

УДК 539.375
© 1990 г.

Н. Т. ЮГОВ

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТРЕХМЕРНОГО ПРОЦЕССА
ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ЦИЛИНДРА
И ПЛАСТИНЫ ПРИ НАКЛОННОМ СОУДАРЕНИИ**

В рамках модели пористой среды, рост и закрытие пор в которой описывалось кинетическим соотношением, численным методом конечных элементов в трехмерной постановке исследован процесс деформирования и разрушения цилиндра и пластины, взаимодействующих в диапазоне углов встречи от 0 до 60°. Анализ хронограмм конфигураций деформированных тел, их сечений, а также графики распределения пористости в различных областях цилиндра в последовательные моменты времени позволили проследить развитие процесса разрушения в динамике. Выявлены отличия в характере поведения цилиндра и перфорации пластины, обусловленные разными углами встречи.

1. Система определяющих уравнений. Система уравнений, описывающая нестационарные пространственные движения уплотняющейся пористой среды с учетом кинетики образования, роста и закрытия пор, имеет вид [1-5]:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v_i dV = \int_R \sigma_{ij} n^j dR + \int_V \rho F_i dV \quad (1.2)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho E dV = \int_V \sigma_{ij} e_{ij} dV \quad (1.3)$$

$$2G(e_{ij} - 1/3 e_{kk} \delta_{ij}) = DS_{ij}/Dt + \lambda S_{ij} \quad (1.4)$$

$$G = G_0 V_3 / (V_T + V_3), \quad 2e_{ij} = \nabla_i v_j + \nabla_j v_i$$

$$DS_{ij}/Dt = dS_{ij}/dt - S_{ik} W_{jk} - S_{jk} W_{ik}, \quad 2W_{ij} = \nabla_i v_j - \nabla_j v_i$$

$$S_{ij} S_{ij} = 2/3 \sigma^2 (1 - \xi)^2, \quad \xi = V_p / V \quad (1.5)$$

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - P \delta_{ij}, \quad S_{ij} = (1 - \xi) S_{ij}^s, \quad P = (1 - \xi) P^s + P^p \quad (1.6)$$

$$P^s = \sum_{n=1}^3 K_n \left(\frac{V_0}{V - V_p} - 1 \right)^n \left[1 - \frac{K_0}{2} \left(\frac{V_0}{V - V_p} - 1 \right) \right] + K_0 \rho_0 E$$

$$\frac{dV_T}{dt} = \begin{cases} 0; \text{ если } |P| \leq P_c V_1 / (V_T + V_1) \vee (P > P_c V_1 / (V_T + V_1) \wedge V_T = 0) \\ -K_4 \text{ sign}(P) [|P| - P_c V_1 / (V_T + V_1)] (V_2 + V_T), \text{ если} \\ P \leq -P_c V_1 / (V_T + V_1) \vee (P > P_c V_1 / (V_T + V_1) \wedge V_T > 0) \end{cases} \quad (1.7)$$

$$V_p = V_T \rho_0 V_0 \quad (1.8)$$

где t — время, ρ — плотность, V — объем, v_i, F_i — компоненты векторов ско-

рости и плотности массовых сил, E — удельная внутренняя энергия, S_{ij} , σ_{ij} , e_{ij} — компоненты девиатора напряжений, тензоров напряжений и скоростей деформаций, P — гидростатическое давление, P^p — давление газа в порах, V_p , V_T — объем и удельный объем пор, ξ — пористость среды, G , σ — модуль сдвига и динамический предел текучести, V_1 , V_2 , V_3 , K_0 , K_n , K_{4r} , P_c — константы материала. При записи соотношений (1.7) использованы логические знаки «и» и «или». Индекс s у переменных указывает, что они относятся к сплошному материалу. Параметр $\lambda=0$ при упругой деформации и определяется из условия (1.5) при пластической. Пренебрегая поверхностной энергией образующихся пор и давлением в них $P^p=0$, получаем полную систему уравнений (1.1) — (1.8).

2. Постановка задачи и основные соотношения МКЭ. Рассматривается задача несимметричного взаимодействия компактного цилиндра с тонкой пластиной. Вектор скорости цилиндра в начальный момент взаимодействия совпадает с его осью симметрии и образует с нормалью к пластине угол α . Цилиндр занимает в пространстве область D_1 и ограничен поверхностями R_1 и R_2 . Пластина занимает область D_2 и ограничена поверхностями R_2 и R_3 . Поверхности R_1 и R_3 свободные от усилий, R_2 — контактная поверхность цилиндра с пластиной. Для уравнений (1.1) — (1.8) ставится краевая задача с начальными и граничными на поверхностях R_1 , R_2 , R_3 условиями.

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(0, \mathbf{x}) &= E(0, \mathbf{x}) = \xi(0, \mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in D_1 \cup D_2 & (2.1) \\ \rho(0, \mathbf{x}) &= \rho_1, v_1(0, \mathbf{x}) = -v_0 \sin \alpha, v_2(0, \mathbf{x}) = 0, v_3(0, \mathbf{x}) = -v_0 \cos \alpha, \mathbf{x} \in D_1 \\ \rho(0, \mathbf{x}) &= \rho_2, v_1(0, \mathbf{x}) = v_2(0, \mathbf{x}) = v_3(0, \mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in D_2 \end{aligned}$$

Граничные условия:

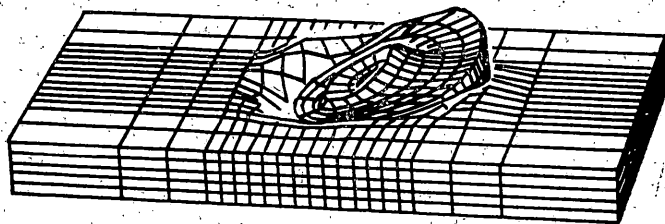
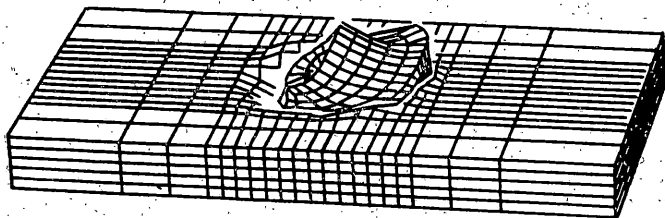
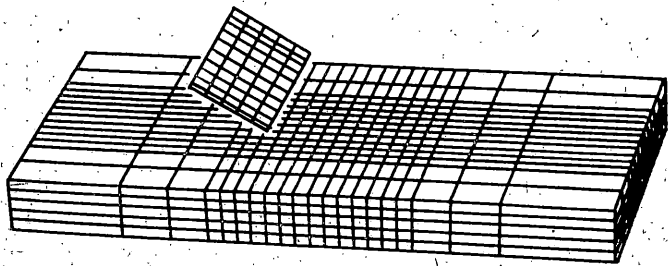
$$\begin{aligned} \sigma_{NN}(t, \mathbf{x}) &= \sigma_{N\tau_1}(t, \mathbf{x}) = \sigma_{N\tau_2}(t, \mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in R_1 \cup R_3 & (2.2) \\ \sigma_{N\tau_1}^+(t, \mathbf{x}) &= \sigma_{N\tau_1}^-(t, \mathbf{x}) = \sigma_{N\tau_2}^+(t, \mathbf{x}) = \sigma_{N\tau_2}^-(t, \mathbf{x}) = 0 \\ \sigma_{NN}^+(t, \mathbf{x}) &= \sigma_{NN}^-(t, \mathbf{x}), v_N^+(t, \mathbf{x}) = v_N^-(t, \mathbf{x}), \mathbf{x} \in R_2 \end{aligned}$$

Здесь N — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке, τ_1 и τ_2 — взаимно перпендикулярные единичные векторы в плоскости, касательной к поверхности в рассматриваемой точке, σ_N — вектор силы на площадке с нормалью N . Индекс «плюс» соответствует параметрам цилиндра, «минус» — пластины.

Для решения сформулированной краевой задачи используется метод конечных элементов [6, 7]. В соответствии с этим методом строится дискретная модель тела, состоящая из конечного числа связанных соответствующим образом в узловых точках конечных элементов. На основе принципа возможных скоростей выводится уравнение движения для типичного конечного элемента. Уравнение движения для всего ансамбля элементов в предположении, что их масса равномерно распределена в узлах используемых в расчетах тетраэдров, имеет вид [7]:

$$m_k v_{rk} = \sum_{l=1}^L \Omega_k^{n(l)} F_{rn}^{(l)} \quad (2.3)$$

где m_k — масса k -го узла, v_{rk} — r -я компонента ускорения k -го узла, $F_{rn}^{(l)}$ — r -я компонента эквивалентной силы n -го узла l -го элемента. Элементы массива $\Omega_k^{n(l)}$ определяются следующим образом: $\Omega_k^{n(l)} = 1$, если n -й узел l -го элемента соответствует узлу k связанной модели, $\Omega_k^{n(l)} = 0$ в противном случае. Входящие в (2.3) индексы принимают следующие значения: $k = 1, 2, \dots, M$, где M — число узлов в конечноэлементной модели; $r = 1, 2, 3$; $n = 1, 2, 3, 4$; $l = 1, 2, \dots, L$, где L — полное число элементов. В соответствии с методом конечных элементов r -я компонента скорости l -го тетраэдрального элемента выражается через четыре узловые величины в рам-



Фиг. 1

ках принятой в расчетах линейной аппроксимации формулой

$$v_r^{(l)} = (a_n + b_n x_1 + c_n x_2 + d_n x_3) v_{rn}^{(l)} / (6A^{(l)}) \quad (2.4)$$

Входящие в (2.4) коэффициенты определяются через координаты узлов тетраэдрального элемента. Обозначив в произвольно выбранном элементе узлы индексами f, q, w, u , можно записать коэффициенты, например, для узла f :

$$A = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_{1f} & x_{2f} & x_{3f} \\ 1 & x_{1q} & x_{2q} & x_{3q} \\ 1 & x_{1w} & x_{2w} & x_{3w} \\ 1 & x_{1u} & x_{2u} & x_{3u} \end{vmatrix}, \quad a_f = \begin{vmatrix} x_{1q} & x_{2q} & x_{3q} \\ x_{1w} & x_{2w} & x_{3w} \\ x_{1u} & x_{2u} & x_{3u} \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

$$b_f = \begin{vmatrix} 1 & x_{2q} & x_{3q} \\ 1 & x_{2w} & x_{3w} \\ 1 & x_{2u} & x_{3u} \end{vmatrix}, \quad c_f = \begin{vmatrix} 1 & x_{1q} & x_{3q} \\ 1 & x_{1w} & x_{3w} \\ 1 & x_{1u} & x_{3u} \end{vmatrix}, \quad d_f = \begin{vmatrix} 1 & x_{1q} & x_{2q} \\ 1 & x_{1w} & x_{2w} \\ 1 & x_{1u} & x_{2u} \end{vmatrix}$$

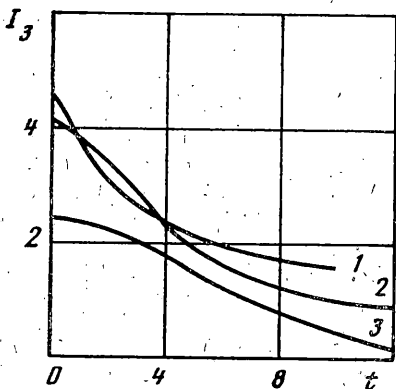
Значения остальных двенадцати коэффициентов определяются по данным формулам циклической перестановкой индексов. Входящие в (2.3) компоненты эквивалентных узловых сил находятся по формулам

$$F_{1n} = -1/6 (b_n \sigma_{11} + c_n \sigma_{12} + d_n \sigma_{13})$$

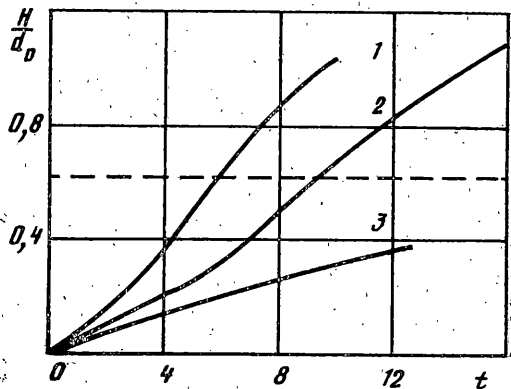
$$F_{2n} = -1/6 (c_n \sigma_{22} + b_n \sigma_{12} + d_n \sigma_{23})$$

$$F_{3n} = -1/6 (d_n \sigma_{33} + c_n \sigma_{23} + b_n \sigma_{13})$$

Скорости деформации вычисляются по соотношениям (1.4) с использованием (2.4) и (2.5). При расчетах использовалась искусственная вяз-



Фиг. 2



Фиг. 3

кость [8]:

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{2}\rho_0 a_0 |V^*/V| + 4\rho h^2 (V^*/V)^2 & \text{при } V^*/V < 0 \\ 0 & \text{при } V^*/V \geq 0 \end{cases}$$

где a_0 — скорость звука в материале, h — минимальная высота тетраэдра. Временной интервал интегрирования, обеспечивающий устойчивый счет, имел вид

$$\Delta t = \frac{1}{5} h [g + (g^2 + a_0^2)^{1/2}]^{-1}, \quad g^2 = 4Q/\rho_0.$$

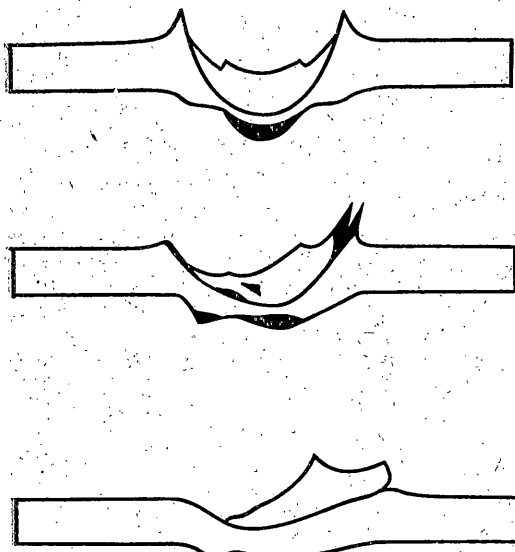
При проведении расчетов выполнение заданных граничных условий обеспечивалось с помощью алгоритма расчета подвижных контактных поверхностей соударяющихся тел, который детально изложен в [9].

3. Результаты численного анализа. В расчетах моделировалось взаимодействие стального цилиндра высотой равной диаметру с пластиной из алюминиевого сплава толщиной 0,005 м. Отношение толщины пластины к диаметру цилиндра равно 0,625. Энергия взаимодействия составляла 3,486 кДж. Угол встречи цилиндра с пластиной варьировался и принимал значения 0, 30 и 60°. Константы материалов, а также кинетического соотношения для роста пор аналогичны данным из [10–12]. В частности, для материала цилиндра использовались следующие константы: $\rho_1 = 7800$ кг/м³; $\sigma = 1,02$ ГПа; $G_0 = 79$ ГПа; $K_0 = 1,91$; $K_1 = 153$ ГПа; $K_2 = 176$ ГПа; $K_3 = 53,2$ ГПа; $K_4 = 0,57$ м·с/кг; $P_c = 2,3$ ГПа; $V_1 = 0,007/\rho_1$; $V_2 = 0,0004/\rho_1$. Материал же пластины имел такие константы: $\rho_2 = 2710$ кг/м³; $\sigma = 0,36$ ГПа; $G_0 = 24,5$ ГПа; $K_0 = 2,13$; $K_1 = 76,5$ ГПа; $K_2 = 165,9$ ГПа; $K_3 = 42,8$ ГПа; $K_4 = 0,07$ м·с/кг; $P_c = 0,5$ ГПа; $V_1 = 0,015/\rho_2$; $V_2 = 0,001/\rho_2$.

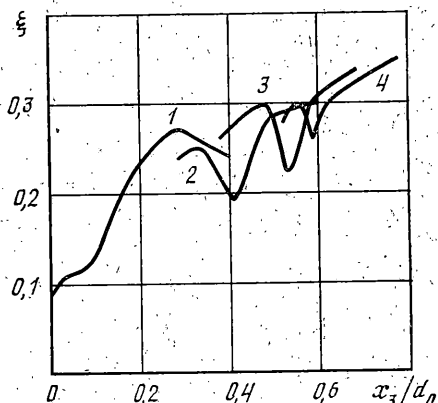
Расчетная область разбивалась на шестигранники, каждый из которых содержал по 6 тетраэдральных конечных элементов. Общее число тетраэдров составляло 10200, из которых на цилиндр приходилось 1800, на пластину 8400. Количество узлов соответственно в цилиндре и пластине было 480 и 2016. Первоначальная длина ребер тетраэдров в цилиндре вдоль радиуса составляла 0,00133 м, вдоль оси симметрии 0,0016 м, вдоль периметра наибольшей окружности 0,001 м. В пластине по ее толщине длина ребер тетраэдров составляла 0,001 м, по двум другим направлениям 0,00133 м.

На фиг. 1 приведены конфигурации тел реализующиеся при взаимодействии под углом 60° в моменты времени 0, 8 и 12 мкс. На фиг. 2 представлен график изменения вертикального импульса ($H \cdot c$) цилиндра от времени (мкс) для разных углов встречи. Здесь и далее на фиг. 3 кривые 1–3 соответствуют углам 0, 30, 60°. Расчеты показывают, что для угла 60° к моменту времени 12 мкс практически прекращается движение центра масс цилиндра в сторону пластины. При этом передняя часть материала цилиндра имеет вертикальную скорость, направленную вверх от пластины. Материал же, расположенный вблизи тыльной поверхности, еще имеет небольшую вертикальную скорость, направленную вниз. В результате этого происходит поворот цилиндра и в дальнейшем наблюдается отход его от пластины. Для углов встречи 0 и 30° реализуется пробитие пластины цилиндром, о чем свидетельствуют постоянные значения вертикальных импульсов 1 и 2. Подтверждением этого является также и график изменения глубины проникания цилиндра в пластину от времени для разных углов встречи, приведенный на фиг. 3. Штриховой линией показано положение тыльной поверхности пластины в начальный момент времени.

На фиг. 4 представлены сечения цилиндра и пластины в плоскости симметрии для трех рассмотренных углов встречи. Верхнее сечение соответствует углу встречи 0° и моменту времени 10 мкс, среднее — 30° и 12 мкс, нижнее — 60° и 12 мкс. Затемнением отмечены зоны, в которых пористость превысила критическую, принятую равной 0,3 [4]. Из расчетов следует, что в процессе взаимодействия цилиндра с пластиной под углом 30° в цилиндре образуются зоны, где пористость достигает критической величины. В частности, происходит разрушение передней верхней кромки



Фиг. 4



Фиг. 5

цилиндра, образованной пересечением боковой и торцевой поверхностями. Возникновение этих зон обусловлено асимметричным характером деформирования при относительно небольших углах встречи, когда вертикальная скорость цилиндра еще достаточно велика. При нормальном взаимодействии цилиндра с пластиной в нем не образуется зон с уровнем пористости выше критического. Разрушение цилиндра в этом случае сводится к срезанию его тонких боковых кромок в результате сдвиговых деформаций, о чем свидетельствует высокая удельная энергия пластических деформаций в данных областях.

Анализ результатов показывает, что для всех рассмотренных углов встречи тыльного разрушения пластины в виде отделения части материала в форме откольной тарелочки не происходит. Об этом, в частности, свидетельствует график, представленный на фиг. 5, на котором приведены кривые изменения пористости по толщине пластины вдоль линии, совпадающей с осью симметрии цилиндра для случая угла встречи 0° . Кривая 1 соответствует моменту времени 4 мкс, 2—6 мкс, 3—8 мкс, 4—10 мкс. Здесь контактная поверхность цилиндра и пластины в момент времени 4 мкс совмещена с началом оси абсцисс. Видно, что в результате взаимодействия волн разгрузки в начальные моменты времени, когда их интенсивность максимальна, в пластине происходит образование и рост пор, однако уровень пористости не превышает критической величины. Максимальная пористость к 4 мкс реализуется в области, расположенной на расстоянии 0,25 толщины пластины от тыльной поверхности и равна 0,27, что достаточно близко к величине критического уровня пористости. Разрушение пластины начинается с тыльной ее поверхности в результате действия радиальных растягивающих напряжений, возникающих при выпучивании материала под внедряющимся цилиндром. Область, в которой пористость превышает критическую, с течением времени растет, продвигаясь от тыльной поверхности пластины к границе ее контакта с цилиндром (кривые 3, 4). Это свидетельствует о том, что реализуется разрыв пластины, распространяющийся с тыльной ее поверхности, и пробитие идентифицируется по типу лепесткования. Для угла 30° характер пробития пластины цилиндром качественно аналогичен. Кроме того в пластине отмечается незначительное лицевое разрушение, показанное на фиг. 4.

Изложенная методика, на основе которой проведено численное исследование несимметричного взаимодействия цилиндра с пластиной может быть использована для решения разнообразных трехмерных динамических задач в широком диапазоне скоростей деформаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 535 с.
2. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Наука, 1970. 355 с.
3. Нигмагуллин Р. И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 6. С. 1097—1112.
4. Белов Н. Н., Корнеев А. И., Николаев А. П. Численный анализ разрушения в плитках при действии импульсных нагрузок // ПМТФ. 1985. № 3. С. 132—136.
5. Югов Н. Т. Численное моделирование процесса деформирования и разрушения твердых тел при несимметричном взаимодействии // Моделирование в механике. Новосибирск: 1988. Т. 2 (19). № 6. С. 152—159.
6. Горельский В. А., Хорев И. Е., Югов Н. Т. Динамика трехмерного процесса несимметричного взаимодействия деформируемых тел с жесткой стенкой // ПМТФ. 1985. № 4. С. 112—118.

7. *Оден Дж.* Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М.: Мир, 1976. 464 с.
8. *Уилкинс М. Л.* Расчет упругопластических течений. — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212—263.
9. *Johnson G. R., Colby D. D., Vavrick D. I.* Three-dimensional computer code for dynamic response of solids to intense impulsive loads // *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*. 1979. V. 14. No. 12. P. 1865—1871.
10. *Сузак С. Г., Канель Г. И., Фортгов В. Е.* Расчет разрушений при внедрении ударника в конечную преграду // *Проблемы прочности*. 1987. № 4. С. 64—68.
11. *Канель Г. И., Разоренов С. В., Фортгов В. Е.* Кинетика разрушения алюминиевого сплава АМг6М в условиях откола // *ПМТФ*. 1984. № 5. С. 60—64.
12. *Горельский В. А., Хорев И. Е., Югов Н. Т.* Особенности разрушения цилиндров при несимметричном взаимодействии с жесткой стенкой // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1986. № 6. С. 135—139.

Томск

Поступила в редакцию
3.06.1988