УДК 534.014

А. А. СОКОЛОВ

ВИБРОДИАГНОСТИКА МЕДЛЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ ПАРАМЕТРА В СИСТЕМЕ СО СЛУЧАЙНЫМ ВНЕШНИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Рассматриваются колебания системы с одной степенью свободы с широкополосным внешним случайным возбуждением и периодически изменяющейся жесткостью:

$$x^{\cdot\cdot}+2\alpha x^{\cdot}+\Omega^2 x(1+\lambda f(\nu t))=\xi(t) \tag{1}$$

Здесь $\xi(t)$ – стационарный центрированный широкополосный процесс со спектральной плотностью $\Phi_{\xi\xi}(\omega)$, а $f(\nu t)$ – периодическая функция с нулевым средним значением и частотой ν, которая считается малой по сравнению с Ω. Задача состоит в обнаружении этих периодических изменений параметра и оценке их уровня (параметра λ) на основании измерений процесса $x(t)$ при известной $f(\nu t)$. Алгоритм решения может быть использован, в частности, для вибродиагностики трещин в работающих роторах турбомашин при условии достаточно интенсивного аэродинамического возбуждения вибрационного сигнала на резонансной частоте ротора Ω (в этом случае $f(\nu t)=\cos \nu t$, где ν – частота вращения ротора).

В [1] анализ системы (1) был выполнен методом усреднения в сочетании с методом моментов. В частности, для установившихся колебаний были получены зависимости

$$\begin{gathered}K_{sc\tau}(t,\theta)/K_{cc\tau}(t,\theta)=\operatorname{tg}[\lambda\Omega F(t,\theta)/2]\\ K_{cc\tau}(t,\theta)=A\exp(-\alpha\tau)\cos[\lambda\Omega F(t,\theta)/2]\\ K_{sc\tau}(t,\theta)=A\exp(-\alpha\tau)\sin[\lambda\Omega F(t,\theta)/2]\\ F(t,\theta)=\nu^{-1}\int\limits_{\theta}^{t} f(t')\,dt',\quad \tau=t-\theta\geqslant 0\\ A=\pi\Phi_{\xi\xi}(\Omega)/(2\alpha\Omega^2)\end{gathered} \tag{2}$$

где $K_{sc\tau}(t,\theta)$ и $K_{cc\tau}(t,\theta)$ – взаимная и автокорреляционная функция процессов $x_c(t)$ и $x_s(t)$, введенных согласно соотношениям

$$\begin{gathered}x(t)=x_c(t)\cos\Omega t+x_s(t)\sin\Omega t\\ x^{\cdot}(t)=\Omega(-x_c(t)\sin\Omega t+x_s(t)\cos\Omega t)\end{gathered} \tag{3}$$

Данная работа посвящена описанию алгоритма идентификации на основе формул (2) и его реализации в численных экспериментах. Обработка периодически нестационарных процессов $x_c(t)$, $x_s(t)$ с периодом $2\pi/\nu$ осуществлялась по одной реализации процесса $x(t)$ путем выделения двух пар стационарных выборочных последовательностей

$$\begin{gathered}x_{c,s}(\theta+2\pi k/\nu),\quad x_{c,s}(\mu+2\pi k/\nu)\\ k=0,1,\dots,N,\quad |\theta|\leqslant\pi/\nu,\quad |\mu|\leqslant\pi/\nu,\quad \theta\neq\mu\end{gathered}$$

В численных экспериментах исходное уравнение (1) интегрировалось от стационарного начального состояния методом Рунге – Кутта при $f(t)=\cos\nu t$. Решение $x(t)$ параллельно умножалось на $\cos\Omega t$ и $\sin\Omega t$ и каждое из полученных произведений $x(t)\cos\Omega t$ и $x(t)\sin\Omega t$ пропускалось через цифровой фильтр низкой частоты. В результате согласно (3) получаем процессы $x_c(t)$ и $x_s(t)$.

Так как интерес представляют прежде всего малые λ, то параметры уравнения (1) выбирались так, чтобы $\lambda\Omega/2\nu<\pi/4$. В этом случае функция

$$K_{cc\tau}(t,\theta)=A\exp(-\alpha\tau)\cos[\lambda\Omega(\sin\Omega(t+\theta)-\sin\nu\theta)/2\nu]$$

всюду положительна, а точка ее первого по τ минимума (и одновременно точка первого максимума функции $K_{sc\tau}(t,\theta)$) есть $\theta=-\pi/(2\nu)$, $t=\pi/(2\nu)$. Эта точка наиболее удобна для обнаружения изменений параметра и согласно (2) можно записать

$$\lambda=\frac{\nu}{\Omega}\operatorname{arctg}\frac{K^*_{sc\tau}(-\pi/(2\nu),\pi/(2\nu))}{K^*_{cc\tau}(-\pi/(2\nu),\pi/(2\nu))} \tag{4}$$

Здесь $K^*_{sc\tau}$ и $K^*_{cc\tau}$ – выборочные оценки соответственно функций $K_{sc\tau}(t,\theta)$ и $K_{cc\tau}(t,\theta)$:

$$K^*_{sc\tau}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_s(-\pi/(2\nu)+2\pi k/\nu)\,x_c(\pi/(2\nu)+2\pi k/\nu)$$

$$K^*_{cc\tau}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_c(-\pi/(2\nu)+2\pi k/\nu)\,x_c(\pi/(2\nu)+2\pi k/\nu) \tag{5}$$

Погрешность определения λ по формулам (4), (5) в численных экспериментах колебалась в зависимости от длины реализации процесса $x(t)$ и значения λ, составляя в среднем 8–10%.

В заключение укажем другой возможный алгоритм идентификации. Известно, что при периодическом внешнем возбуждении $\xi(t)=\cos\omega t$ слагаемое с $\lambda f(\nu t)$ в уравнении (1) приводит к появлению у $x(t)$ гармонических компонент с частотами $\omega\pm\nu$ [2]. Проанализировав систему (1) методом возмущений в предположении о малости параметра $\lambda\Omega/\nu$, нетрудно показать, что при $\lambda\neq0$ спектр $\Phi_{xx}(\omega)$ процесса $x(t)$ содержит дополнительные пики («боковые полосы») на частотах $\omega\pm\nu$ (независимо от определения спектра периодически нестационарного процесса $x(t)$). Этот эффект, однако, описывается величинами порядка $(\lambda\Omega/\nu)^2$. Поэтому приведенный выше алгоритм идентификации по взаимной корреляции процессов $x_c(t)$, $x_s(t)$ должен быть более чувствителен, так как проявляется в приближении порядка $\lambda\Omega/\nu$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Диментберг М. Ф., Меняйлов А. И., Соколов А. А.* О влиянии медленных периодических изменений жесткости на колебания системы второго порядка, возбуждаемые случайной волной. // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 6. С. 48–49.
2. *Мандельштам И. Л.* Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972. 470 с.

Москва

Поступила в редакцию 15.12.1988