

УДК 531.383

© 1990 г.

П. К. ПЛОТНИКОВ

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМОВ
ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ
ПО СИГНАЛАМ ДАТЧИКОВ ПЕРВИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Развивается асимптотический подход к решению задачи определения параметров движения объекта с помощью датчиков первичной информации путем сочетания достоинств асимптотического подхода при идентификации параметров движения датчиков первичной информации (первый идентификатор) и алгоритмов обратной задачи при идентификации параметров движения объекта (второй идентификатор). Анализируются свойства первого идентификатора на предмет возможностей расширения математической модели с учетом применения стандартных форм при конструировании характеристического уравнения.

Показывается, что при использовании алгоритмов обратной задачи коэффициенты во втором идентификаторе выбираются не произвольно, а с учетом коэффициентов уравнений датчиков, что повышает точность решения задачи и расширяет границы устойчивости.

1. Постановка задачи. Поведение чувствительных элементов датчиков первичной информации (далее для краткости — датчиков), в качестве которых выступают двухстепенные гироскопы с «электрическими пружинами», описывается следующими уравнениями движения [1]:

$$\begin{aligned} \beta_i'' + b_i \beta_i' + K_i I_i &= \sum_{x=1}^3 n_{1x}^i \omega_x + h_i \sum_{x=1}^3 n_{2x}^i \omega_x + \varphi_i \\ a_{ip} \frac{d^p I_i}{dt^p} + a_{i,p-1} \frac{d^{p-1} I_i}{dt^{p-1}} + \dots + a_{i0} I_i &= b_{is} \frac{d^s \beta_i}{dt^s} + \dots + b_{i0} \beta_i \\ \varphi_i &= h_i \left[\left(\sum_{x=1}^3 n_{2x}^i \omega_x \right) (\cos \beta_i - 1) - \left(\sum_{x=1}^3 n_{3x}^i \omega_x \right) \sin \beta_i \right] + \\ &+ d_i \left[\left(\sum_{x=1}^3 n_{2x}^i \omega_x \right) \cos \beta_i - \left(\sum_{x=1}^3 n_{3x}^i \omega_x \right) \sin \beta_i \right] \left[\left(\sum_{x=1}^3 n_{2x}^i \omega_x \right) \sin \beta_i + \right. \\ &\left. + \left(\sum_{x=1}^3 n_{3x}^i \omega_x \right) \cos \beta_i \right], \quad h_i = \frac{H_i}{A_i}, \quad d_i = \frac{C_i - B_i}{A_i} \quad (i=1, 2, 3, p \geq s) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь β_i — доступная измерению выходная координата i -го датчика, $h_i, b_i, d_i, a_{ip}, \dots, a_{i0}, b_{im}, \dots, b_{i0}$ — известные постоянные параметры чувствительного элемента и «электрической пружины», причем H_i — кинетический момент, а A_i, B_i, C_i — моменты инерции чувствительного элемента вокруг его выходной, входной оси и оси кинетического момента (в состав C_i не входит момент инерции ротора гироскопа); β_i', β_i'' — первая и вторая производные по времени выходной координаты β_i ; K_i — коэффициент усиления датчика момента, деленный на A_i ; I_i — ток в обмотке управления датчика момента; $n_{1x}^i, n_{2x}^i, n_{3x}^i$ — направляющие косинусы углов установки i -го

датчика на объекте, причем первые нижние индексы 1, 2, 3 означают принадлежность к выходной оси, к входной оси и оси кинетического момента соответственно [1]. Уравнения (1.1) отражают неортогональную взаимную установку гироскопов, коэффициенты $K_i, n_{1x}^i, n_{2x}^i, n_{3x}^i$ — постоянные. Нелинейные члены уравнений $\varphi_i(\beta_i, \omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — непрерывные, ограниченные по отношению к $\beta_i, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ функции; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — абсолютные угловые скорости объекта (параметры движения объекта). В отличие от [2] здесь $i=1, 2, 3$ по числу определяемых компонент угловой скорости объекта, в принципе, уравнения (1.1) справедливы и для $i>3$.

Задача асимптотической оценки параметров движения включает в себя две части. Первая часть задачи состоит в асимптотической оценке параметров движения $\beta_i^*, \dot{\beta}_i^*$ датчика, а также правых частей уравнений (1.1) по измеряемым сигналам β_i, I_i ($i=1, 2, 3$). При этом, если оценки $\beta_i^*(t), \dot{\beta}_i^*(t)$ асимптотически стремятся с течением времени к истинным значениям $\beta_i(t), \dot{\beta}_i(t)$ то оценки x_{i3}^* правых частей уравнений (1.1) также асимптотически приближаются к истинным значениям (x_{i3}). Эта задача решается в первом идентификаторе. Вторая часть задачи состоит в определении ω_i ($i=1, 2, 3$) путем решения задачи Коши для уравнений обратной задачи для трех датчиков, составленных в силу оценок $\beta_i^*, \dot{\beta}_i^*, x_{i3}^*$ ($i=1, 2, 3$) и обладающих при отсутствии погрешностей у датчиков асимптотической устойчивостью решений. Эта задача решается во втором идентификаторе. При этом оцениваются угловые скорости объекта с более высокой точностью, чем при снятии информации по токам в обмотках управления датчиков моментов или при использовании алгоритмов, описанных в [2]. В [1] показано, что при идеальных датчиках возможно определение угловых скоростей без методических погрешностей. Естественно, что при наличии погрешностей в датчиках и идентификаторах появляются погрешности в определении угловых скоростей и необходимо обеспечить устойчивость алгоритмов второго идентификатора при постоянно действующих возмущениях. Нетрудно видеть, что задача оценивания угловых скоростей в целом имеет асимптотический характер.

Особенностью рассматриваемых гироскопов с электрическими пружинами является то, что токи $I_1(t), I_2(t), I_3(t)$ непрерывно измеряются, и в первых идентификаторах фигурируют как «управления», т. е. как известные функции времени [3]. Введем обозначения:

$$x_{i1} = \beta_i, \quad x_{i2} = \dot{\beta}_i, \quad x_{i3} = \sum_{x=1}^3 n_{1x}^i \omega_x + h_i \sum_{x=1}^3 n_{2x}^i \omega_x + \varphi_i \quad (1.2)$$

$$x_{i,m+3} = r_{im}^{-1} x_{i,m+2} \quad (m=1, \dots, k; i=1, 2, 3)$$

где $r_{i1} \neq 0, \dots, r_{ik} \neq 0$ — постоянные числа. Учитывая предположение $x_{i,k+2} = 0$, представим уравнения (1.1), (1.2) в следующем виде:

$$\dot{x}_{i1} = x_{i2}, \quad \dot{x}_{i2} = -b_i x_{i2} - K_i I_i + x_{i3}, \quad \dot{x}_{i3} = r_{i1} x_{i4}, \dots \quad (1.3)$$

$$\dot{x}_{i,m+2} = r_{im} x_{i,m+3}, \dots, \dot{x}_{i,k+2} = 0 \quad (i=1, 2, 3; m=4, 5, \dots, k)$$

Аналогично [2] делается предположение о малости высших производных, но не от измеряемых угловых скоростей, а от суммарного входного воздействия $x_{i3}(t)$, которое должно быть оценено в первом идентификаторе, являющемся в силу принятых переменных в (1.3), в отличие от идентификатора в [2], линейным автономным. Учитывая, что наблюдаемой координатой является $\beta_i = x_{i1}$, а I_i является управлением, нетрудно убедиться, что система (1.3) является полностью наблюдаемой [3] и для нее существует наблюдающее устройство идентификации (идентификатор).

2. Уравнения идентификаторов. Уравнения первого идентификатора имеют следующий вид:

$$\dot{x}_{i1}^* = x_{i2}^* + l_{i1}^i (x_{i1} - x_{i1}^*), \quad \dot{x}_{i2}^* = -b_i^0 x_{i2}^* - K_i^0 I_i + x_{i3}^* + l_{i2}^i (x_{i1} - x_{i1}^*)$$

$$x_{i3}^* = r_{i1} x_{i1}^* + l_{31}^i (x_{i1} - x_{i1}^*), \dots, x_{i,m+1}^* = r_{im} x_{i,m+2}^* + l_{m+1,1}^i (x_{i1} - x_{i1}^*)$$

$$x_{i,m+2}^* = l_{m+2,1}^i (x_{i1} - x_{i1}^*) \quad (2.1)$$

Здесь $x_{i1}^*, \dots, x_{i,m+3}^*$ — оценки соответствующих переменных; $l_{11}^i, \dots, l_{m+2,1}^i$ — коэффициенты уравнений идентификатора, которые, как и в [2], являются заданными числами; b_i°, K_i° — номинальные значения параметров, которые вводятся в бортовое цифровое вычислительное устройство.

Уравнения второго идентификатора формируем из уравнений (1.1) путем введения обозначений $\omega_i = z_i$ ($i=1, 2, 3$) и обращения переменных [1]:

$$\sum_{\chi=1}^3 n_{1\chi}^{i^\circ} z_\chi^* = -h_i^\circ \sum_{\chi=1}^3 n_{2\chi}^{i^\circ} z_\chi^* - \Phi_i^*(x_{i1}^*, z_1, z_2, z_3) + x_{i3}^* \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.2)$$

Здесь $n_{1\chi}^{i^\circ}, n_{2\chi}^{i^\circ}, h_i^\circ$ — номинальные значения соответствующих параметров. Функция Φ_i^* имеет такой же вид, что и в уравнении (1.1), но вместо переменных β_i, ω_i ($i=1, 2, 3$) в ней фигурируют переменные x_{i1}^*, z_i и номинальные значения параметров датчиков. Нетрудно видеть, что уравнения (2.2) являются неавтономными и нелинейными. Как показано в [1], при выполнении условий

$$x_{i1} = x_{i1}^* = \beta_i, \quad x_{i2} = x_{i2}^* = \beta_i, \quad x_{i3} = x_{i3}^* \quad (2.3)$$

$$z_\chi(t_0) = \omega_\chi(t_0), \quad h_i = h_i^\circ, \quad n_{1\chi}^i = n_{1\chi}^{i^\circ}, \dots$$

решение уравнений (2.2) совпадает с движением объекта, т. е.

$$z_\chi(t) = \omega_\chi(t) \quad (\chi=1, 2, 3) \quad (2.4)$$

Здесь t_0 — начальное значение времени. Данное положение является теоретической предпосылкой применения второго идентификатора в целях повышения точности определения параметров движения объекта. При нарушении условий (2.3), которое на практике имеет место, не будет выполняться и тождество (2.4), так что в этом случае решение можно представить в виде суммы:

$$z_\chi(t) = \omega_\chi(t) + y_\chi(t) \quad (\chi=1, 2, 3) \quad (2.5)$$

где $\omega_\chi, y_\chi, z_\chi$ — невозмущенное и возмущенное движения объекта, определенные в силу решения уравнений (2.2), причем y_χ — погрешность оценки угловой скорости. Произведем разделение уравнений (2.6) на уравнение невозмущенного и возмущенного движений. Учтем, что наблюдаемые координаты β_i и I_i измеряются по сигналам датчиков через напряжение и ток, т. е. $\Delta\beta_i$ и ΔI_i — погрешности измерения. С другой стороны, в уравнениях датчиков могут меняться коэффициенты усиления $n_{v\chi}^i, b_i, K_i, h_i$ и др. За невозмущенное движение датчиков принимаем такое, которое соответствует углам и токам β_i°, I_i° , т. е. без погрешностей и номинальным значениям параметров $n_{v\chi}^{i^\circ}, b_i^\circ, K_i^\circ, h_i^\circ$.

В первом идентификаторе, реализуемом в вычислителе, параметры $l_{11}^i, \dots, b_i^\circ, K_i^\circ, r_{im}$ не варьируются. Погрешности в оценке переменных $x_{i,m+2}$ появляются из-за неидеального оценивания первым идентификатором параметров движения датчиков и наличия погрешностей во входных переменных $x_{i1}, x_{i2}, \dots, I_i$. Во втором идентификаторе, также реализуемом в вычислителе, погрешности в оценках z_χ вызываются как неточностью задания начальных угловых скоростей (эти погрешности асимптотически затухают при правильном выборе ориентации гироскопов), так и неточностью входных сигналов $x_{i1}^*, x_{i2}^*, x_{i3}^*$. Запишем упомянутые уравнения

в матричной форме:

$$\begin{aligned} N^{(1)}\mathbf{z} &= -h^{\circ}N^{(2)}\mathbf{z} - \Phi^* + \mathbf{x}_3^*, \quad N^{(1)} = \|n_{ix}^{i\circ}\|_{(3 \times 3)}, \quad N^{(2)} = \|n_{2x}^{2\circ}\|_{(3 \times 3)} \\ h^{\circ} &= \text{diag}\|h_1^{\circ}, h_2^{\circ}, h_3^{\circ}\|, \quad \Phi^* = \|\Phi_1^*, \Phi_2^*, \Phi_3^*\|^T, \quad \mathbf{z} = \|z_1, z_2, z_3\|^T, \\ \mathbf{x}_3^* &= \|x_{13}^*, x_{23}^*, x_{33}^*\|^T \end{aligned} \quad (2.6)$$

Учтем погрешности датчиков и идентификаторов $\Delta h_i, \Delta K_i, \dots$, представив параметры и переменные в виде сумм:

$$\begin{aligned} h_i &= h_i^{\circ} + \Delta h_i, \quad n_{vx}^i = n_{vx}^{i\circ} + \Delta n_{vx}^i, \quad K_i = K_i^{\circ} + \Delta K_i, \quad b_i = b_i^{\circ} + \Delta b_i \\ I_i &= I_i^{\circ} + \Delta I_i, \quad x_{ik}^* = x_{ik}^{\circ} + \Delta x_{ik} + \Delta x_{ik}^*, \quad x_{ik} = x_{ik}^{\circ} + \Delta x_{ik} \\ \beta_i &= \beta_i^{\circ} + \Delta \beta_i, \quad d_i = d_i^{\circ} + \Delta d_i, \quad \varphi_i^* = \varphi_i^{\circ} + \Delta \varphi_i \end{aligned} \quad (2.7)$$

Отметим, что в уравнения идентификаторов вводятся параметры (коэффициенты), равные их номинальным (расчетным) значениям, поэтому вариации коэффициентов в уравнениях идентификаторов отсутствуют, погрешности у переменных имеются. При этом фигурирующие в (2.7) Δx_{ik} — погрешность датчика, а Δx_{ik}^* — погрешность, вносимая первым идентификатором в оценку соответствующей координаты. Погрешность y_x обусловливается погрешностями датчиков и обоих идентификаторов.

С учетом (2.5) и (2.7) уравнения (2.6) представляем в виде следующей совокупности уравнений невозмущенного и возмущенного движения соответственно:

$$\begin{aligned} N^{(1)}\omega^{\circ} &= -h^{\circ}N^{(2)}\omega^{\circ} - \Phi^{\circ} + x_3^{\circ} \\ N^{(1)}\mathbf{y}^{\circ} &= -h^{\circ}N^{(2)}\mathbf{y}^{\circ} - \Delta\Phi(\omega^{\circ}, \beta^{\circ}, \mathbf{y}^{\circ}, \Delta\beta) + \Delta\mathbf{x}_3^* \end{aligned} \quad (2.8)$$

Нетрудно видеть, что второе равенство (2.8) представляет собой нелинейное неавтономное уравнение при постоянно действующих $\Delta x_3^*(t)$. Исследование устойчивости невозмущенного движения $\omega(t)$ или, что то же самое $\mathbf{y}^{\circ} = 0$, произведем в соответствии с теорией, изложенной в [4] об устойчивости решений уравнений при постоянно действующих возмущениях. Приведем второе равенство (2.8) к нормальной форме, помня, что при неортогональных взаимных установках датчиков можно обеспечить $\det N^{(1)} \neq 0$ [1]:

$$\mathbf{y}^{\circ} = -(N^{(1)})^{-1}(h^{\circ}N^{(2)}\mathbf{y}^{\circ} + \Delta\Phi(\omega(t), \beta^{\circ}(t), \mathbf{y}^{\circ}, \Delta\beta) - \Delta\mathbf{x}_3^*) \quad (2.9)$$

где индекс -1 означает обратную матрицу. Уравнение (2.9) запишем в следующей, удобной для дальнейшего исследования, форме:

$$\mathbf{y}^{\circ} = (A_0 + \Delta A(t))\mathbf{y}^{\circ} + \Phi(t, \mathbf{y}^{\circ}) + \mathbf{u}(t) \quad (2.10)$$

где $A_0, \Delta A(t)$ — постоянная и переменная матрицы коэффициентов при линейных членах уравнения; $\Phi(t, \mathbf{y}^{\circ})$ — нелинейный член уравнения (2.9); $\mathbf{u}(t)$ — функция времени, представляющая собой постоянно действующее возмущение. Учитывая, что движения объекта является непрерывными функциями времени, а также то, что в случае применения аналоговых «электрических пружин» движения чувствительных элементов датчиков являются гладкими, заключаем, что $\Delta A(t), \Phi(t, \mathbf{y}^{\circ}), \mathbf{u}(t)$ являются непрерывными, ограниченными функциями времени. Кроме того, функция ΔA является голоморфной по x_i , а функция $\Phi(t, \mathbf{y}^{\circ})$ — по x_i, y_i ($i=1, 2, 3$) и они удовлетворяют при $0 \leq t < \infty$ условиям:

$$\|\Delta A(t)\| \leq L_1, \quad \|\Phi(t, \mathbf{y}^{\circ})\| \leq L_2 \|\mathbf{y}^{\circ}\|, \quad \|\mathbf{u}(t)\| \leq u^* \quad (2.11)$$

Здесь $\|\cdot\|$ означает норму матрицы или вектора, а L_1, L_2 и u^* — положительные числа. Обозначим через $W(t, \tau)$ матрицу Коши [4] уравнения:

$$\dot{\mathbf{y}}^{\circ} = A_0 \mathbf{y}^{\circ} \quad (2.12)$$

Для этого уравнения в исследуемой задаче имеет место оценка:

$$\|W(t, 0)\| \leq B e^{-\alpha t} \quad (2.13)$$

где α, B — положительные числа, не зависящие от начального значения времени, причем α — вещественная часть наименьшего корня характери-

стического уравнения для (2.12). Следующая (несколько расширенная по сравнению с [4] теорема Барбашина используется ниже для анализа устойчивости нулевого решения второго равенства (2.8) или (2.10).

Пусть в ε - окрестности точки $y=0$ выполнены условия (2.11), а также условия

$$\lambda = \alpha - B(L_1 + L_2) > 0, \quad u^* < \varepsilon \lambda / 2B \quad (2.14)$$

Тогда всякое решение уравнения (2.10), определенное условием $\|y(0)\| < \varepsilon / 2B$, будет удовлетворять при $t \geq 0$ неравенству $\|y(t)\| < \varepsilon$.

3. Об оценивании кажущегося ускорения. В случае, когда в состав датчиков входят маятниковые ньютонометры с электрическими пружинами, уравнения движения их чувствительных элементов представляются в форме, аналогичной (1.1):

$$\begin{aligned} \beta_i'' + b_i \beta_i' + K_i I_i = m_i I_i A_i^{-1} & \left[\left(\sum_{\chi=1}^3 n_{2\chi}^i W_\chi \right) \cos \beta_i - \left(\sum_{\chi=1}^3 n_{3\chi}^i W_\chi \right) \sin \beta_i \right] - \\ & - \sum_{\chi=1}^3 n_{1\chi}^i \omega_\chi + \varphi_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$a_{ip} (d^p I / dt^p) + \dots + a_{i0} I_i = b_{is} (d^s \beta_i / dt^s) + \dots + b_{i0} \beta_i \quad (i=4, 5, 6)$$

Здесь W_χ - компонента кажущегося ускорения объекта, направленная по его χ -ой оси; $n_{\nu\chi}^i$ - направляющий косинус угла между осью объектового трехгранника и осью трехгранника, связанного с исходным ($\beta_i=0$) положением чувствительного элемента ньютонометра; $m_i l_i$ - маятниковость; остальные обозначения такие же, как и принятые ранее. Элементы $n_{\nu\chi}^i$ имеют здесь либо нулевые, либо единичные значения [5], функции φ_i имеют аналогичную (1.1) структуру, в которых коэффициенты $m_i l_i$ заменяют h_i с соответствующей заменой в первой круглой скобке ω_i на W_i .

В задаче по ньютонометрам, как и в пп. 1, 2 применяются два идентификатора, первый из которых работает по алгоритмам (1.3), (2.1), а второй - по алгоритмам обратной задачи [5, 6]. В связи с этим в задаче по ньютонометрам в качестве x_{i3} принимаем правую часть первого уравнения в (3.1). Алгоритмы работы второго идентификатора получаем из (3.2) путем обращения переменных $W_\chi = W_\chi^*$ и замены неизвестных угловых скоростей их оценками z_χ :

$$\begin{aligned} m_i \circ l_i \circ^{-1} & \left[\left(\sum_{\chi=1}^3 n_{2\chi}^i \circ W_\chi^* \right) \cos x_{i1}^* - \left(\sum_{\chi=1}^3 n_{3\chi}^i \circ W_\chi^* \right) \sin x_{i1}^* \right] = \\ & = \sum_{\chi=1}^3 n_{1\chi}^i \circ z_\chi^* - \varphi_i^* + x_{i3}^* \quad (i=4, 5, 6) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Нетрудно видеть, что для определения оценок кажущихся ускорений W_1^*, W_2^*, W_3^* должно выполняться условие существования решения уравнений (3.2), которые, как показано в [5], выполняется при любой исходной ортогональной установке, когда измерительные оси ньютонометров образуют ортогональный триэдр. Точность определения кажущихся ускорений определяется в первую очередь точностью оценки x_{i3}^* , а также точностью оценок $z_1, z_2, z_3, x_{i1}, i=1, 2, 3$; необходимость исследования устойчивости алгоритмов для определения W_1^*, W_2^*, W_3^* отпадает.

4. Свойства первого идентификатора. Рассмотрим вопрос о соотношении оценок переменных x_{ik}^* с самими переменными состояния x_{ik} ($i=1, \dots, 6$). Как было отмечено выше, это в первую очередь относится к обеспечению малой погрешности оценки x_{i3}^* , т. е. малой разности $x_{i3}^* - x_{i3}$. Введем соотношения, определяющие взаимосвязь этих переменных не в пространстве состояний, а в пространстве понятий «вход-выход», считая входом x_{i3} ,

а выходом x_{i3}^* . Вводя символическое обозначение $\lambda = d/dt$, представим системы (1.3) и (2.1) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda x_{i1} - x_{i2} &= 0, \quad \lambda x_{i2} + b_i x_{i2} - x_{i3} = -K_i I_i, \quad \lambda x_{i3} - r_{i1} x_{i4} = 0, \dots \\ \lambda x_{i, m+1} - r_{im} x_{i, m+3} &= 0, \dots, \quad \lambda x_{i, k+2} = 0 \\ \lambda x_{i1}^* + l_{11}^i x_{i1}^* - x_{i2}^* &= l_{11}^i x_{i1}, \quad \lambda x_{i2}^* + l_{21}^i x_{i1}^* + b_i^{\circ} x_{i2}^* - x_{i3}^* = -K_i^{\circ} I_i + l_{21}^i x_{i1} \\ \lambda x_{i3}^* + l_{31}^i x_{i1}^* - r_{i1} x_{i4}^* &= l_{31}^i x_{i1}, \quad \lambda x_{i, m+1}^* + l_{m+2, 1}^i x_{i1}^* - r_{im} x_{i, m+3}^* = l_{m+1, 1}^i x_{i1} \\ \lambda x_{i, k+2}^* + l_{k+2, 1}^i x_{i1}^* &= l_{k+2, 1}^i x_{i1} \quad (i=1, \dots, 6; m=2, \dots, k) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Разрешив (4.1) относительно x_{i3}^* для двух значений $k=4, 5$, получим:

$$\begin{aligned} x_{i3}^*(\lambda) &= x_{i3} (l_{31}^i \lambda^5 + r_{i1} l_{41}^i \lambda^4 + r_{i2} r_{i1} l_{51}^i \lambda^3 + r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{61}^i \lambda^2 + r_{i4} r_{i3} r_{i2} \times \\ &\times r_{i1} l_{71}^i \lambda + r_{i5} r_{i4} r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{81}^i) / [\lambda^8 + (l_{11}^i + b_i^{\circ}) \lambda^7 + (l_{11}^i b_i^{\circ} + l_{21}^i) \lambda^6 + \\ &+ l_{31}^i \lambda^5 + r_{i1} l_{41}^i \lambda^4 + r_{i2} r_{i1} l_{51}^i \lambda^3 + \dots + r_{i5} r_{i4} r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{81}^i] \quad (k=5) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} x_{i3}^*(\lambda) &= x_{i3} (l_{31}^i \lambda^4 + r_{i1} l_{41}^i \lambda^3 + r_{i2} r_{i1} l_{51}^i \lambda^2 + r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{61}^i \lambda + \\ &+ r_{i4} r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{71}^i) / [\lambda^7 + (l_{11}^i + b_i^{\circ}) \lambda^6 + (l_{11}^i b_i^{\circ} + l_{21}^i) \lambda^5 + l_{31}^i \lambda^4 + \\ &+ r_{i1} l_{41}^i \lambda^3 + r_{i2} r_{i1} l_{51}^i \lambda^2 + \dots + r_{i4} r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{71}^i] \quad (k=4) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Сопоставляя соотношения (4.2) и (4.3), заключаем, что у них в полиномах числителя и знаменателя коэффициенты при λ^v с низшими степенями v совпадают, причем в (4.2) вплоть до коэффициентов с $v=5$, а в (4.3) — до коэффициентов с $v=4$. При формировании системы (4.1) коэффициенты $l_{m+2, 1}^i r_{im}$ выбираются такими, чтобы обеспечить устойчивость ее решений. При этом знаменатели решений (4.2) и (4.3) соответствуют стандартным формам характеристических уравнений. Так, для биномиальной формы характеристического уравнения

$$(\lambda + p)^{k+2} = 0 \quad (4.4)$$

где $p \gg 1$, что обычно имеет место для датчиков [1, 2, 6], в знаменателях (4.2) и (4.3) коэффициенты должны быть тем больше, чем ниже показатель степени v , т. е.

$$\dots > r_{i4} r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{71}^i > r_{i3} r_{i2} r_{i1} l_{61}^i > r_{i2} r_{i1} l_{51}^i > \dots \quad (4.5)$$

Аналогичный вывод справедлив и для других стандартных форм характеристических уравнений, приведенных в [3]. Вид условий (4.6) и решений (4.2) и (4.3) свидетельствует о том, что при повышении порядка $(k+2)$ сконструированных систем (4.1) роль членов

$$\lambda^{k+2}, (l_{11}^i + b_i^{\circ}) \lambda^{k+1}, (l_{11}^i b_i^{\circ} + l_{21}^i) \lambda^k \quad (4.6)$$

по свойству сингулярно-возмущенных уравнений снижается в силу малости. Для достаточно низких по частоте изменений воздействий имеет место предельный переход

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_{i3}^*(t) = x_{i3}(t) \quad (4.7)$$

Очень важен предельный переход, соответствующий любому конечному k при статическом характере воздействия x_{i3}^+ :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} x_{i3}^* = x_{i3}^+$$

Он означает, что по окончании переходного процесса в первом идентификаторе внешнее воздействие оценивается точно. Если в датчике отсутствуют погрешности, то, следовательно, моменты из сумм гироскопических и инерционных моментов оцениваются точно. Подбором коэффициентов $r_{i\mu}, l_{m+\mu, 1}^i$ можно обеспечить малую погрешность оценивания и в переходном режиме.

Разрешив (4.1) относительно x_{i1}^* и x_{i2}^* , получили следующие выражения:

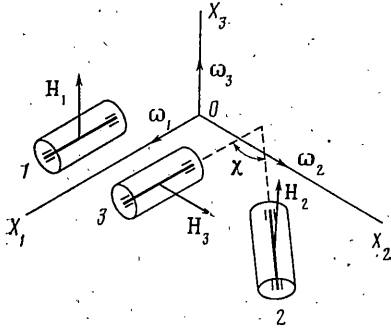
$$x_{i\mu}^*(t) = [D(\lambda)/D(\lambda)] x_{i\mu} \quad (i=1, \dots, 6; \mu=1, 2) \quad (4.8)$$

Здесь $D(\lambda)$ — характеристический полином для второго равенства (4.1). Так как полиномы числителя и знаменателя одинаковы, то после окончания переходного процесса будет иметь место предельный переход

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{iu}^*(t) = x_{iu}(t) \quad (i=1, \dots, 6, \mu=1, 2) \quad (4.9)$$

При точном задании начальных условий, т. е. при $x_{iu}^*(t_0) = x_{iu}(t_0)$ имеем $x_{iu}^*(t) = x_{iu}(t)$.

Отсюда следует, что степень расширения системы не влияет на точность определения оценок углов β_i и угловых скоростей $\beta_i^{\dot{}}$, а оказывает влияние только на точность оценки внешнего воздействия x_{i3}^* .



Фиг. 1

Учтем теперь то обстоятельство, что в состав x_{i3} входит помеха, вызванная вибрацией объекта. Естественно, что модель наблюдающего устройства идентификации должна быть такой, чтобы она позволяла отфильтровать помеху от полезного сигнала. Так как в силу (4.8) с ростом k различие между x_{i3}^* и x_{i3} уменьшается, учитывая на основе (4.2) и (4.3), что это различие определяется только динамикой первого идентификатора, приходим к выводу, что наибольшее различие между x_{i3}^* и x_{i3} дает случай $x_{i3} = 0, i=1, \dots, 6$. Этот случай

обеспечивает при прочих равных условиях наилучшие фильтрующие свойства идентификатора, при этом просто решается вопрос выбора корней характеристического уравнения, например, в соответствии с рядом (4.4) или другим [3].

5. Свойства второго идентификатора для одного из вариантов гиросистемы. Рассмотрим применение алгоритмов оценивания параметров движения по сигналам конкретной гироскопической системы, изображенной на фиг. 1 (пример применения подобного подхода в задаче по акселерометрам рассмотрен в [6]). Система координат $OX_1X_2X_3$ связана с объектом, совершающим повороты с угловыми скоростями ω_i ($i=1, 2, 3$). Двухстепенные гироскопы 1, 2 и 3 имеют кинетические моменты H_1, H_2, H_3 соответственно. Каждый из гироскопов снабжен электрической пружиной, состоящей из датчика угла, усилителя обратной связи и датчика момента [1], которые на фиг. 1 не показаны. Информация об углах поворотов рамок гироскопов относительно объекта $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ поступает через аналого-цифровые преобразователи в бортовое цифровое вычислительное устройство. Информация о токах управления I_i ($i=1, 2, 3$), протекающих в обмотках управления датчиков моментов, также через аналого-цифровые преобразователи поступает в бортовое вычислительное устройство, в котором размещены идентификаторы и где производится вычисление оценок угловых скоростей z_1, z_2, z_3 . Нетрудно видеть, что измерительные оси первого и третьего гироскопов коллинеарны осям OX_2 и OX_3 , а измерительная ось второго гироскопа образует угол χ с осью OX_2 . Так как вектор кинетического момента второго гироскопа в исходном положении, т. е. при $\beta_2 = 0$, параллелен оси OX_3 , то ясно, что этот гироскоп реагирует на компоненты угловой скорости ω_1 и ω_2 . Взаимная установка гироскопов в данном примере проще, чем та, которая рассмотрена в [1].

Уравнения движения систем (чувствительные элементы — электрические пружины датчиков) имеют вид

$$\begin{aligned} \beta_1^{\ddot{}} + b_1 \beta_1^{\dot{}} + K_1 I_1 &= \omega_1^{\dot{}} + h_1 \cos \beta_1 \omega_2 - h_1 \sin \beta_1 \omega_3 + d_1 [(\omega_2 \cos \beta_1 - \\ &\quad - \omega_3 \sin \beta_1)(\omega_2 \sin \beta_1 + \omega_1 + \omega_3 \cos \beta_1)] \\ \beta_2^{\ddot{}} + b_2 \beta_2^{\dot{}} + K_2 I_2 &= \omega_1^{\dot{}} \cos \chi + \omega_2^{\dot{}} \sin \chi + h_2 [(-\omega_1 \sin \chi + \omega_2 \cos \chi) \times \\ &\quad \times \cos \beta_2 - \omega_2 \sin \beta_2] + d_2 [(-\omega_1 \sin \chi + \omega_2 \cos \chi) \cos \beta_2 - \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
 & -\omega_3 \sin \beta_2] [(-\omega_1 \sin \chi + \omega_2 \cos \chi) \sin \beta_2 + \omega_3 \cos \beta_2] \\
 \beta_3'' + b_3 \beta_3' + K_3 I_3 = \omega_1' + h_3 & (-\omega_3 \cos \beta_3 - \omega_2 \sin \beta_3) + d_3 (-\omega_3 \cos \beta_3 + \\
 & + \omega_2 \sin \beta_3) (\omega_3 \sin \beta_3 + \omega_2 \cos \beta_3) \\
 a_{i1} (dI_i/dt) + I_i = b_{i0} \beta_i & \quad (i=1, 2, 3)
 \end{aligned}$$

Уравнения первого идентификатора для $x_{i3} = 0$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 x_{i1}^* &= x_{i2}^* + l_{11}^i (x_{i1} - x_{i1}^*) \\
 x_{i2}^* &= -b_i^0 x_{i2}^* - K_i^0 I_i + x_{i3}^* + l_{21}^i (x_{i1} - x_{i1}^*) \\
 x_{i3}^* &= l_{31}^0 (x_{i1} - x_{i1}^*) \quad (i=1, 2, 3)
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Уравнения второго идентификатора:

$$\begin{aligned}
 z_1' + h_1^0 \cos x_{11}^* z_2 - h_1^0 \sin x_{11}^* z_3 + D_1(z_2, z_3, x_{11}^*) &= x_{13}^* \\
 z_1' \cos \chi^0 + z_2' \sin \chi^0 + h_2^0 [(-\sin \chi^0 z_1 + \cos \chi^0 z_2) \cos x_{21}^* - \\
 & - z_3 \sin x_{21}^*] + D_2(z_1, z_2, z_3, x_{21}^*) = x_{23}^* \\
 z_1' + h_3^0 (-z_3 \cos x_{31}^* - z_2 \sin x_{31}^*) + D_3(z_2, z_3, x_{31}^*) &= x_{33}^*
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Здесь D_1, D_2, D_3 — члены, содержащие сомножители d_1^0, d_2^0, d_3^0 . Из первого и третьего уравнений системы (5.3) можно выразить переменную z_3 через z_2 . Значит, исследование устойчивости решения системы (5.3) достаточно провести по первым двум уравнениям, подставив в них переменную z_3 , выраженную через z_2 .

Подставив (2.7) в уравнения второго идентификатора (5.3), получим уравнения невозмущенного движения, совпадающие с (5.1) при условии, что в них параметры и переменные имеют номинальные значения, а также уравнения возмущенного движения. Определитель коэффициентов перед переменными y_1, y_2 — равен $\sin \chi^0$, следовательно, соответствующим выбором угла χ^0 , обеспечивается существование обратной матрицы $[N^{(1)}]^{-1}$ для уравнения (5.3). Приведем уравнения к нормальной форме и, оставив в них члены одного порядка малости, получаем следующее матричное уравнение ошибок оценивания угловой скорости:

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= A_0 y + \Delta A(t) y + \Phi(y, t) + u(t) \\
 A_0 &= \begin{vmatrix} 0 & a_{12}^0 \\ a_{21}^0 / \sin \chi^0 & -a_{12}^0 \operatorname{ctg} \chi^0 + a_{22}^0 / \sin \chi^0 \end{vmatrix}, \quad y = \|y_1, y_2\|^T \\
 \Delta A(t) &= \begin{vmatrix} 0 & \Delta a_{12} \\ \Delta a_{21} / \sin \chi^0 & -\Delta a_{12} \operatorname{ctg} \chi^0 + \Delta a_{22} / \sin \chi^0 \end{vmatrix}, \quad a_{21}^0 = h_2^0 \sin \chi^0 \\
 u(t) &= \|u_1, -u_1 \operatorname{ctg} \chi^0 + u_2 / \sin \chi^0\|^T, \quad u_1 = \Delta x_{13} + \Delta x_{13}^* = \sum_s u_{1s} \\
 u_2 &= \Delta x_{23} + \Delta x_{23}^* = \sum_s u_{2s}, \quad a_{12}^0 = -h_1^0, \quad a_{22}^0 = -h_2^0 \cos \chi^0.
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi(y, t) &= \|\varphi_1, -\varphi_1 \operatorname{ctg} \chi^0 + \varphi_2 / \sin \chi^0\|^T, \quad \Delta a_{21} = d_2^0 \sin \chi^0 \omega_3 \\
 \varphi_1 &= d_1^0 (y_2)^2 h_1^0 / h_3^0, \quad \varphi_2 = d_2^0 [(-y_1 \sin \chi^0 + y_2 \cos \chi^0) y_2] h_1^0 / h_3^0 \\
 \Delta a_{12} &= -h_1^0 \beta_1^0, \quad \Delta a_{22} = -h_1^0 h_2^0 \beta_2^0 / h_3^0
 \end{aligned}$$

Для автономной системы с учетом $\operatorname{ctg} \chi^0 = -2, h_2^0 = 0,5h_1, h_1 = h^0$ корни $\lambda_{1,2} = -h^0/2 \pm ih^0/2$. Это значит, что решение автономной системы асимптотически устойчиво, число $\alpha = h^0/2$. Число B найдем из матрицы Коши для автономной системы:

$$W(t, 0) = e^{-\alpha t} \begin{vmatrix} \cos \alpha t & -\sin \alpha t & 0 \\ -\sin \alpha t & \cos \alpha t & \sin \alpha t \end{vmatrix} = e^{-\alpha t} [w_{ij}]_{(2 \times 2)} \tag{5.5}$$

Евклидова норма для данной матрицы находится из соотношения:

$$\|W(t, 0)\| \leq e^{-\alpha t} \left[\sum_{i,j=1}^2 (w_{ij})^2 \right]^{1/2} = \sqrt{3} e^{-\alpha t}$$

Из данного неравенства следует $B = \sqrt{3}$. Для использования критерия (2.11), (2.14) необходимо найти нормы матриц $\Delta A(t)$, $\Phi(y, t)$, $u(t)$. Здесь, как и выше, будем находить оценки евклидовых норм матриц:

$$\|\Delta A(t)\| \leq \left[\sum_{i,j=1}^2 (a_{ij}^\circ)^2 \right]^{1/2} = L_1, \quad \|u(t)\| \leq [(u_1)^\circ]^2 + (-u_1 \operatorname{ctg} \chi^\circ + u_2 / \sin \chi^\circ)^2]^{1/2} \leq \\ \leq ((|u_1| + |u_2|) / |\sin \chi^\circ|) \leq \left(\sum_i |u_{1s}| + \sum_i |u_{2s}| \right) (\sin \chi^\circ)^{-1} \quad (5.6)$$

По аналогии $\|\Phi(t)\| \leq (|\varphi_1| + |\varphi_2|) (\sin \chi^\circ)^{-1}$. Так как $|d_1^\circ| = |d_2^\circ| = d^\circ$, то будем иметь:

$$\|\Phi(t)\| \leq d^\circ [|y_2|^2 (1 + |\cos \chi^\circ|) + |y_1| |y_2| |\sin \chi^\circ|] / |\sin \chi^\circ| = d^\circ |y_2| \times \\ \times [|y_2| (1 + |\cos \chi^\circ|) + |y_1| |\sin \chi^\circ|] / |\sin \chi^\circ| \leq 2d^\circ \varepsilon |y| / |\sin \chi^\circ| \quad (5.7)$$

Следовательно $L_2 = 2d^\circ \varepsilon |\sin \chi^\circ|^{-1}$. Погрешности Δx_{i1} , Δx_{i3} определяются из уравнений возмущенного движения систем чувствительных элемент — электрическая пружина датчиков, выведенных из (5.1) и имеющих вид:

$$\Delta \beta_1^{\circ\circ} + \Delta b_1 \beta_1^\circ + b_1^\circ \Delta \beta_1^\circ + \Delta K_1 I_1^\circ + K_1^\circ \Delta I_1 = -h_1^\circ \sin \beta_1^\circ \omega_2 \Delta \beta_1 + \Delta h_1 \cos \beta_1^\circ \times \\ \times \omega_2 - \Delta h_1 \sin \beta_1^\circ \omega_2 - h_1 \cos \beta_1^\circ \omega_3 \Delta \beta_1 + \Delta D_1 (\Delta d_1, \Delta \beta_1, \dots) = \Delta x_{13} \\ \Delta \beta_2^{\circ\circ} + \Delta b_2 \beta_2^\circ + b_2^\circ \Delta \beta_2^\circ + \Delta K_2 I_2^\circ + K_2^\circ \Delta I_2 = -\omega_1^\circ \sin \chi^\circ \Delta \chi + \omega_2^\circ \cos \chi^\circ \times \\ \times \Delta \chi + \Delta h_2 [(-\sin \chi^\circ \omega_1 + \omega_2 \cos \chi^\circ) \cos \beta_2^\circ - \omega_3 \sin \beta_2^\circ] + \\ + h_2^\circ [(-\sin \chi^\circ \omega_1 + \omega_2 \cos \chi^\circ) (-\sin \beta_2^\circ) - \omega_3 \cos \beta_2^\circ] \Delta \beta_2 + h_2^\circ [(-\cos \chi^\circ \times \\ \times \omega_1 - \omega_2 \sin \chi^\circ) \cos \beta_2^\circ] \Delta \chi + \Delta D_2 (\Delta \chi, \Delta \beta_2, \Delta d_2, \dots) = \Delta x_{23} \\ \Delta \beta_3^{\circ\circ} + \Delta b_3 \beta_3^\circ + b_3^\circ \Delta \beta_3^\circ + \Delta K_3 I_3^\circ + K_3^\circ \Delta I_3 = \Delta h_3 (-\omega_3 \cos \beta_3^\circ - \omega_2 \sin \beta_3^\circ) + \\ + h_3^\circ (\omega_3 \sin \beta_3^\circ - \omega_2 \cos \beta_3^\circ) \Delta \beta_3 + \Delta D_3 (\Delta d_3, \Delta \beta_3, \dots) = \Delta x_{33} \\ \Delta a_{i1} (dI_i^\circ / dt) + a_{i1}^\circ (d\Delta I_i / dt) + \Delta I_i = \Delta b_i \beta_i^\circ + b_{i0}^\circ \Delta \beta_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (5.8)$$

Погрешности Δx_{i1}^* , Δx_{i3}^* первого идентификатора получены из (4.3), (4.4) и определяются следующими операторными выражениями:

$$\Delta x_{i3}^*(\lambda) = -\lambda [\lambda^2 + \lambda(l_{11}^i + b_i^\circ) + (l_{11}^i b_i^\circ + l_{21}^i)] [\Delta x_{i3}(\lambda) + \\ + x_{i3}^\circ(\lambda)] / [\lambda^3 + \lambda^2(l_{11}^i + b_i^\circ) + \lambda(l_{11}^i b_i^\circ + l_{21}^i) + l_{31}^i] + \Delta x_{i3}^{\circ\circ} \\ \Delta x_{i3}^* = x_{i3}^* - x_{i3}, \quad \Delta x_{i1}^* = x_{i1}^* - x_{i1} = \Delta x_{i1} + \Delta x_{i1}^{\circ\circ} \quad (5.9)$$

В данных выражениях погрешности, обусловленные неточным заданием начальных условий $x_{i1}^*(t_0)$, $x_{i3}^*(t_0)$ и исчезающие по окончании переходного процесса

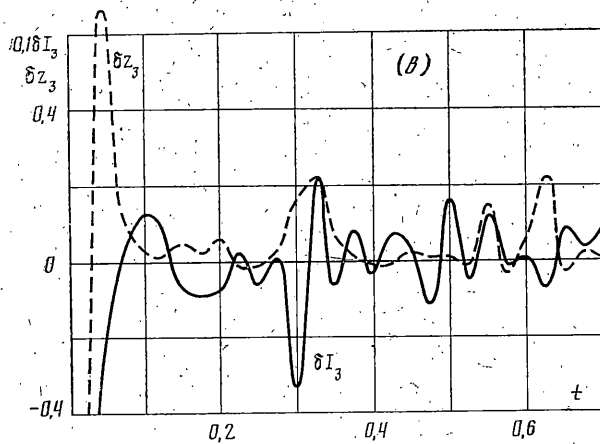
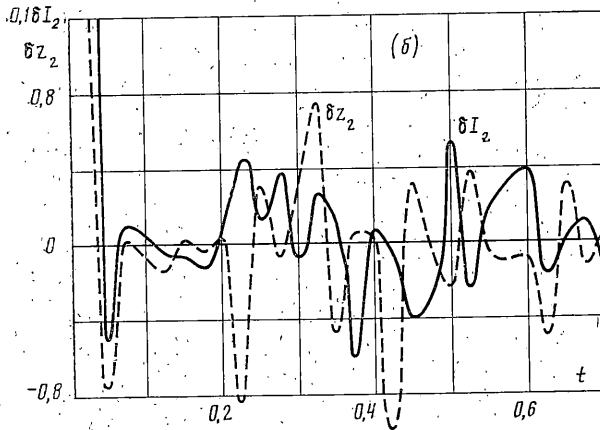
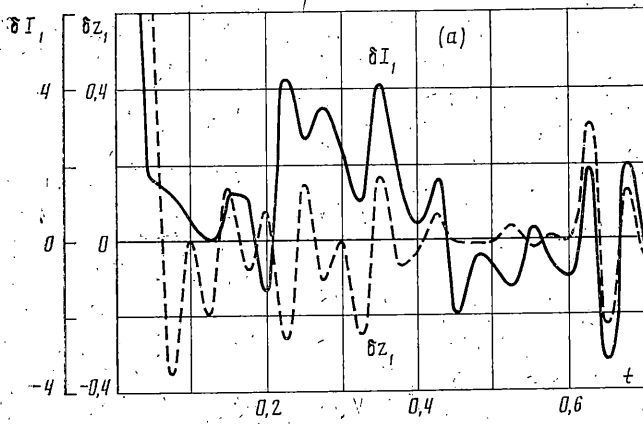
6. Пример. Параметры датчиков: $h_1^\circ = h^\circ = 600 \text{ c}^{-1}$, $h_2^\circ = 300 \text{ c}^{-1}$, $b_1^\circ = b_2^\circ = b^\circ = 45 \text{ c}^{-1}$, $\chi^\circ = -26^\circ 33'$, $d_1 = d_2 = d_3^\circ = 2 \cdot 10^{-2}$, $a_{11}^\circ = 5 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$, $\Delta \chi = 1'$, $K_i = 2 \cdot 10^3 A^{-1} \text{ c}^{-2}$, $b_{i0}^\circ K_i^\circ = 4 \cdot 10^3 \text{ c}^{-2}$, $\Delta K_i = 0,54 \cdot 10^{-1} \text{ c}^{-2}$, $\Delta d_i = 5 \cdot 10^{-5}$, $\Delta b_i = 5 \text{ c}^{-1}$, $\Delta b_{i0} = 0,05 b_{i0}$, $\Delta h_i = 0,8 \text{ c}^{-1}$, $l_{31} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ c}^{-3}$, $l_{11} b_i + l_{21} = 1,28 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-2}$, $b_i + l_{11} = 6,28 \cdot 10^{-2} \text{ c}^{-1}$, $\omega \leq 3 \text{ c}^{-1}$, $\Delta d_{i1} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ c}$, $|\omega_i| \leq 0,1 \text{ c}^{-1}$ ($i=1, 2, 3$) (6.1)

ω — максимальная частота качки. Произведем вначале исследование устойчивости решений уравнений обратной задачи. Корни характеристического уравнения для автономной системы в данном случае есть $\lambda_{1,2} = -300 \pm 300j$. Отсюда следует, что решение автономной системы асимптотически устойчиво. Для исследования устойчивости решений неавтономной системы оценим переменные члены уравнений (5.4) по первым двум линеаризованным уравнениям системы (5.1). Амплитуды и частоты колебаний по всем трем осям объекта заданы одинаковыми; учитывая погрешности элементов датчиков, поставив (6.1) в (5.1), получаем $|\beta_i^\circ|_{\max} = 1,6 \cdot 10^{-2}$ рад, $|\Delta \beta_i|_{\max} = 8 \cdot 10^{-4}$ рад ($i=1, 2, 3$). На основе (5.9) в предположении, что погрешности одинаковы, имеем $|\Delta x_{13}^*|_{\max} = 1,2 \text{ c}^{-2}$, $|\Delta x_{23}^*|_{\max} \approx |\Delta x_{33}^*|_{\max} \approx |\Delta x_{13}^*|_{\max} = 1,2 \text{ c}^{-2}$, $|\Delta x_{i1}^*|_{\max} \approx |\Delta x_{21}^*|_{\max} \approx |\Delta x_{31}^*|_{\max} = 6 \cdot 10^{-6}$ рад.

После этого по формулам (5.6), (5.7) определяем нормы матриц $L_1 = 41 \text{ c}^{-1}$, $L_2 = 0,89 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$, $u^* = 5,34 \text{ c}^{-2}$. По критерию (2.14) имеем

$$\lambda = 228 - 1,53 \cdot 10^{-4} \varepsilon, \quad 5,34 < \varepsilon < (228 - 1,53 \cdot 10^{-4} \varepsilon) / 3,46 \quad (6.2)$$

Решая неравенство (6.2), получаем для области устойчивости $0,081 \text{ c}^{-1} < \varepsilon < 1490 \text{ c}^{-1}$, что обеспечивает практически все возможные параметры движений объекта и чувствительных элементов датчиков.



Фиг. 2

Рассмотрим теперь вопрос точности определения параметров движения. Мгновенные значения погрешностей оценок угловых скоростей будем определять путем моделирования, а средние оценки — по установившимся движениям объекта и датчиков. Положив в (5.4) $y^* = 0$, а в (5.8) $\Delta\beta_i = \Delta\beta_i^* = 0$ убедимся, что погрешности перекрестной связи снизились во столько же раз, во сколько $|\Delta\beta_i|_{\max}$ меньше $|\beta_i|_{\max}$. После расчетов получили, что по норме погрешность определения угловой скорости составила $\|y\| \leq 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ (0,2%), в то время как при обычном методе измерения норма погрешности, рассчитанная по (5.8), была бы около $3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ (1,8%). Было проведено моделирование работы датчиков с наблюдающими устройствами идентификации. Условия моделирования: угловые скорости ω_i представлялись в виде суммы детерминированного и случайного («белый шум» с дисперсией 10^{-6} с^{-2}) процессов, причем $|\omega_i| < 0,1 \text{ с}^{-1}$, $i = 1, 2, 3$. Рассчитывались и выводились на печать относительные погрешности датчиков при обычном измерении (δI_i) и погрешности оценки угловых

скоростей на выходе второго идентификатора (δZ_i) ($i=1, 2, 3$). Результаты моделирования приведены на фиг. 2 (а, б, в). В результате обработки данных моделирования показано, что если норма среднеквадратических отклонений погрешностей в первом, втором и третьем датчиках соответственно составляла 2,6%, то после второго идентификатора она снизилась до 0,052%. Пример свидетельствует об устойчивости решений и о значительном снижении погрешностей оценивания параметров движения объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Плотников П. К.* Измерительные гироскопические системы. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1976. 167 с.
2. *Ткаченко А. И.* Асимптотическое решение задачи определения параметров движения // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 4. С. 22–29.
3. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
4. *Барбашии Е. А.* Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 223 с.
5. *Плотников П. К., Алешкин В. В.* О точности определения ускорения объекта по точным и упрощенным алгоритмам решения обратной задачи теории акселерометров // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1976. Т. 19. № 10. С. 73–79.
6. *Плотников П. К., Алешкин В. В.* Экспериментальное исследование алгоритмического способа компенсации погрешностей блока акселерометров // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1983. Т. 26. № 10. С. 45–51.

Саратов

Поступила в редакцию
10.04.1987