МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 1989

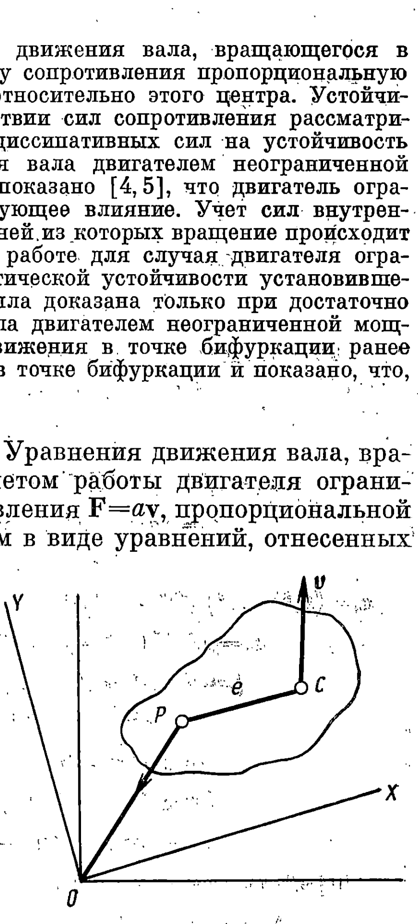
УДК 531.36

С. А. АГАФОНОВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ УСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВАЛА

Исследуется устойчивость установившегося движения вала, вращающегося в упругих подшипниках, который испытывает силу сопротивления пропорциональную скорости центра масс, не создающую момента относительно этого центра. Устойчивость стационарного движения вала при отсутствии сил сопротивления рассматривалась в [1–6]. В [4, 5] рассмотрено влияние диссипативных сил на устойчивость установившегося движения в случае вращения вала двигателем неограниченной мощности. При отсутствии диссипативных сил показано [4, 5], что двигатель ограниченной мощности может иметь дестабилизирующее влияние. Учет сил внутреннего сопротивления рассмотрен в [7, 8], в последней из которых вращение происходит с переменной угловой скоростью. В настоящей работе для случая двигателя ограниченной мощности получены условия асимптотической устойчивости установившегося движения вала. Ранее [9] устойчивость была доказана только при достаточно малом эксцентриситете вала. При вращении вала двигателем неограниченной мощности анализ устойчивости установившегося движения в точке бифуркации ранее не проводился. Здесь исследуется устойчивость в точке бифуркации и показано, что, как правило, имеет место неустойчивость.

1. **Двигатель ограниченной мощности.** Уравнения движения вала, вращающегося в упругих подшипниках с учетом работы двигателя ограниченной мощности и внешней силы сопротивления $\mathbf{F}=a\mathbf{v}$, пропорциональной скорости центра масс C (фигура), запишем в виде уравнений, отнесенных к подвижной системе координат OXY (ось X параллельна PC):



$$\begin{gathered} x^{\bullet}=v_x+\Omega y,\quad y^{\bullet}=v_y-\Omega x \\ v_x^{\bullet}=-m^{-1}\partial\Pi/\partial x-av_x/m+\Omega v_y \\ v_y^{\bullet}=-m^{-1}\partial\Pi/\partial y-av_y/m-\Omega v_x \\ J\Omega^{\bullet}=-(\partial\Pi/\partial y)e+\mu(\Omega_0-\Omega) \end{gathered} \tag{1.1}$$

Здесь x, y, v_x, v_y — соответственно координаты и проекции скорости центра масс C вала; m — масса вала, J — момент инерции вала относительно оси перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через центр масс; $\Pi([(x+e)^2+y^2]^{1/2})$ — потенциал сил центрирующих подшипников ($\Pi(0)=0$), приложенных к точке P вала; Ω — угловая скорость вращения вала; $\mu(\Omega_0-\Omega)$ — момент, развиваемый двигателем; e — эксцентриситет вала.

При установившемся движении $x=x^*$, $y=y^*$, $v_x=v_x^*$, $v_y=v_y^*$, $\Omega=\Omega^*$, где x^*, y^*, v_x^*, v_y^*, Ω^* — постоянные, определяемые из решения системы уравнений

$$\begin{gathered} v_x^*+\Omega^*y^*=0,\quad v_y^*-\Omega^*x^*=0 \\ -m^{-1}(\partial\Pi/\partial x)_{x=x^*,\,y=y^*}+a\Omega^*y^*/m+\Omega^{*2}x^*=0 \\ -m^{-1}(\partial\Pi/\partial y)_{x=x^*,\,y=y^*}-a\Omega^*x^*/m+\Omega^{*2}y^*=0 \\ (\partial\Pi/\partial y)_{x=x^*,\,y=y^*}e+\mu(\Omega_0-\Omega^*)=0 \end{gathered} \tag{1.2}$$

Производные $\partial\Pi/\partial x$, $\partial\Pi/\partial y$ обращаются в нуль при $x=-e$, $y=0$ и, следовательно, для установившегося движения значения координат центра масс x^*, y^*, вообще говоря, отличны от нуля. Не обсуждая количество решений, которое имеет система уравнений (1.2), отметим лишь, что при стремлении $\Omega_0\to\infty$ существует установившийся режим, для которого x^*, $y^*\to 0$ и $\Omega^*\to\Omega_0$ [9]. Этот режим соответствует явлению самоцентрирования [5].

Положим $x=x^*+\xi$, $y=y^*+\eta$, $v_x=v_x^*+u$, $v_y=v_y^*+v$, $\Omega=\Omega^*+\omega$. Уравнения возмущенного движения в первом приближении получим из (1.1):

$$\begin{gathered}\xi^{\bullet}=u+\Omega^*\eta+y^*\omega,\quad \eta^{\bullet}=v-\Omega^*\xi-x^*\omega\\ u^{\bullet}=-\nu_1^2\xi-\varkappa\eta-au/m+\Omega^*v+v_y^*\omega\\ v^{\bullet}=-\nu_2^2\eta-\varkappa\xi-av/m-\Omega^*u-v_x^*\omega\\ J\omega^{\bullet}=-me\nu_2^2\eta-me\varkappa\xi-\mu\omega\\ \nu_1^2=m^{-1}\partial^2\Pi/\partial x^2,\ \nu_2^2=m^{-1}\partial^2\Pi/\partial y^2,\ \varkappa=m^{-1}\partial^2\Pi/\partial x\partial y\end{gathered}\tag{1.3}$$

Значения частных производных от функции Π здесь и далее вычисляются при $x=x^*$, $y=y^*$. Исключая переменные u, v, систему уравнений (1.3) приведем к виду

$$\begin{gathered}\xi^{\bullet\bullet}+a\xi^{\bullet}/m-2\Omega^*\eta^{\bullet}-(\Omega^{*2}-\nu_1^2-me\varkappa J^{-1}y^*)\xi+\varkappa\eta-\\ -(a\Omega^*/m-me\nu_2^2J^{-1}y^*)\eta+(\mu J^{-1}y^*-ay^*/m-2\Omega^*x^*)\omega=0\\ \eta^{\bullet\bullet}+a\eta^{\bullet}/m+2\Omega^*\xi^{\bullet}-(\Omega^{*2}-\nu_2^2+me\nu_2^2J^{-1}x^*)\eta+\varkappa\xi+\\ +(a\Omega^*/m-meJ^{-1}\varkappa x^*)\xi+(ax^*/m-\mu x^*/m-2\Omega^*y^*)\omega=0\\ \omega^{\bullet}+\mu J^{-1}\omega+meJ^{-1}\nu_2^2\eta+me\varkappa J^{-1}\xi=0\end{gathered}\tag{1.4}$$

Характеристическое уравнение системы (1.4) имеет вид

$$\lambda^5+a_1\lambda^4+a_2\lambda^3+a_3\lambda^2+a_4\lambda+a_5=0$$

$$a_1=2a/m+\mu J^{-1}$$

$$a_2=\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^{*2}+a^2/m^2+2a\mu m^{-1}J^{-1}+meJ^{-1}(\varkappa y^*-x^*\nu_2^2)$$

$$\begin{gathered}a_3=(a/m+\mu/J)(\nu_1^2+\nu_2^2)+2am^{-1}\Omega^{*2}+2\mu J^{-1}\Omega^{*2}+\\ +a^2\mu m^{-2}J^{-1}+2aeJ^{-1}(\varkappa y^*-x^*\nu_2^2)\end{gathered}$$

$$a_4=(\Omega^{*2}-\nu_1^2)(\Omega^{*2}-\nu_2^2)+a^2\Omega^{*2}m^{-2}-\varkappa^2+a\mu m^{-1}J^{-1}(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^{*2})+eJ^{-1}f_1$$

$$a_5=\mu J^{-1}[(\Omega^{*2}-\nu_1^2)(\Omega^{*2}-\nu_2^2)+a^2m^{-2}\Omega^{*2}-\varkappa^2]+eJ^{-1}f_2$$

$$\begin{gathered}f_1=3m\Omega^{*2}\varkappa y^*-3m\Omega^{*2}\nu_2^2x^*-mx^*\nu_1^2\nu_2^2+a^2m^{-1}\varkappa y^*-\\ -a^2m^{-1}\nu_2^2x^*+mx^*\varkappa^2-a\Omega^*\varkappa x^*-a\Omega^*\nu_2^2y^*\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}f_2=a\varkappa^2x^*-2m\varkappa^2\Omega^*y^*-a^2\varkappa m^{-1}\Omega^*x^*+a\varkappa\Omega^{*2}y^*-\\ -2m\varkappa\Omega^{*3}x^*-ax^*\nu_1^2\nu_2^2+2m\nu_1^2\nu_2^2\Omega^*y^*+a\nu_2^2\Omega^{*2}x^*-\\ -2m\nu_2^2\Omega^{*3}y^*-a^2\nu_2^2m^{-1}\Omega^*y^*-2a\Omega^{*2}\nu_2^2x^*\end{gathered}$$

Определители Гурвица равны

$$\begin{gathered}\Delta_1=a_1,\ \Delta_2=a(\nu_1^2+\nu_2^2)/m+2am^{-1}\Omega^{*2}+2a^3m^{-3}+4\mu a^2J^{-1}m^{-2}+\\ +2a\mu^2m^{-1}J^{-2}+\mu meJ^{-2}(\varkappa y^*-x^*\nu_2^2)\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\Delta_3=a^2m^{-2}(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+a\mu m^{-1}J^{-1}(\nu_1^4+\nu_2^4)+4a^2m^{-2}(\varkappa^2+2\Omega^{*2}\nu_1^2+\\ +2\Omega^{*2}\nu_2^2)+2a\mu m^{-1}J^{-1}(3\Omega^{*2}\nu_1^2+3\Omega^{*2}\nu_2^2+\varkappa^2+\Omega^{*4})+a\mu^3m^{-1}J^{-3}(\nu_1^2+\\ +\nu_2^2+2\Omega^{*2})+\mu a^3J^{-1}m^{-3}(3\nu_1^2+3\nu_2^2+4\Omega^{*2})+2a^2\mu^2m^{-2}J^{-2}(\nu_1^2+\nu_2^2+\\ +2\Omega^{*2})+2\mu a^5J^{-1}m^{-5}+2a^4m^{-4}(\nu_1^2+\nu_2^2)+4\mu^2a^4J^{-2}m^{-4}+2a^3\mu^3m^{-3}J^{-3}+eJ^{-1}F_1\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\Delta_4=a^2m^{-2}[(\Omega^{*2}-\nu_1^2)(\Omega^{*2}-\nu_2^2)-\varkappa^2][(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+4(\varkappa^2+2\Omega^{*2}\nu_1^2+2\Omega^{*2}\nu_2^2)]+\\ +a^4m^{-4}\{\Omega^{*2}(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+4\Omega^{*2}(\varkappa^2+2\Omega^{*2}\nu_1^2+2\Omega^{*2}\nu_2^2)+\\ +2[(\Omega^{*2}-\nu_1^2)(\Omega^{*2}-\nu_2^2)-\varkappa^2](\nu_1^2+\nu_2^2)\}+2a^6\Omega^{*2}m^{-6}(\nu_1^2+\nu_2^2)+\\ +a^2\mu^2m^{-2}J^{-2}(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^{*2})[(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+8\Omega^{*2}(\nu_1^2+\nu_2^2)+\end{gathered}$$

$$+4\varkappa^2]+a^3\mu J^{-1}m^{-3}(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^{*2})[(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+$$
$$+4(\varkappa^2+2\Omega^{*2}\nu_1^2+2\Omega^{*2}\nu_2^2)]+2a^3\mu^3m^{-3}J^{-3}[8\Omega^{*2}(\nu_1^2+\nu_2^2)+$$
$$+4\varkappa^2+(\nu_1^2-\nu_2^2)^2]+\mu^2a^4J^{-2}m^{-4}[3\nu_1^4+3\nu_2^4+2\nu_1^2\nu_2^2+$$
$$+12\Omega^{*2}(\nu_1^2+\nu_2^2)+4\varkappa^2]+4\mu^3a^5J^{-3}m^{-5}(\nu_1^2+\nu_2^2)+$$
$$+2\mu^2a^6J^{-2}m^{-6}(\nu_1^2+\nu_2^2)+2\mu^4a^4m^{-4}J^{-4}(\nu_1^2+\nu_2^2)+$$
$$+\mu^4a^2m^{-2}J^{-4}[(\nu_1^2-\nu_2^2)^2+8\Omega^{*2}(\nu_1^2+\nu_2^2)+4\varkappa^2]+$$
$$+2\mu a^5J^{-1}m^{-5}(\nu_1^2+\nu_2^2)(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^{*2})+eJ^{-1}F_2$$

Выражения для F_1, F_2, зависящие от параметров, входящих в систему уравнений (1.4), не выписаны ввиду их громоздкости. Условиями асимптотической устойчивости установившегося движения $x=x^*$, $y=y^*$, $v_y=v_y^*$, $v_x=v_x^*$, $\Omega=\Omega^*$ являются одновременные выполнения неравенств

$$a_i>0,\ \Delta_i>0\ (i=2,\ldots,5) \tag{1.5}$$

Последние можно рассматривать как ограничение сверху на величину эксцентриситета e, при которой существует устойчивый установившийся режим. Если $(\Omega^{*2}-\nu^2)(\Omega^{*2}-\nu^2)-\varkappa^2+a^2\Omega^{*2}m^{-2}>0$, то неравенства (1.5) заведомо выполнены при достаточно малом e. Заметим, что действие на вал внешней силы сопротивления, пропорциональной скорости центра масс, приводит к появлению в первых двух уравнениях членов $a\xi^\cdot/m$, $a\eta^\cdot/m$, $-a\Omega^*\eta/m$, $a\Omega^*\xi/m$, которые можно рассматривать как диссипативные и неконсервативные позиционные силы соответственно.

2. Двигатель неограниченной мощности. Рассмотрим теперь случай вращения вала с угловой скоростью Ω двигателем неограниченной мощности. Уравнения возмущенного движения имеют вид

$$\begin{gathered}\xi^{\cdot\cdot}+k\xi^\cdot-2\Omega\eta^\cdot-(\Omega^2-\nu_1^2)\xi+\varkappa\eta-k\Omega\eta=-\partial V/\partial\xi\\ \eta^{\cdot\cdot}+k\eta^\cdot+2\Omega\xi^\cdot-(\Omega^2-\nu_2^2)\eta+\varkappa\xi+k\Omega\xi=-\partial V/\partial\eta\end{gathered} \tag{2.1}$$

Здесь $k=a/m$, $V(\xi,\eta)$ — совокупность членов не ниже третьего порядка относительно ξ, η в разложении

$$\Pi([(x^*+e+\xi)^2+(y^*+\eta)^2]^{1/2})=\Pi([(x^*+e)^2+y^{*2}]^{1/2})+$$
$$+(\partial\Pi/\partial x)\xi+(\partial\Pi/\partial y)\eta+m\nu_1^2\xi^2/2+m\nu_2^2\eta^2/2+m\varkappa\xi\eta+mV(\xi,\eta)$$

Определители Гурвица и коэффициенты характеристического уравнения линейной части системы (2.1):

$$\begin{gathered}\lambda^4+2k\lambda^3+(k^2+2\Omega^2+\nu_1^2+\nu_2^2)\lambda^2+k(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^2)\lambda+\\ +(\Omega^2-\nu_1^2)(\Omega^2-\nu_2^2)+\Omega^2k^2-\varkappa^2=0\end{gathered} \tag{2.2}$$

все положительны кроме последнего коэффициента $a_4=(\Omega^2-\nu_1^2)(\Omega^2-\nu_2^2)+$ $+\Omega^2k^2-\varkappa^2$. Поэтому установившееся движение асимптотически устойчиво при $a_4>0$ и неустойчиво при $a_4<0$ [5]. При $a_4=0$ характеристическое уравнение (2.2) имеет один нулевой корень, а остальные с отрицательными действительными частями. Случай этот является критическим [10]. Исследуем устойчивость при $a_4=0$. Уравнения первого приближения системы (2.1) имеют линейный интеграл

$$u=[k+2\Omega(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}]\xi+\xi^\cdot+$$
$$+[k(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}-2\Omega]\eta+(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}\eta^\cdot=\mathrm{const}\ (\varkappa+k\Omega\neq0)$$

который примем за новую переменную вместо $\xi^\cdot$. Тогда уравнения (2.1) примут вид

$$\begin{gathered}u^\cdot=-\partial V/\partial x_1-(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}\partial V/\partial x_2\\ x_1^\cdot=-[k+2\Omega(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}]x_1-\end{gathered} \tag{2.3}$$

$$-[k(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}-2\Omega]x_2-(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}x_3+u$$

$$x_2^\cdot=x_3,\; x_3^\cdot=[2\Omega(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}-k]x_3+[k\Omega+4\Omega^2(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}-$$

$$-\varkappa]x_1+[2\Omega k(\Omega^2-\nu_1^2)(\varkappa+k\Omega)^{-1}-3\Omega^2-\nu_2^2]x_2-2\Omega u-\partial V/\partial x_2$$

$$(x_1=\xi,\; x_2=\eta,\; x_3=\eta^\cdot)$$

Так как критическая переменная u входит в уравнения для некритических переменных, преобразуем систему (2.3) так, чтобы исключить u из этих уравнений. С этой целью приравнивая нулю правые части уравнений, определяющих x_1, x_2, x_3, выражаем их как функции u. С точностью до членов второго порядка относительно u получим (многоточие здесь и далее означает совокупность членов более высокого порядка):

$$\begin{gathered} x_1=-(\Omega^2-\nu_2^2)k^{-1}(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^2)^{-1}u+\ldots \\ x_2=-(\varkappa+\Omega k)k^{-1}(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^2)^{-1}u+\ldots \\ x_3=0 \end{gathered} \tag{2.4}$$

Подставляя эти выражения в первое уравнение системы (2.3) получим

$$u^\cdot=gu^2+\ldots$$

$$g=-[2mk^2(\nu_1^2+\nu_2^2+2\Omega^2)^2]^{-1}[(\Omega^2-\nu_2^2)^2\partial^3\Pi/\partial x_1^3+$$

$$+(\Omega k+3\varkappa)(\Omega^2-\nu_2^2)\partial^3\Pi/\partial x_1^2\partial x_2+(\Omega k+\varkappa)(3\varkappa-\Omega k)\times$$

$$\times\partial^3\Pi/\partial x_1\partial x_2^2+(\Omega^2-\nu_1^2)(\Omega k+\varkappa)\partial^3\Pi/\partial x_2^3$$

Если $g\neq0$, то установившееся движение при $a_4=0$ неустойчиво [10]. В случае $k\Omega+\varkappa=0$ $\Omega^2=\nu_1^2$ или $\Omega^2=\nu_2^2$. Пусть для определенности $\Omega^2=\nu_1^2$. Тогда уравнения первого приближения системы (2.1) имеют линейный интеграл

$u=(\nu_2^2+3\Omega^2)(2\Omega)^{-1}\xi+(\nu_2^2-\Omega^2)(2k\Omega)^{-1}\xi^\cdot+k^{-1}(k^2-\nu_2^2+\Omega^2)\eta+\eta^\cdot=\mathrm{const}$ который примем вместо $\eta^\cdot$ за новую переменную. Обозначая $x_1=\xi$, $x_2=\eta$, $x_3=\xi^\cdot$, уравнения (2.1) можно привести к виду

$$\begin{gathered} u^\cdot=(\Omega^2-\nu_2^2)(2k\Omega)^{-1}\partial V/\partial x_1-\partial V/\partial x_2 \\ x_1^\cdot=x_3 \\ x_2^\cdot=u-(\nu_2^2+3\Omega^2)(2\Omega)^{-1}x_1-(\nu_2^2-\Omega^2)(2k\Omega)^{-1}x_3-k^{-1}(k^2-\nu_2^2+\Omega^2)x_2 \\ x_3^\cdot=2\Omega u-(\nu_2^2+3\Omega^2)x_1+k^{-1}(\Omega^2-\nu_2^2-k^2)x_3+ \\ +k^{-1}2\Omega(\nu_2^2-\Omega^2)x_2-\partial V/\partial x_1 \end{gathered} \tag{2.5}$$

Проводя аналогичные выкладки, получим

$$\begin{gathered} x_1=2\Omega(\nu_2^2+3\Omega^2)^{-1}u-2\alpha_1\Omega^2(k^2-\nu_2^2+\Omega^2)(\nu_2^2+3\Omega^2)^{-3}k^{-2}u^2+\ldots \\ x_2=\alpha_1\Omega k^{-1}(\nu_2^2+3\Omega^2)^{-2}u^2+\ldots,\; x_3=0,\; \alpha_1=m^{-1}\partial^3\Pi/\partial x_1^3 \end{gathered} \tag{2.6}$$

Подставляя выражения (2.6) в первое уравнение системы (2.5) и опуская вычисления, окончательно получим

$$u^\cdot=gu^2+ru^3+\ldots$$

$$g=-2\Omega^2(\nu_2^2+3\Omega^2)^{-2}[\alpha_1(2k\Omega)^{-1}(\nu_2^2-\Omega^2)+\alpha_2]$$

$$r=\Omega k^{-3}(\nu_2^2+3\Omega^2)^{-4}[2\Omega\alpha_1^2(\nu_2^2-\Omega^2)(k^2-\nu_2^2+\Omega^2)+$$

$$+k\alpha_1\alpha_2(4\Omega^2k^2-6\Omega^2\nu_2^2-\nu_2^4+7\Omega^4)-2k^2\Omega(\nu_2^2+3\Omega^2)\alpha_1\alpha_3-$$

$$-{}^4/_3k^3\Omega^2(\nu_2^2+3\Omega^2)[(\nu_2^2-\Omega^2)(2k\Omega)^{-1}\beta_1+\beta_2]]$$

$$\alpha_2=m^{-1}\partial^3\Pi/\partial x_1^2\partial x_2,\; \alpha_3=m^{-1}\partial^3\Pi/\partial x_1\partial x_2^2$$

$$\beta_1=m^{-1}\partial^4\Pi/\partial x_1^4,\; \beta_2=m^{-1}\partial^4\Pi/\partial x_1^3\partial x_2$$

Если $g \neq 0$, то установившееся движение неустойчиво [10]. Поэтому для устойчивости необходимо, чтобы $g=0$. В этом случае при $r<0$ движение асимптотически устойчиво, а при $r>0$ неустойчиво [10]. При $k\Omega+\varkappa=0$ и $\Omega^2=\nu_2^2$ исследование устойчивости аналогично. Если обозначить

$$\alpha_4 = m^{-1}\frac{\partial^3\Pi}{\partial x_2^3}, \quad \beta_3 = m^{-1}\frac{\partial^4\Pi}{\partial x_1^2\partial x_2^2}, \quad \beta_4 = m^{-1}\frac{\partial^4\Pi}{\partial x_1\partial x_2^3}, \quad \beta_5 = m^{-1}\frac{\partial^4\Pi}{\partial x_2^4}$$

то при

$$g=-[2k^2(3\Omega^2+\nu_1^2)^2]^{-1}[\alpha_4(\nu_1^2-\Omega^2)^2+4\alpha_3\Omega k(\nu_1^2-\Omega^2)+4\alpha_2\Omega^2k^2]\neq 0$$

имеем неустойчивость установившегося движения. Если же $g=0$ и

$$\begin{aligned} r=&-[2k^4(3\Omega^2+\nu_1^2)^4]^{-1}[4\Omega^2k^2\alpha_1+4\Omega k(\nu_1^2-\Omega^2)\alpha_2+\\ &+\alpha_3(\nu_1^2-\Omega^2)^2][2\Omega(\nu_1^2-\Omega^2)\alpha_4+k(5\Omega^2-\nu_1^2)\alpha_3-2\Omega k^2\alpha_2]-\\ &-[6k^3(3\Omega^2+\nu_1^2)^3]^{-1}[\beta_5(\nu_1^2-\Omega^2)^3+6\beta_4(\nu_1^2-\Omega^2)^2\Omega k+\\ &+12\beta_3\Omega^2k^2(\nu_1^2-\Omega^2)+8\beta_2\Omega^3k^3]<0 \end{aligned}$$

движение асимптотически устойчиво, а при $r>0$ — неустойчиво.

Автор благодарит В. В. Румянцева за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Четаев Н. Г.* Устойчивость движения. М.–Л.: Гостехиздат, 1946. 204 с.
2. *Ишлинский А. Ю.* Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1981. 191 с.
3. *Журавлев В. Ф.* Об устойчивости стационарных движений плоского тела в поле центральной силы // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 71–76.
4. *Румянцев В. В.* Об устойчивости установившихся движений систем с квазициклическими координатами // ПММ. 1986. Т. 50. Вып. 6. С. 918–927.
5. *Меркин Д. Р.* Об устойчивости стационарных движений оси вращающегося ротора, установленного в нелинейных подшипниках // ПММ. 1983. Т. 47. Вып. 3. С. 378–384.
6. *Агафонов С. А., Слынько Л. Е.* Об устойчивости стационарного движения плоского твердого тела под действием центральной силы // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 2. С. 25–29.
7. *Диментберг Ф. М.* Изгибные колебания вращающихся валов. М.: Изд-во АН СССР, 1959. 347 с.
8. *Кошляков В. Н.* Об устойчивости вращающейся консоли // Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 6. С. 17–20.
9. *Жбанов Ю. К.* Об устойчивости вращающегося вала // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 3. С. 157–161.
10. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. М.– Л.: Гостехиздат, 1935. 386 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.VI.1988