показанных на фиг. 3, г, д в системе устанавливается цикл из трехкратных и двукратных неподвижных точек соответственно: M^* ($q^*=2,84; t=4,80$), TM^* (2,11; 5,97), T^2M^* (2,74; 3,60) и M^* (3,73; 4,05), TM^* (3,29; 5,5), и на фиг. 3, г, д показаны итерации $T^k P$ вплоть до момента установления.

Из регулярных движений наиболее значительные области существования в пространстве параметров при $\lambda < \lambda_m(W, R)$ имеют движения $(1, 1)$ и $(2, 1)$. Для $R=0,9$ эти области показаны на фиг. 4, где указаны также установившиеся движения для ряда значений параметров.

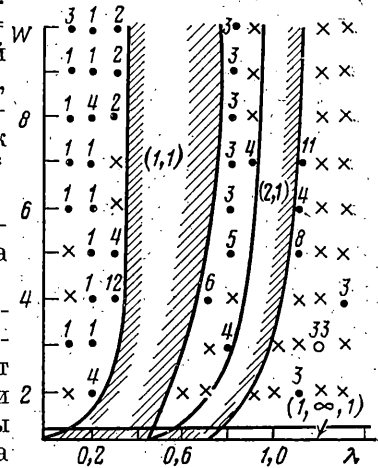
В плоскости параметров W, λ слева от области существования движений $(1, 1)$ при малых λ могут возникать и движения (i, ∞, n) , где i — большое, а при $R \rightarrow 1$ число i возрастает. Движения (i, ∞, n) могут возникать также при выборе параметров W, λ вблизи от границы $\lambda = \lambda_m$ области существования движения $(1, \infty, 1)$.

При значениях параметров справа от области существования движения $(1, 1)$ в плоскости параметров W, λ (фиг. 4) области притяжения в фазовом пространстве описанных выше установившихся движений составляют в основном почти все фазовое пространство. В плоскости W, λ слева от области существования движения $(1, 1)$ есть области существования движений $(1, n)$, которые могут перекрываться. Поэтому в этой области на плоскости параметров W, λ возможно одновременное существование сразу нескольких периодических движений (i, n) , а также иных движений со значительными областями притяжения в фазовом пространстве системы.

Внутри области существования движения $(1, 1)$ (или $(2, 1)$) в пространстве параметров существуют два множества: в первом почти все фазовые траектории системы притягиваются движением $(1, 1)$ (или $(2, 1)$), во втором могут существовать иные установившиеся движения, которые также обладают значительной областью притяжения в фазовом пространстве системы (последнее множество на фиг. 4 заштриховано).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русаков И. Г., Харкевич А. А. Вынужденные колебания системы, ударяющейся об ограничитель // Ж. техн. физики. 1942. Вып. 11/12. С. 715–721.
2. Беспалова Л. В. К теории виброударного механизма // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 5. С. 3–14.



Фиг. 4

3. Асташев В. К. К динамике осциллятора, ударяющегося об ограничитель // Машиноведение. 1971. № 2. С. 5-9.
4. Бабицкий В. И. Теория виброударных систем: Приближенные методы. М.: Наука, 1978. 352 с.
5. Горбиков С. П. Особенности строения фазового пространства динамических систем с ударными взаимодействиями // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 3. С. 23-26.
6. Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. 471 с.
7. Горбиков С. П., Неймарк Ю. И. Основные режимы движения при вибротранспортировании с подбрасыванием // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 39-50.
8. Feigenbaum M. J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // J. Stat. Phys. 1978. V. 19. No. 1. P. 25-52.

Горький

Поступила в редакцию
7.XII.1988