

УДК 539.374

© 1990 г.

А. И. КОРНЕЕВ, А. П. НИКОЛАЕВ

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РИКОШЕТА ПРИ КОСОМ УДАРЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА ПО ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДЕ

Случай соударения твердых деформируемых тел под углом наиболее интересен с практической точки зрения. В работах [1, 2] предпринята попытка установления простых зависимостей, связывающих параметры взаимодействующих тел, когда угол подхода ударника к преграде отличен от прямого. Предельным случаем полученных зависимостей является кривая рикошета.

В работах [3, 4] вычисляется коэффициент восстановления (отношение скорости отскока к начальной скорости удара) при ударе по нормали. Скорости удара до нескольких метров в секунду позволили авторам рассматривать задачу в приближении: жесткий ударник — упругая или идеально-пластическая преграда. Такое приближение приводит к неверным результатам для более высоких скоростей удара. На основе численно-экспериментального подхода в [5] получен обширный материал по рикошетированию стального шарика от деформируемой стальной преграды, когда материалы соударяющихся сред следуют модели упругопластического тела, но не приведены зависимости, обобщающие полученные результаты.

В публикуемой работе численным методом [2] исследуется процесс рикошетирования деформируемых шара и цилиндра, материалы которых следуют модели сжимаемого упругопластического тела, от абсолютно жесткой преграды и строится простая аналитическая зависимость, связывающая угол и скорость отскока с углом и начальной скоростью удара.

1. Динамическое поведение идеальной упругопластической среды для случая двух пространственных переменных r и z описывается следующей системой уравнений

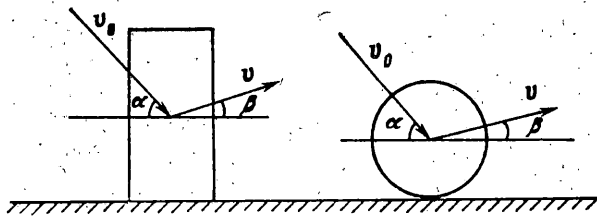
$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial (r^v w)}{\partial r} & (1) \\ \rho \frac{du}{dt} &= \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial (r^v (\sigma + S_r))}{\partial r} - v \frac{\sigma + S_\theta}{r} \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial (\sigma + S_z)}{\partial z} + \frac{1}{r^v} \frac{\partial (r^v S_{rz})}{\partial r} \\ \frac{dE}{dt} &= \sigma \frac{dV}{dt} + V (S_r e_r + S_z e_z + S_{rz} e_{rz} + v S_\theta e_\theta) \end{aligned}$$

Определяющие соотношения записываются в виде [2]:

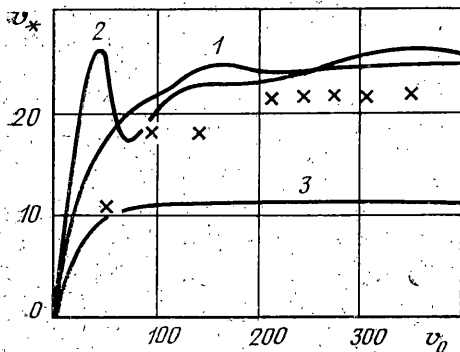
$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma(\rho, E) & (2) \\ 2\mu \left(e_r - \frac{1}{3V} \frac{dV}{dt} \right) &= \frac{D}{Dt} S_r + \lambda S_r & (3) \\ 2\mu \left(e_z - \frac{1}{3V} \frac{dV}{dt} \right) &= \frac{D}{Dt} S_z + \lambda S_z \\ \mu e_{rz} &= \frac{D}{Dt} S_{rz} + \lambda S_{rz} \end{aligned}$$

Здесь D/Dt означает производную Яуманна, а параметр λ определяется для пластического течения с помощью процедуры [6] с использованием условия текучести Мизеса

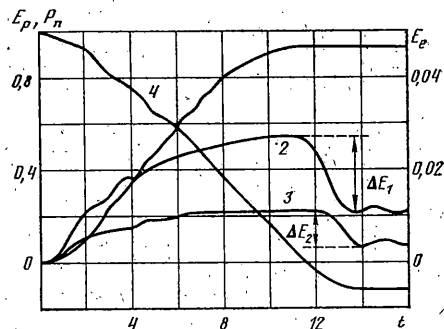
$$S_r^2 + S_z^2 + S_r S_z + S_{rz}^2 = \frac{1}{3} \sigma_s^2 \quad (4)$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

В соотношениях (1) – (4) u , w – компоненты вектора скорости по осям r и z соответственно, $V = \rho_0 / \rho$, где ρ_0 , ρ – начальное и текущее значение плотности, σ – первый инвариант тензора напряжений, E – внутренняя энергия, отнесенная к единице начального объема, S_r , S_z , S_θ , S_{rz} – компоненты дивергента напряжений, e_r , e_z , e_θ , e_{rz} – компоненты тензора скоростей деформаций, μ – модуль сдвига, σ_s – динамический предел текучести, $\nu = 0$ для случая плоской, $\nu = 1$ для случая осевой симметрии.

Для приведенной системы уравнений ставится краевая задача с начальными и граничными условиями [2]. С учетом того, что удар происходит по недеформируемому телу, контактная поверхность ударника во все время взаимодействия (до отскока) имеет нулевую скорость по нормали к преграде. Схематически задача представлена на фиг. 1. Здесь v_0 и v – вектора скоростей центра масс шарика (цилиндра) до удара и после отскока соответственно, α и β – острые углы между этими векторами и касательными к преграде ($0 < \alpha, \beta \leq 90^\circ$). Отметим, что цилиндр ударяется всей контактной поверхностью, как показано на фиг. 1. В качестве ударника рассматривался стальной шарик (цилиндр) массы $m = 6,3$ г, $\rho_0 = 7,87$ г/см³, $\mu = 81$ ГПа, $\sigma_s = 1,45$ ГПа. Конкретный вид зависимости (2) приведен в [7]. Расчет проводился по разностной схеме, изложенной в [2].

2. Исследование удара под углом к жесткой преграде можно разбить, по аналогии с [2], на два движения; по нормали и по касательной к поверхности преграды. При этом условии идеального проскальзывания между ударником и преградой приводит к неизменности касательной составляющей $mv_0 \cos \alpha$ импульса ударника во все время взаимодействия. Более того, численное решение для плоского случая (решение задачи удара шарика или цилиндра под углом в рамках двумерной постановки невозможно), системы (1) – (4) показало эквивалентность процесса удара с одной и той же нормальной составляющей скорости; единственным отличием удара по нормали и под углом (с той же нормальной составляющей скорости) будет наличие во втором случае дополнительного движения в касательном направлении, когда каждому элементу ударника добавляется, по сравнению с ударом по нормали, постоянная касательная составляющая скорости $v_0 \cos \alpha$. Разумеется, это имеет место и для реального пространственного случая удара под углом. Таким образом, по аналогии с [2], вследствие неизменности касательной составляющей импульса ударника,

достаточно ограничиться рассмотрением нормальной составляющей его импульса до и после взаимодействия.

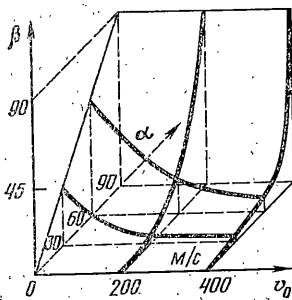
Ввиду неизменности массы ударника в процессе удара, в дальнейшем существенным будет не его импульс, а зависимость средней скорости отскока v_* от начальной скорости удара по нормали v_0 (м/с); вместо коэффициента восстановления в дальнейшем везде будем рассматривать именно эту зависимость. Ее вид для шарика, полученный численно для случая осевой симметрии, представлен на фиг. 2 (кривая 1). Здесь явно видно наличие двух ветвей: сначала при $v_0 < v_1$ ($v_1 = 150$ м/с) наблюдается плавный рост до значения 25 м/с, затем при увеличении скорости удара скорость отскока в пределах точности расчета остается постоянной. Обратим внимание на эту важную особенность упругопластического отскока шарика. Для ее объяснения рассмотрим изменение суммарной пластической E_p и упругой работы E_u во все время взаимодействия вплоть до полного отскока. На фиг. 3 приведено изменение относительной пластической (кривая 1) и упругой (кривая 2) работы для $v_0 = 200$ м/с от времени (мкс) (обе величины отнесены к начальной кинетической энергии шарика). Виден четкий максимум накопленной упругой энергии в момент $t = 11$ мкс. Пластическая работа во все время взаимодействия имеет ярко выраженный неубывающий характер. Начало горизонтальной ветви кривой 1 соответствует времени полного окончания пластических процессов. Для сравнения на кривой 3 показано (также для шарика) изменение упругой работы для $v_0 = 350$ м/с. Интересно, что абсолютная разность между максимальной накопленной и остаточной упругой энергией ΔE_1 и ΔE_2 (фиг. 3) в обоих случаях одинакова, что и определяет одинаковую скорость при отскоке. Время начала отскока можно определить из изменения нормальной составляющей импульса P_n (фиг. 3, кривая 4) по методике [2]. Сравнение кривых [2] и [4] приводит к выводу, что резкое упругое восстановление происходит при изменении знака импульса на противоположный (начало отскока). Отсюда следует, что процесс упругого восстановления целиком связан с высвобождением запасенной упругой энергии лишь в достаточной близости от зоны контакта. Тогда одинаковость абсолютных значений ΔE_1 и ΔE_2 объясняется тем, что единичный объем материала в зоне контакта в обоих случаях независимо от деформации запасает одинаковую энергию, определяемую условием Мизеса (4). Отметим хорошее качественное совпадение результатов на кривой 1 (фиг. 2) с аналогичной экспериментальной зависимостью [5] (крестиками обозначены средние значения), где, в отличие от данной работы, рассматривалась деформируемая стальная преграда с $\sigma_s = 2,35$ ГПа.

Кривая 2 (фиг. 2) соответствует случаю удара цилиндром той же массы, что и шарик, с отношением диаметра к высоте, равным 0,5. Здесь прослеживается ярко выраженная немонотонность изменения v_* , вызванная тем, что пластические деформации ударника начинаются не сразу же (как в случае с шариком), а только при ударе со скоростью v_0 , большей 40 м/с, которую легко получить из соотношения $\sigma_s = \rho c v_0$, где c — скорость звука в стали. Появление первого максимума и соответствует началу пластического деформирования. На возможность такого поведения v_* указывается в [4].

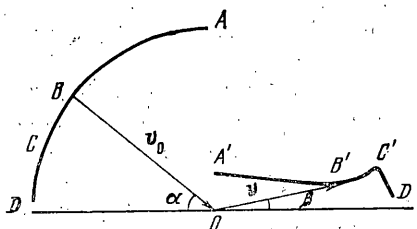
Численное исследование для ударников разных масс показало полное отсутствие масштабного эффекта, т. е. скорость отскока для любых упругопластических шаров и цилиндров, из одного и того же материала описывается соответственно кривой 1 и 2 (фиг. 2). Единственным параметром, существенно влияющим на скорость отскока, является динамический предел текучести σ_s . Зависимость v_* от v_0 для случая $\sigma_s = 0,75$ ГПа приведена для шарика на кривой 3 (фиг. 2). Учитывая вышеприведенные замечания, можем записать

$$v_* = f(v_0, \sigma_s) \quad (5)$$

причем для значений v_0 , больших v_1 , зависимость (5) имеет для шарика еще более простой вид $v_* = \text{const}$. Отметим, что все расчеты проводились для скоростей нормального удара, меньших 400 м/с, так как при превы-



Фиг. 4



Фиг. 5

шений этого значения существенными становятся процессы разрушения ударника [8], что требует специального исследования.

Переходя к удару под углом будем использовать кривые 1 и 2 (фиг. 2), но под скоростью удара v_0 будем понимать нормальную составляющую скорости удара $v_0 \sin \alpha$. Тогда для параметров v_0 , α и v , β (фиг. 1) будем иметь два соотношения

$$v_0 \cos \alpha = v \cos \beta \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \beta = f(v_0 \sin \alpha, \sigma_s) / (v_0 \cos \alpha) \quad (7)$$

где $f(v_0 \sin \alpha, \sigma_s) = v_*$ кривые на фиг. 2.

Соотношение (6) является следствием независимости касательного импульса ударника от условий соударения. Равенство (7) следует из того, что касательная и нормальная составляющие вектора v при отскоке равны $v \cos \beta$ и v_* соответственно. Равенства (6)–(7) дают возможность однозначно получить v и β по начальным данным v_0 и α . Из элементарного анализа соотношений (6)–(7) с учетом вида функций v_* следует, что скорость и угол отскока после удара всегда меньше начальной скорости удара и угла подхода соответственно, что качественно подтверждается для шарика экспериментом [5]. График изменения угла β (град) от начальных данных (v_0 — м/с, α — град) приведен для шарика на фиг. 4.

Как уже отмечалось, для $v_0 > v_*$ зависимость (7) может быть представлена для шарика в удобном для анализа виде

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{const} / (v_0 \cos \alpha) \quad (8)$$

Из (8) следует, что при постоянном угле подхода α с увеличением скорости удара v_0 угол отскока β уменьшается. Это же самое имеет место и в случае постоянной скорости удара и уменьшении угла подхода. Но при этом надо отметить, что при ударе по жесткой стенке с достаточно большой скоростью шарик при отскоке согласно (8) будет лететь под очень малым углом вдоль поверхности преграды, в то время как при ударе по упругоэластической преграде углы удара и отскока соизмеримы [5]. Поэтому при оценке удара по упругоэластической преграде зависимость (8) дает предельное нижнее возможное значение угла отскока, так как при выводе (8) используется неизменность касательной составляющей импульса шарика.

Более сложен анализ рикошета при ударе цилиндром. Иллюстрация зависимости (6)–(7) для цилиндра приведена на фиг. 5. Здесь для простоты представлен конкретный вариант удара с постоянной скоростью $v_0 = 120$ м/с. В левой части рисунка показано направление изменения вектора v_0 (от точки A к точке D), конец которого лежит в точке O. В правой части изображено геометрическое место точек конца вектора скорости v при отскоке, начало которого лежит в точке O, причем движение по данной кривой происходит от A' к D' при изменении v_0 от A к D. Важной особенностью при этом является увеличение угла отскока на участке B'C' при уменьшении угла подхода на участке BC. При увеличении скорости удара v_0 график в правой части сохраняет качественное подобие изобра-

женному на фиг. 5, но при этом растягивается по горизонтальной оси. Построить v по заданному v_0 несложно, учитывая (6). Добавим, что учет трения на контактной поверхности должен привести во всех случаях к увеличению угла отскока, что обусловлено уменьшением знаменателя в (7).

Таким образом, в результате численного решения задачи о соударении ударника с жесткой преградой показана возможность достаточно простого построения кривой $f(v_0 \sin \alpha)$, используя которую легко вычислить параметры ударника после рикошета. Более того, при определении кривых на фиг. 2 для шарика нет необходимости в проведении массового эксперимента, так как получено, что после некоторого $v_0 > v_1$ функция v_* принимает постоянное значение. При этом, как и в [2], нет необходимости проводить детальный анализ возникающей волновой картины, поскольку фактически основной результат получен из анализа изменения интегральной характеристики v_* при отскоке. Отметим также, что использование подхода [2] дало возможность решить данную трехмерную задачу (фиг. 1), фактически численно решая осесимметричную задачу об ударе по нормали.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бисин Ю. К. Изменение направления движения твердого тела на границе раздела сред // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 105–109.
2. Буланцев Г. М., Корнеев А. И., Николаев А. П. О рикошетировании при ударе // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 2. С. 138–143.
3. Филипс Н. В., Кэллит Х. Х. Удар жесткой сферой по вязкоупругой пластинке // Тр. амер. о-ва инж.-механиков. Прикл. механика. 1967. № 4. С. 153–160.
4. Конвей Х. Д., Ли Х. К., Бейер Р. Г. Удар жесткой сферы о тонкий слой // Тр. амер. о-ва инж.-механиков. Прикл. Механика. 1970. № 1. С. 166–170.
5. Hutching I. M., Macmillan N. H., Rickerby D. G. Further studies of the oblique impact of a hard sphere against a ductile solid // Intern. J. Mech. Sci. 1984. V. 23. P. 639–646.
6. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений. В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 242–263.
7. Гриднева В. А., Корнеев А. И., Трушков В. Г. Численный расчет напряженного состояния и разрушения плиты конечной толщины бойками различной формы // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 1. С. 146–157.
8. Белов Н. Н., Корнеев А. И., Шугалев В. Б. Численный анализ разрушения тел в пространственных задачах соударения. // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 1. С. 189–191.

Калинин, Томск

Поступила в редакцию
24.1.1989