МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 · 1990

УДК 539.375

Л. И. СЛЕПЯН

О МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРУШЕНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА

Предполагается, что деформация ледяного покрова подчиняется уравнению изгиба упругой пластины, лежащей на поверхности воды, а его разрушение определяется как классическим критерием прочности, так и энергетическим критерием Гриффитса. Показано, что при этом можно обойти противоречивые условия точного моделирования и установить связи между модельными и натурными параметрами в сходных условиях продолжающегося квазистатического и динамического разрушений. Определены масштабные эффекты, относящиеся к различным компонентам внешних усилий, к смене механизмов разрушения, а также к роли нелинейности, обусловленной возможным погружением в воду какой-либо части поверхности ледяного покрова.

Введение. Развитие разрушения — распространение трещин — приводит к уменьшению жесткости тела, что влечет выделение энергии. Критерий Гриффитса состоит в том, что если этой энергии достаточно для образования новой поверхности, точнее, если выделяющаяся энергия не меньше поверхностной, то будет развиваться трещина. То же заключение можно сделать и относительно повреждений, распределенных по объему тела. Локализация — образование магистральной трещины может происходить после длительного накопления повреждений или сразу же после достижения напряжениями критического уровня, почти одновременно с возникновением повреждений, распределенных по объему. Но независимо от типа и уровня объемных повреждений энергия, выделяющаяся из упругого тела, пропорциональна напряжениям и, следовательно, отвечающий им критерий состоит в нормировании напряжений (развивающиеся объемные повреждения рассматриваются в [1]).

Хорошо известно, и это проявилось в теоретических выводах и опытах Гриффитса, что влияние поверхностной энергии приводит к масштабным эффектам. Учет наряду с поверхностной энергией объемных повреждений или, что по существу то же, совместный учет критерия Гриффитса и классического критерия прочности позволяет описать не только масштабный эффект, связанный с развитием трещин, но и смену механизмов разрушения и ее зависимость от размеров тела, в данном случае — от толщины льда.

Рассмотрим процесс разрушения льда, лежащего на поверхности воды, полагая скорость деформации достаточно большой, чтобы его можно было считать упругохрупким телом. Точному моделированию препятствует наличие трех масштабов длины: толщины льда h и отношений $E(\rho g)^{-1}$, $\gamma(\rho g h)^{-1}$, где E — модуль упругости льда, ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения, γ — эффективная поверхностная энергия, фигурирующая в энергетическом критерии роста трещин. Для того чтобы одновременно с h уменьшить указанные отношения, необходимо изменить некоторые из входящих в них параметров, например увеличить эффективное значение ускорения свободного падения (в принципе это возможно — см. [2]) и уменьшить эффективную поверхностную энергию льда. Подобные меры, однако, практически применительно к работам в ледовом бассейне крайне затруднены.

Если же не настаивать на полном моделировании, а, несколько сузив диапазон условий эксперимента, воспользоваться методами механики разрушения и определенной моделью деформирования ледяного покрова, то можно обойти указанные затруднения и установить нужные соотношения между модельными и натурными процессами — определить зависимость усилий и характера разрушения от толщины льда. Эти данные могут быть использованы при практическом моделировании разрушения льда в бассейне и при перенесении результатов модельных экспериментов на натурные условия.

2. Квазистатическая задача о разрушении при действии вертикальной нагрузки. Предположим, что длины волн изгиба ледяного покрова существенно больше его толщины. При этом изменение энергии деформации льда по мере роста трещин, а следовательно, и энергию, идущую на разрушение, можно определить, основываясь на уравнении изгиба тонкой пластины, в котором учтем возможные цепные усилия растяжения T_x, T_y и сдвига S (прямоугольные декартовы координаты x, y лежат в плоскости пластины)

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\Delta^2 w - T_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - T_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2S\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} + \rho g w = q(x, y)$$

$$(x,\ y\in\omega) \qquad (1.1)$$

где ν — коэффициент Пуассона, Δ — оператор Лапласа, w — поперечное перемещение, q — внешняя поперечная нагрузка, ω — область на плоскости, x, y, занимаемая льдом.

Возьмем в качестве линейного масштаба величину

$$L = \left(\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)\rho g}\right)^{1/4} \qquad (1.2)$$

и введем безразмерные переменные

$$x_0 = x/L,\ y_0 = y/L,\ w_0(x_0,\ y_0) = w(x,\ y)/L \qquad (1.3)$$

$$T_{x0}(x_0, y_0) = \frac{T_x(x, y)}{\rho g L^2}, \dots, q_0(x_0, y_0) = \frac{q(x, y)}{\rho g L}$$

В результате уравнение (1.1) примет вид (ω_0 — образ ω на плоскости x_0, y_0)

$$\Delta^2 w_0 - T_{x0}\frac{\partial^2 w_0}{\partial x_0{}^2} - T_{y0}\frac{\partial^2 w_0}{\partial y_0{}^2} - 2S_0\frac{\partial^2 w_0}{\partial x_0\partial y_0} + w_0 = q_0(x_0, y_0) = Q_0 p_0(x_0, y_0),$$

$$Q_0 = \iint_{\omega_0} q_0(x_0, y_0)\,dx_0\,dy_0 \qquad (1.4)$$

Видно, что, взяв в качестве модели деформирования льда уравнение (1.1), можем вместо первых двух из указанных выше ограничиться одним масштабом длины (1.2). Действительно, уравнение (1.4) не содержит единиц длины и для моделирования изгиба пластины достаточно сохранить $T_{x0}(x_0,\ y_0), \dots, Q_0,\ p_0(x_0,\ y_0)$. Соответствие между модельными и натурными величинами определяется по (1.3).

Дополнительные возможности, позволяющие игнорировать третий масштаб, создаются линейностью уравнения. Перемещение можно представить следующим образом:

$$w = Lw_0 = LQ_0 v(x_0,\ y_0,\ l_0) \qquad (1.5)$$

где v — решение уравнения (1.4) при $Q_0=1$ и заданных граничных условиях (приведенных к безразмерному виду в соответствии с (1.3)), l_0 — параметр, входящий в эти условия, равный (безразмерной) длине сквозных трещин в ледяном покрове.

В условиях продолжающегося квазистатического разрушения $Q_0=Q_0(l_0)$. Если $A(l_0)$ — работа внешних сил, то

$$\frac{dA}{dl_0}=\iint\limits_{\omega} q\frac{\partial w}{\partial l_0}dx\,dy=\rho gL^4Q_0\iint\limits_{\omega_0} p_0\frac{\partial}{\partial l_0}[Q_0(l_0)v(x_0,y_0,l_0)]dx_0\,dy_0=$$

$$=\rho gL^4Q_0\iint\limits_{\omega_0} p_0\left(v\frac{dQ_0}{dl_0}+Q_0\frac{\partial v}{\partial l_0}\right)dx_0\,dy_0 \tag{1.6}$$

Потенциальная энергия деформации пластины

$$U=\frac{1}{2}\iint\limits_{\omega} qw\,dx\,dy$$

и, следовательно,

$$\frac{dU}{dl_0}=\frac{1}{2}\rho gL^4\iint\limits_{\omega_0} p_0\frac{\partial}{\partial l_0}(Q_0^2v)\,dx_0\,dy_0=$$

$$=\rho gL^4Q_0\iint\limits_{\omega_0} p_0\left(v\frac{dQ_0}{dl_0}+\frac{1}{2}Q_0\frac{\partial v}{\partial l_0}\right)dx_0\,dy_0 \tag{1.7}$$

Сравнивая (1.6) и (1.7), определяем избыток энергии и приравниваем его энергии разрушения

$$\frac{dA}{dl_0}-\frac{dU}{dl_0}=\frac{1}{2}\rho gL^4Q_0^2\iint\limits_{\omega_0} p_0\frac{\partial v}{\partial l_0}dx_0\,dy_0=2\gamma Lh \tag{1.8}$$

(коэффициент 2 в правой части поставлен, как обычно, из-за того, что при прорастании трещины образуются два ее берега — две поверхности). Учитывая теперь, что в соответствии с (1.3), (1.4) сила $Q=\rho gL^3Q_0$, из (1.8) находим искомую связь

$$Q=Q_c=2(\rho g\gamma hL^3/\varkappa)^{1/2}=2(\rho g)^{1/8}[E/(12(1-\nu^2))]^{3/8}(\gamma/\varkappa)^{1/2}h^{13/8}$$

$$\varkappa=\iint\limits_{\omega_0} p_0\frac{\partial v}{\partial l_0}dx_0\,dy_0 \tag{1.9}$$

Так как p_0, v, а следовательно, и $\varkappa$ не зависят от h, для сходных (в масштабе (1.2)) картин разрушения сила оказывается пропорциональной $h^{13/8}$.

Развитие вертикальных сквозных трещин не может, однако, происходить безпредельно. При некотором значении внешних поперечных усилий произойдет разрушение от изгибных напряжений — в результате исчерпания прочности по классическому критерию [1]. В отличие от в целом устойчивого роста радиальных трещин, распространяющихся от области действия нагрузки, появится неустойчивая кольцевая трещина, в результате распространения которой разрушение произойдет практически мгновенно. Определим зависимость критической в указанном смысле силы от толщины льда.

Максимальная деформация при изгибе ε_{max} пропорциональна кривизне и толщине. С точностью до множителя, не зависящего от толщины, можно записать

$$\varepsilon_{max}=h\frac{\partial^2w}{\partial x^2}=\frac{h}{L}\frac{\partial^2w_0}{\partial x_0^2}=\frac{Qh}{\rho gL^4}\frac{\partial^2v}{\partial x_0^2}=\varepsilon_* \tag{1.10}$$

где ε_* — критическое значение деформации. Отсюда

$$Q=Q_*=\text{const}\cdot L^4/h=\text{const}\cdot h^2 \tag{1.11}$$

[1] Замечание по поводу экспериментально наблюдаемой смены механизмов разрушения см. *Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М.* Механика разрушения ледяного покрова: Препринт № 200. М.: ИПМ АН СССР, 1982.

и отношение

$$Q_*/Q_c = \mathrm{const}\cdot h^{1/8} \qquad (1.12)$$

При точном моделировании деформации (когда это возможно) напряжения должны сохраняться (поскольку сохраняется модуль упругости) и, следовательно, сила должна быть пропорциональна h^2, как это и оказалось для Q_* (1.11). Учитывая это, можно сказать, что в отношении разрушения по классическому критерию масштабный эффект отсутствует.

Тот факт, что отношение силы Q_* к силе Q_c, необходимой для развития устойчивых трещин, с ростом толщины льда растет, должен приниматься во внимание при моделировании: смена механизмов разрушения — переход от развития радиальных трещин к кольцевому разрушению в бассейне (при малых толщинах льда) должен происходить раньше, чем в натурных условиях (при меньших, в масштабе L, размерах радиальных трещин).

Еще одно возможное искажение при моделировании связано с нелинейностью, не учтенной в (1.1), а именно реакция воды стабилизируется при полном погружении льда, поэтому член $\rho g w$ в (1.1) следовало бы заменить на

$$\rho g\{w-[w-(1-\rho_+/\rho)h]H[w-(1-\rho_+/\rho)h]\}$$

где ρ_+ — плотность льда, H — функция Хевисайда (менее вероятная возможность полного выхода льда из воды здесь не учитывается). Тогда в (1.4) вместо члена w_0 получим

$$w_0-[w_0-(1-\rho_+/\rho)h/L]H[w_0-(1-\rho_+/\rho)h/L]$$

Отсюда видно, что критическое значение безразмерного прогиба, при превышении которого моделирование искажается, пропорционально $h^{1/4}$.

Таким образом, моделирование в данном смысле будет правильным до тех пор, пока вся поверхность льда будет над водой в модельном эксперименте.

3. Динамическая задача. При некоторых условиях, когда нагрузка нарастает или движется достаточно быстро, но так, что длинноволновое приближение в теории изгиба упругого слоя еще приемлемо, заметное влияние может оказать инерция воды (при длинных волнах изгиба масса пластины мала по сравнению с присоединенной). Сжимаемостью воды пренебрегаем.

Пусть Ω — область на плоскости x, y, занимаемая водой. Тогда вместо (1.1) имеем следующее уравнение:

$$\left[\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\Delta^2 w - T_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - T_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2S\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right]B(x,y)+\rho g w+$$

$$+\rho\iint\limits_{\Omega}\Phi(x,y,\xi,\eta)\,\frac{\partial^2 w(\xi,\eta,t)}{\partial t^2}\,d\xi\,d\eta = q(x,y,t) \qquad (2.1)$$

$$\omega\subset\Omega,\ (x,y)\in\Omega,\ B(x,y)=1\ ((x,y)\in\omega),\ B(x,y)=0\ ((x,y)\bar{\in}\omega)$$

Здесь Φ — фундаментальное решение, определяемое лишь геометрическими параметрами рассматриваемой акватории.

Замечание. Если область, занимаемая водой, такова, что в силу ее несжимаемости

$$\iint\limits_{\Omega} w\,dx\,dy \equiv 0 \qquad (2.2)$$

фундаментальное решение строится с учетом этого тождества, им же дополняется уравнение (2.1). В случае полупространства условие (2.2) не обязано выполняться, фундаментальное решение отвечает ускорению $\partial^2 w/\partial t^2 = \delta(x-\xi)\delta(y-\eta)$ и имеет вид

$$\Phi = \frac{1}{2\pi}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]^{-1/2}$$

В любом случае размерность Φ есть 1/м.

Уравнение (2.1) совместно с однородными условиями на трещинах и критерием разрушения определяет решение задачи.

Введем наряду с линейным масштабом (1.2) масштаб времени $T=(L/g)^{1/2}$. Из (2.1) следует

$$\left[\Delta^2 w_0 - T_{x0}\frac{\partial^2 w_0}{\partial x_0^2} - T_{y0}\frac{\partial^2 w_0}{\partial y_0^2} - 2S_0\frac{\partial^2 w_0}{\partial x_0 \partial y_0}\right] B_0(x_0, y_0) + w_0 +$$

$$+ \iint_{\omega_0} \Phi_0(x_0, y_0, \xi_0, \eta_0)\frac{\partial^2 w_0(\xi_0, \eta_0, t_0)}{\partial t_0^2} d\xi_0\, d\eta_0 = q_0(x_0, y_0, t_0) =$$

$$= Q_0(t_0) p_0(x_0, y_0, t_0)$$

$$t_0 = t/T, \quad \Phi_0 = \Phi L, \quad \iint_{\Omega_0} p_0(x_0, y_0, t_0)\, dx_0\, dy_0 = 1 \tag{2.3}$$

$$B_0(x_0, y_0) = 1 \ ((x_0, y_0) \in \omega_0), \ B_0(x_0, y_0) = 0 \ ((x_0, y_0) \bar{\in} \omega_0)$$

Здесь Ω_0, ω_0 — образы Ω, ω на плоскости x_0, y_0.

Пусть $w_0 = w_{00}(x_0, y_0, t_0)$ — решение уравнения (2.3) (возможно, дополненного условием (2.2)) при указанной там внешней нагрузке, нулевых начальных условиях и таком законе роста трещин (ему отвечает зависимость $l_0 = l_0(t_0)$), при котором тождественно выполняется критерий разрушения для пластины единичной толщины при единичной поверхностной энергии: поток энергии, идущей на разрушение

$$N_0 = 2dl_0/dt_0 \tag{2.4}$$

Умножим правую часть (2.3) на постоянную C. Тогда при прежней зависимости $l(t_0)$ в силу линейности задачи ее решением будет $w_0 = Cw_{00}(x_0, y_0, t_0)$, а поток энергии, идущей на разрушение, станет равным

$$N_0 = 2C^2 dl_0/dt_0 \tag{2.5}$$

Размерное значение потока энергии

$$N = 2C^2 \frac{dl_0}{dt_0}\frac{\rho g L^4}{(L/g)^{1/2}} = 2\gamma h\frac{dl}{dt} = 2\gamma h (gL)^{1/2}\frac{dl_0}{dt_0}$$

Отсюда $C = [\gamma h/(\rho g L^3)]^{1/2}$ и, следовательно, сила

$$Q = \rho g L^3 C Q_0(t_0) = (\rho g \gamma h L^3)^{1/2} Q_0(t_0) = \text{const}\cdot Q_0(t_0) h^{13/8} \tag{2.6}$$

Зависимость (2.6) отличается от статической (1.9) лишь тем, что вместо множителя $\varkappa^{-1/2}$ здесь стоит $Q_0(t)$.

Заметим, что эта зависимость реализуется лишь после того, как трещины (и волны изгиба) станут достаточно длинными по сравнению с толщиной льда.

4. Масштабный эффект для внешнего момента. В общем случае внешние усилия могут действовать под произвольным углом к поверхности ледяного покрова. Моделирование в отношении вертикальной составляющей $P = P_z$ рассмотрено выше. Действие горизонтальных составляющих статически эквивалентно действию сил P_x, P_y, лежащих в срединной плоскости пластины, и моментов M_x, M_y, M_z. Рассмотрим вначале моделирование в отношении моментов M_x, M_y, изгибающих пластину, так же как и в случае силы P_z, на основе уравнения (1.1).

При действии внешних моментов плотностью $m_x(x, y)$, $m_y(x, y)$ (соответствующие индексам моменты, приходящиеся на единицу площади) правая часть уравнения (1.1) дополняется суммой $-\partial m_x/\partial y + \partial m_y/\partial x$. Примем здесь $q=0$, введем те же безразмерные переменные, что и выше (1.3), и, кроме того, положим

$$m_{x0}(x_0, y_0)=m_x(x, y)/(\rho g L^2),\ m_{y0}(x_0, y_0)=m_y(x, y)/(\rho g L^2)$$
$$m_{x0}=M_{x0}p_{x0}(x_0, y_0),\ m_{y0}=M_{y0}p_{y0}(x_0, y_0), \tag{3.1}$$
$$\iint\limits_{\omega_0} p_{x0,y0}\,dx_0\,dy_0=1$$

При этом получается уравнение, отличающееся от (1.4) лишь наименованиями безразмерных переменных в правой части, так же как и в (1.4), не зависящих от h. Представим его решение в виде

$$w=L[M_{x0}v_x(x_0, y_0, l_0)+M_{y0}v_y(x_0, y_0, l_0)] \tag{3.2}$$

Если $A(l_0)$ — работа указанных моментов, то

$$\frac{dA}{dl_0}=\iint\limits_{\omega}\left(m_x\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial l_0}-m_y\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial l_0}\right)dx\,dy=$$
$$=\rho g L^4\iint\limits_{\omega_0}\left[M_{x0}p_{x0}\left(M_{x0}\frac{\partial^2 v_x}{\partial y_0\partial l_0}+M_{y0}\frac{\partial^2 v_y}{\partial y_0\partial l_0}\right)-\right.$$
$$-M_{y0}p_{y0}\left(M_{x0}\frac{\partial^2 v_x}{\partial x_0\partial l_0}+M_{y0}\frac{\partial^2 v_y}{\partial x_0\partial l_0}\right)+M_{x0}p_{x0}\left(\frac{dM_{x0}}{dl_0}\frac{\partial v_x}{\partial y_0}+\frac{dM_{y0}}{dl_0}\frac{\partial v_y}{\partial y_0}\right)-$$
$$\left.-M_{y0}p_{y0}\left(\frac{dM_{x0}}{dl_0}\frac{\partial v_x}{\partial x_0}+\frac{dM_{y0}}{dl_0}\frac{\partial v_y}{\partial x_0}\right)\right]dx_0dy_0 \tag{3.3}$$

Определяя так же, как и в (1.7), потенциальную энергию деформации, получим, что ее производная по l_0 отличается от dA/dl_0 половиной правой части (3.3) без членов, в которые входят производные от моментов. Обращаясь к критерию разрушения (1.8) и учитывая, что

$$M=(M_x^2+M_y^2)^{1/2}=\rho g L^4 M_0=$$
$$=\rho g L^4(M_{x0}^2+M_{y0}^2)^{1/2}$$

находим

$$M=\mathrm{const}\cdot(\rho g\gamma h L^5)^{1/2}=\mathrm{const}\cdot h^{19/8} \tag{3.4}$$

Конечно, при сохранении всех безразмерных переменных сохраняется и соотношение между проекциями внешнего момента M_x, M_y.

Что касается динамической задачи, то здесь те же рассуждения, что и в п. 2, приводят к выводу, что зависимость (3.4) сохраняется как множитель при некоторой функции безразмерного времени t_0.

5. Горизонтальная сила и общее моделирование. Действие горизонтальной силы, приложенной в срединной плоскости пластины, может повлиять на ее изгиб лишь за счет изменения цепных усилий T_x, T_y, S. Однако при локальной внешней нагрузке ее влияние будет быстро уменьшаться по мере удаления от места приложения, так что роль рассматриваемой силы в изгибе пластины не велика. В то же время ее вклад в процесс развития трещин может быть существенным. Он определяется плоским напряженным состоянием пластины, которое не зависит от «упругого основания» (жесткости ρg). При сохранении напряжений (их отношения к модулю упругости) сила пропорциональна толщине в квадрате $P\sim Eh^2$, перемещение $u\sim P/(Eh)$, работа $A\sim P^2/(Eh)$, ее производная по длине трещин $\partial A/\partial l\sim P^2/(Eh^2)$. Приравнивая ее энергии разрушения, приходящейся на единицу приращения длины трещин, получаем

$$P=P_c\sim(E\gamma h^3)^{1/2} \tag{4.1}$$

Динамические эффекты здесь будут заметны лишь при скоростях, сравнимых со скоростью звука во льду. Для умеренных скоростей, для которых справедливы рассуждения о моделировании разрушения при изгибе, зависимости, относящиеся к плоскому напряженному состоянию, можно полагать квазистатическими.

Как видно из (1.9), (4.1), зависимости для вертикальной и горизонтальной сил оказались разными. Кроме того, они относятся к разным зависимостям для длин трещин ($l \sim L$ и $l \sim h$). Это, казалось бы, затрудняет моделирование для действия наклонной силы с составляющими Q, P. Учтем, однако, что в линейные соотношения плоской задачи, которым, будем предполагать, подчиняется деформация пластины при плоском напряженном состоянии, толщина h не входит. Кроме того, вследствие линейности задачи нет необходимости сохранить отношение напряжений к модулю упругости. Поэтому в качестве единицы длины (в плоскости x, y) для плоской задачи можно взять ту же, что и в задаче о изгибе, т. е. L. Полагая ледяное поле конечным и уравновешенным, имеем

$$A \sim \sigma^2 hL^2/E,\ P \sim hL\sigma,\ A \sim P^2/(Eh)$$

$$\partial A/\partial l_0 \sim P^2/(EL) \sim \gamma hL \tag{4.2}$$

Отсюда находим

$$P=P_c=\text{const}\cdot(E\gamma h^2 L)^{1/2}=\text{const}\cdot h^{11/8} \tag{4.3}$$

При этом соотношение между величинами энергии, идущей на разрушение за счет работы вертикальной и горизонтальной сил, не зависит от h, так как от этого размера не зависит отношение правых частей соотношений (1.8), (4.2). Это существенно ввиду того, что значения эффективной поверхностной энергии, отвечающей распространению трещин в результате изгиба и при плоском напряженном состоянии пластины, могут быть разными.

Таким образом, при моделировании угол наклона линии действия силы к горизонту α должен изменяться, а именно, как это следует из (1.9), (4.2),

$$\operatorname{tg}\alpha=Q_c/P_c=\text{const}\cdot(\rho g L^2/Eh)^{1/2}=\text{const}\cdot h^{1/4} \tag{4.4}$$

Для того чтобы при найденной зависимости для горизонтальной силы (4.3) удовлетворить требованию в отношении момента (3.4), расстояние a от линии ее действия до срединной плоскости должно изменяться пропорционально h:

$$a=M/P=\text{const}\cdot(\rho g L^4/Eh)^{1/2}=\text{const}\cdot h \tag{4.5}$$

Что же касается вертикальной составляющей момента M_z, то ее действие проявляется, так же как и действие сил P_x, P_y, в плоской задаче. Поэтому при моделировании следует принять (см. (4.3))

$$M_z=\text{const}\cdot PL=\text{const}\cdot(E\gamma h^2 L^3)^{1/2}=\text{const}\cdot h^{17/8}$$

В заключение подчеркнем, что использование приведенных выше степенных зависимостей для масштабных эффектов при моделировании возможно лишь при одновременном учете тех ограничений, которые обусловлены сменой механизмов разрушения и возможным погружением льда под воду в модельном эксперименте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кондауров В. И.* Энергетический подход к задаче континуального разрушения твердого тела // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 6. С. 17–22.
2. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 438 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
3.V.1988