

УДК 539.3

П. Н. КОРОТИН, И. Б. ПЕТРОВ, А. С. ХОЛОДОВ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ О ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК НА МЕТАЛЛЫ

Рассматриваются некоторые задачи о нестационарных тепловых воздействиях на деформируемые твердые среды с учетом откольных разрушений, фазовых переходов, теплопроводности, зависимости характеристик среды от температуры. Областью применения данного класса задач является тепловая обработка металлов. Для численного решения использовалась монотонная явная характеристическая разностная схема [1], обладающая минимальной аппроксимационной вязкостью и разработанная для численного решения нестационарных задач механики деформируемого твердого тела в [2]. Использование этого подхода позволяет естественным образом аппроксимировать соотношения на границах, в определенной мере учитывать область зависимости решения.

Ряд исследований нестационарных процессов в деформируемых твердых телах, проведенных численными методами, а также краткие обзоры работ в этой области можно найти в [3-11].

1. Определяющие соотношения. Для описания поведения твердой деформируемой среды используем модели упругоидеальнопластического и упруговязкопластического тела. Описание поведения деформируемых сред с учетом термических эффектов будем проводить, пользуясь уравнениями, рассмотренными для нелинейноупругой среды в [12], для упруго-пластической среды в [2, 13].

Введем следующие обозначения. Для твердого тела: ρ^- — плотность среды; λ, μ — коэффициенты Ламе твердого материала; s_{ij}, σ_{ij} — компоненты девиатора и тензора напряжений; $e_{ij}^e, \varepsilon_{ij}^e, e_{ij}^p, \varepsilon_{ij}^p, e_{ij}, \varepsilon_{ij}$ — компоненты девиатора и тензора упругих, пластических и полных деформаций соответственно; κ^- — коэффициент теплопроводности среды; $K^- = \lambda + 2\mu/3$ — модуль сжатия; k^- — предел текучести материала на чистый сдвиг; $\gamma = 3K^- \alpha_t$, α_t — коэффициент линейного расширения; C_F — удельная теплоемкость при постоянных деформациях. Для жидкости и газа: ρ^+ — плотность; $p = \sigma_{hh}/3$ — гидродинамическое давление; $1/\beta = \rho (\partial p / \partial \rho)_T$, β — термодинамический коэффициент сжимаемости; $\gamma_t = 1/p (\partial p / \partial T)_V$ — термодинамический коэффициент давления; C_V — теплоемкость при изохорном процессе; κ^+ — коэффициент теплопроводности.

Введем также обозначения: U — удельная внутренняя энергия; Q — плотность объемных источников энергии; T, T_0 — текущее и начальное значения температуры; $\theta = T - T_0$ — изменение температуры; $L = (\lambda, 1/\beta)$, то есть $L = \lambda$ — в твердом теле и $L = 1/\beta$ — в жидкости и газе. Аналогично $M = (\mu, 0)$; $k = (k^-, 0)$; $\kappa = (\kappa^-, \kappa^+)$; $C = (C_F, C_V)$; $\rho = (\rho^-, \rho^+)$; $\Gamma = (\gamma, p\gamma_t)$; $I = (1, 0)$; $q = Q + \text{div}(\kappa \text{ grad } T)$, δ_{ij} — символ Кронеккера.

Выпишем определяющие соотношения и уравнение энергии в предположении зависимости характеристик среды от температуры для жидкости, газа и обеих рассматриваемых моделей деформируемого твердого тела.

1. Уравнение для расчета температуры в конденсате получается из известных соотношений (например, [14]): $\rho^- U' = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}' + q$; $U = A + T\eta$; свободная энергия $A = A(T, \varepsilon_{ij}^e)$; $\eta = \partial A / \partial T$ — энтропия; $C_F = T (\partial \eta / \partial T)$; $\sigma_{ij} = \rho^- (\partial A / \partial \varepsilon_{ij}^e)$; $\partial \sigma_{ij} / \partial T = -\gamma \delta_{ij}$.

После преобразований имеем:

$$\theta' = (-\gamma T \varepsilon_{hh}' + s_{ij} \varepsilon_{ij}' + q) / (\rho^- C_F)$$

Для газогидродинамической фазы имеем $\theta^* = (-p\gamma_i T \varepsilon_{hh}^* + q) / (\rho^+ C_v)$, что следует из $\rho^+ U^* = p \varepsilon_{hh}^* + q$. В результате

$$\theta^* = (-\Gamma T \varepsilon_{hh}^* + I s_{ij} \varepsilon_{ij}^* p + q) / (\rho C) \quad (1.1)$$

2. Модель Прандтля – Рейсса упругоидеальнопластического тела. Используя соотношения $\varepsilon_{ij}^e = 1/2 s_{ij} / \mu$ (следствие закона Гука); $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$ (аддитивность упругих и пластических деформаций); $\varepsilon_{ij}^p = 0$ (условие пластической несжимаемости); $\varepsilon_{ij}^p = \psi (\partial f / \partial \sigma_{ij})$ (уравнение пластического течения); $f = s_{ij} s_{ij} - 2k^2$ (уравнение поверхности текучести) после преобразований получим:

$$\psi = 1/2 [\varepsilon_{hl}^* s_{hl} - k (k_T' - k \mu_T' / \mu) \theta^* / \mu] / k^2 \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_{ij}^* p = 1/2 [\varepsilon_{hl}^* s_{hl} - k (k_T' - k \mu_T' / \mu) \theta^* / \mu] s_{ij} / k^2 \quad (1.3)$$

С учетом (1.1) – (1.3) из закона Гука следует

$$\sigma_{ij}^* = Q_{ijkl} \varepsilon_{kl}^* + q \Lambda_{ij} / (\rho C a) \quad (1.4)$$

$$\theta^* = [(s_{hl} - \gamma T \delta_{hl}) \varepsilon_{hl}^* + q] / (\rho C a)$$

$$Q_{ijkl} = [\lambda \delta_{ij} - \gamma T \Lambda_{ij} / (\rho C a)] \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl} + [\Lambda_{ij} / (\rho C a) - \mu k^{-2} s_{ij}] s_{kl}$$

$$a = 1 + k (k_T' - k \mu_T' / \mu) / (\mu \rho C)$$

$$\Lambda_{ij} = [\lambda_T' \varepsilon_{hh} - (\gamma + \gamma_T' T)] \delta_{ij} + 2\mu_T' \varepsilon_{ij}^e + (k^{-1} k_T' + \mu^{-1} \mu_T') s_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij}^e = 1/2 s_{ij} / \mu + 1/3 \varepsilon_{hh} \delta_{ij}$$

3. Для модели упруговязкопластического тела, предложенной в [2], аналогичные преобразования дают (τ_0 – время релаксации):

$$\sigma_{ij}^* = Q_{ijkl} \varepsilon_{kl}^* + q \Lambda_{ij} / (\rho C) + F_{ij} \quad (1.5)$$

$$Q_{ijkl} = [\lambda \delta_{ij} - \gamma T \Lambda_{ij} / (\rho C)] \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl}$$

$$F_{ij} = \tau_0^{-1} [(s_{hl} s_{hl})^{1/2} - 2^{1/2} k]^{1/2} (s_{mn} s_{mn})^{-1/2} [(s_{rp} s_{rp}) \Lambda_{ij} / (\rho C) - 2\mu s_{ij}]$$

$$\Lambda_{ij} = [\lambda_T' \varepsilon_{hh} - (\gamma + \gamma_T' T)] \delta_{ij} + 2\mu_T' \varepsilon_{ij}^e$$

4. Соответствующие уравнения газогидродинамических процессов получаются из рассмотрения уравнений состояния и неразрывности [15]:

$$\dot{p}^* = - [1/\beta + p^2 \gamma_i^2 / (\rho^+ C_v)] \varepsilon_{hh}^* + \gamma_i p q / (\rho^+ C_v) \quad (1.6)$$

Положим для данного случая: $\Lambda_{ij} = -\gamma_i p$, $Q_{ijkl} = 1/\beta - \gamma_i p T \Lambda_{ij} / (\rho^+ C_v) = = L - \Gamma T \Lambda_{ij} / (\rho C)$, что позволяет переписать уравнения (1.4) – (1.6) в виде ($J=0$, если используется модель деформируемой упруговязкопластической среды и $J=1$, при использовании модели Прандтля – Рейсса):

$$\sigma_{ij}^* = Q_{ijkl} \varepsilon_{kl}^* + q \Lambda_{ij} / (\rho C a) + (1-J) I F_{ij} \quad (1.7)$$

$$Q_{ijkl} = [L \delta_{ij} - \Gamma T \Lambda_{ij} / (\rho C a)] \delta_{kl} + 2M \delta_{ik} \delta_{jl} + J [\Lambda_{ij} / (\rho C a) - I \mu s_{ij} / k^2] s_{kl}$$

$$\Lambda_{ij} = [I L_T' \varepsilon_{hh} - (\Gamma + I \gamma_T' T)] \delta_{ij} + I [2\mu_T' \varepsilon_{ij}^e + J (k_T' / k - \mu_T' / \mu) s_{ij}]$$

$$a = 1 + I J k (k_T' - k \mu_T' / \mu) / (\mu \rho C)$$

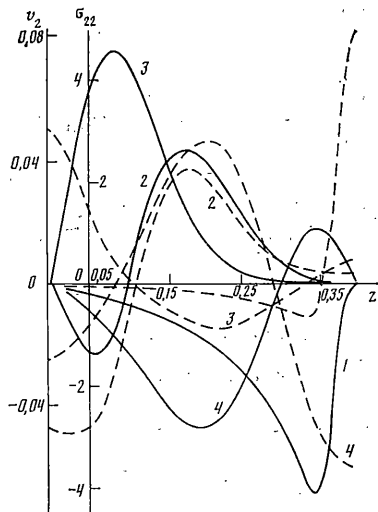
5. Для замыкания системы уравнений привлекаются также уравнения состояния, которые имеют вид:

$$\text{для твердой фазы } \rho = \rho_0 \exp [(p - \gamma \theta) / K], \quad p = -\sigma_{hh} / 3;$$

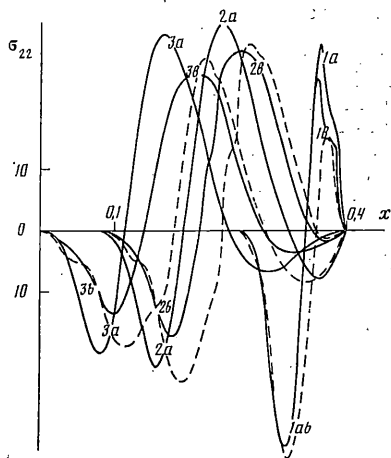
для жидкости $\rho = \rho_0 \exp (\kappa p - \beta \theta)$, либо $p = B (\rho / \rho_0 - 1)^n + \beta \theta$, где n и B – константы среды;

для паров металла использовалось уравнение состояния идеального газа $p = \rho R T / \mu^v$, здесь R – универсальная газовая постоянная, а μ^v – молекулярный вес.

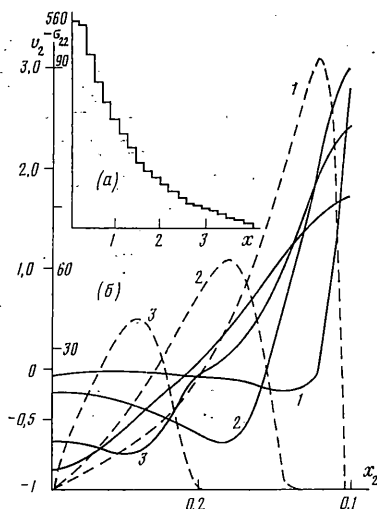
2. Результаты расчетов. Вид системы нестационарных уравнений механики сплошной среды в лагранжевых переменных, записанной в характеристической фор-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

ме, а также аппроксимация граничных условий, вид правых частей в произвольной криволинейной ортогональной системе координат и обезразмеривание параметров подробно представлены в [2]. Из этого представления следует также, что характеристическая форма записи при $k(T) \rightarrow 0$ и $\mu(T) \rightarrow 0$ имеет простой асимптотический вид. Это позволяет проводить расчеты при наличии нескольких фаз, а процессы, связанные с фазовыми переходами учитывать, вводя в правую часть уравнения энергии удельную теплоту фазового перехода.

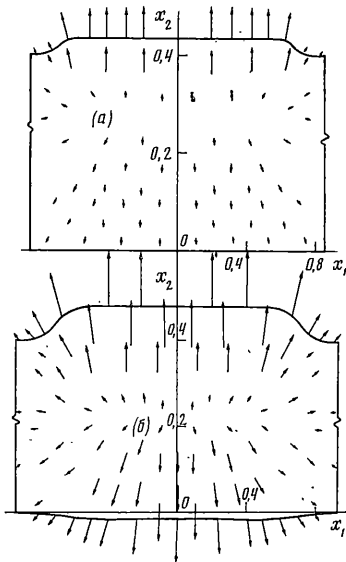
При расчетах предполагалось, что среда представляет собой алюминий со следующими характеристиками: $\lambda_0 = 8,57 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\mu_0 = 2,6 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho_0 = 2,71$ кг/м³, $k_0 = 3,58 \cdot 10^7$ Н/м², $\sigma_{вр}^0 = 5,0 \cdot 10^8$ Н/м², $T_m = 660^\circ$ С, $T_s = 2450^\circ$ С, $\alpha_{t0} = 22,6 \cdot 10^{-6}$ 1/град, $C_0 = 896$ Дж/кг·град. Здесь $\sigma_{вр}^0$ — откольная прочность материала, T_m и T_s — температуры плавления и сублимации соответственно.

Кривые фазовых переходов взяты из [16], а характерными величинами являлись $\rho_* = \rho_0$, $\sigma_* = k_0$, $L_* = 10^{-2}$ м, $T_* = T_0 = 293^\circ$ К.

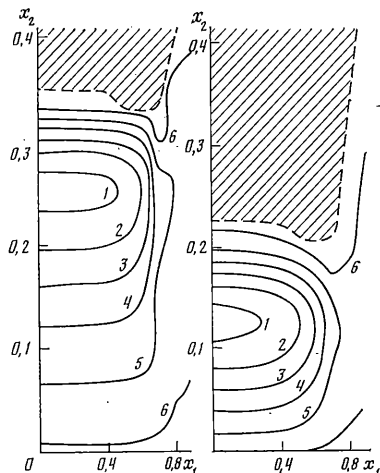
Рассмотрены случаи как поверхностного (задавался тепловой поток на границе), так и внутреннего (задается кривая поглощения энергии) энерговыделения в металлах.

Примеры кривых поглощения электронных пучков для металлов, рассчитанных по методу Монте-Карло, можно найти в [9] и [17].

На фиг. 1–3 показаны характерные волновые картины, полученные при численном расчете внутреннего энергопоглощения. Характер кривой поглощения (см. [9]) приведен на фиг. 3, а. Графики, представленные на фиг. 1, получены для значений



Фиг. 4



Фиг. 5

энергии уменьшенных в 10 раз, так что результаты, показанные на фиг. 1, представляют модельный расчет для случая термоупругого процесса.

Сплошные кривые изображают нормальное к плоскости поверхности пластины напряжение — σ_{22} , штриховые — нормальную скорость v_2 .

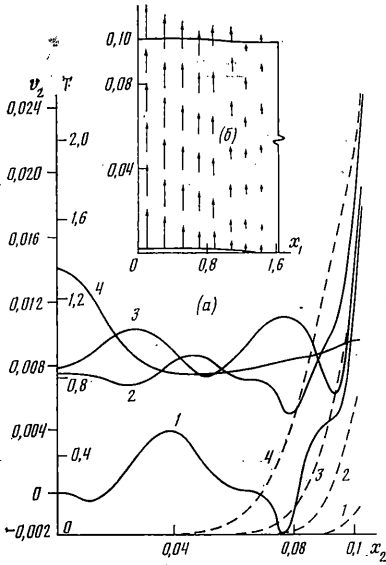
Считается, что выделение энергии при воздействии происходит мгновенно, т. е. время поглощения ($\sim 10^{-9}$ с.) много меньше характерных акустических времен ($\sim 10^{-6}$ с.). Сразу после выделения энергии часть пластины находится в сжатом состоянии, а к свободной тыльной ее стороне распространяется волна сжатия (кривая 1). Она переходит в волну положительных (растягивающих) напряжений после взаимодействия с внешней (кривая 2) и тыльной (кривая 3) границами. Их суперпозиция дает максимальное значение нормального напряжения, превосходящего по абсолютной величине начальную амплитуду волны сжатия. Полученное напряженное состояние пластины вызывает колебания как лицевой, так и тыльной поверхностей пластины. При отражении волны сжатия от тыльной поверхности ее скорость направлена «по ходу» волны. Кривым 1÷4 соответствуют моменты времени: 0,00041; 0,0047; 0,0068; 0,0111 и упругий волновой процесс.

При расчетах с большими значениями поглощенной энергии, приведенными на фиг. 3, а, необходимо учитывать пластические, либо вязкопластические эффекты. Волновые картины таких расчетов даны на фиг. 2. Здесь штриховые кривые соответствуют расчетам в рамках упругоидеальнопластической модели Прандтля — Рейсса, а сплошные — в рамках упруговязкопластической модели (для семейства кривых с индексом α выбиралось равным 3,1, а для семейства с индексом ν — 0,08). Варьируя значения τ_0 можно добиться удовлетворительного совпадения расчетов по обоим моделям, а также с экспериментальными данными по затуханию волн в твердом теле. При расчетах, результаты которых приведены на фиг. 2, полагалось, что энерговыделение происходит лишь в небольшой поверхностной зоне материала, которая соответствует первой четверти кривой поглощения, а остальная ее часть отбрасывалась. Распространяющаяся при этом по телу волна имеет двойную структуру: впереди — волна сжатия, следом за ней — волна растяжения, образовавшаяся в результате взаимодействия со свободной поверхностью.

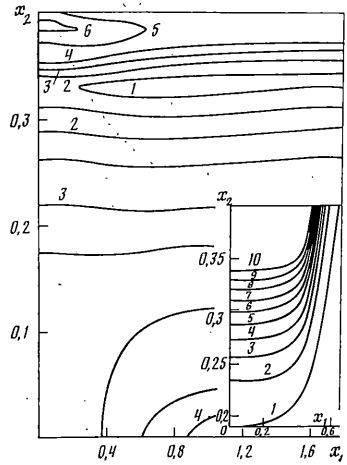
Результаты расчетов соответствующей двумерной задачи приведены на фиг. 3, в. Сплошные кривые представляют графики нормальной скорости точек оси симметрии, а пунктирные — нормальное напряжение в моменты времени 0,00042; 0,0026; 0,0048. Радиус зоны энерговыделения — 8 мм, толщина пластины — 4 мм. Интенсивность волны сжатия падает со временем вследствие действия радиальных волн разгрузки, распространяющихся, как отмечалось в [2] и [3], от краев зоны энерговыделения, а также образования зон откольных разрушений.

Движение материала лицевой и тыльной части пластины в различных направлениях иллюстрируют графики скорости (фиг. 3, в) и картины векторного поля скоростей, представленные на фиг. 4 для моментов времени a — 0,00049; в — 0,0115 для расчета, в котором максимальная величина энерговыделения составила $1,12 \cdot 10^6$ Дж/кг. На фиг. 5 представлены изоповерхности максимальных главных напряжений в моменты времени 0,0026 (фиг. 5, а, кривым 1÷6 соответствуют значениям $-47,1 \div 1,6$) и 0,0048 (фиг. 5, в, 1÷6 соответствуют $-35,0 \div 1,7$). Штриховкой выделены области лицевых откольных разрушений, захватывающие как твердое тело, так и зону расплава.

Некоторые результаты расчетов задачи о многократном импульсном энерговыделении в пластине представлены на фиг. 6, 7. Форма импульса задавалась в виде



Фиг. 6



Фиг. 7

(T — период, τ — длительность импульса):

$$q(t, x_1, x_2) = \begin{cases} q_0 f_1(x_1) f_2(x_2), & nT < t \leq nT + \tau \\ 0, & nT + \tau < t \leq (n+1)T \end{cases}$$

На фиг. 6, а в моменты времени $t_1=0,0045$, $t_2=0,0413$, $t_3=0,0862$, $t_4=0,1743$ представлены кривые распределения температуры (штриховые линии) и скорости (сплошные) вдоль оси симметрии пластины. При расчетах предполагалось $\tau=0,32 \cdot 10^{-7}$ с, $T=11 \cdot \tau$, $q_0=5,7 \cdot 10^8$ кДж/кг·с, $R=8$ мм — радиус зоны энерговыделения; $H=1$ мм, $h=0,75$ Н:

$$f_1(x_1) = \begin{cases} \cos^{1/2}(\pi x_1 R^{-1}), & 0 \leq x_1 \leq R \\ 0, & x_1 \geq R \end{cases}$$

$$f_2(x_2) = \begin{cases} \exp[v(x_2-h)/(H-h)], & H \leq x_2 \leq h \\ 0, & h \leq x_2 \leq 0 \end{cases}$$

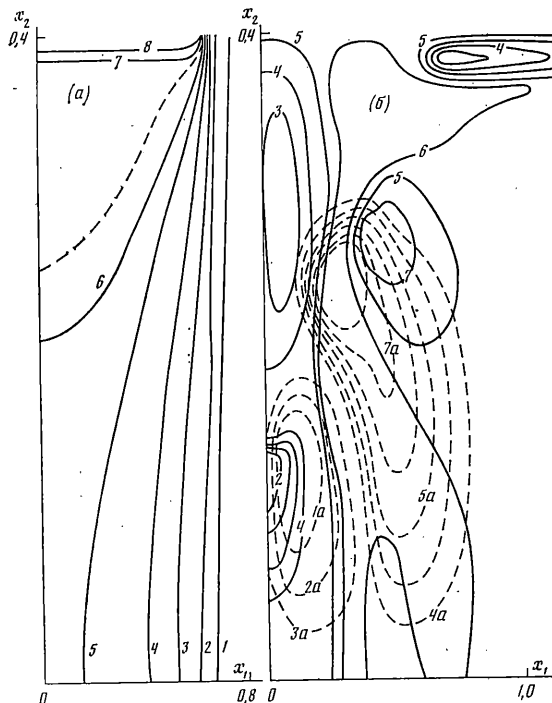
Следует отметить, что после серии из 42 импульсов материал пластины имеет положительные скорости; векторное поле скоростей центральной части пластины в этот момент ($t=t_4$) представлено на фиг. 6, в. На фиг. 7 приведены распределения температуры и радиальных напряжений σ_{11} полученные в предположении, что $H=4$ мм.

$$f_2(x_2) = \begin{cases} 1, & x_2 = H \\ 0, & 0 \leq x_2 < H \end{cases}$$

$$q_0(t) = \begin{cases} q_1 - q_1 |2t/\tau - 1|, & nT \leq t \leq \tau + nT \\ 0, & nT + \tau \leq t \leq (n+1)T \end{cases}$$

Здесь $\tau=10^{-5}$ с, $T=2\tau$, $q_1=2,6 \cdot 10^7$ кДж/кг·с, т. е. поглощение энергии происходит в очень тонком слое вблизи свободной лицевой поверхности материала. Поэтому наибольшими будут напряжения σ_{11} и σ_{33} , а их максимумы располагаются на некотором расстоянии от поверхности. Характер распределения температуры (нижняя часть фиг. 7; кривым $I \div 10$ соответствуют значения $0,06 \div 1,23$) обусловлен, в основном, процессами теплопереноса. Часть материала, расположенного вблизи лицевой поверхности, выделяемой кривой 10, представляет собой расплав металла. Кривые $I \div 6$, изображающие картину изолиний радиального напряжения ($t=3,41$), имеют значения $-0,32 \div -0,07$.

При моделировании процессов поверхностного нагрева металла считалось, что либо к верхней границе материала приложена постоянная температура, либо задается величина теплового потока. Подобные процессы реализуются, например, при сварке и в оболочках летательных аппаратов. На фиг. 8, а приведено распределение температуры, которое бралось в качестве начальных данных для решения задачи о возникающих при этом в металле напряжениях. Штриховой линией выделена зона расплава. Концентрации наибольших сдвиговых напряжений (фиг. 8, в) образуются вблизи границы расплав — твердое тело и тыльной поверхности материала (штриховые линии). Видно образование четырех зон концентрации радиальных напряжений (сплошные кривые): две — на оси симметрии в области расплава и конденсата.



Фиг. 8

и две — вблизи границы области расплава: одна на границе нагреваемой области, вторая — на границе расплав — твердое тело. Отметим также, что даже при появлении относительно небольших напряжений, возникающих в металле в процессе нагревания, в материале появляются зоны необратимых пластических деформаций, что связано с существенной зависимостью предела текучести материалов от температуры. Кривым 1÷8 (фиг. 8, а) соответствуют значения $1,3 \div 2,7$; кривым 1÷7 (фиг. 8, в) соответствуют значения $-0,0024 \div 0,0027$ для $\sigma_{12} = \text{const}$ и $-0,016 \div 0,001$ для $\sigma_{11} = \text{const}$.

Авторы искренне благодарят В. И. Кондаурова и В. Д. Иванова за полезные консультации и обсуждение результатов расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений // Ж. вычислит. матем. и матем. физ. 1969. Т. 9. № 2. С. 373—386.
2. Петров И. Б., Холодов А. С. Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточнохарактеристическим методом // Ж. вычислит. матем. и матем. физ. 1984. Т. 24. № 5. С. 722—739.
3. Кукуджанов В. Н., Кондауров В. И. Численное решение одномерных задач динамики твердого деформируемого тела // Проблемы динамики упругопластических сред. М.: Мир, 1975. С. 39—84.
4. Кукуджанов В. Н. Численное решение одномерных задач распространения волн напряжений в твердых телах // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ АН СССР. 1976. Вып. 6. 68 с.
5. Петров И. Б. Волновые и откольные явления в слоистых оболочках конечной толщины // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 4. С. 118—124.
6. Навал И. К., Пацок В. И., Римский В. К. Нестационарные волны в деформируемых средах. Кипинев: Штиинца, 1986. 236 с.
7. Rymtsky V. K., Sabodash P. F. Dynamics of two-dimensional thermoviscoelastic waves in laminated media // Nonlinear deformation waves. Tallinn. 1982. Berlin-Heidelberg-New-York: Springer, 1983. P. 224—225.
8. Аптуков В. Н., Поздеев А. А. Деформирование и разрушение плиты при тепловом ударе // Докл. АН СССР. 1986. Т. 286. № 1. С. 103—106.
9. Ахмадеев Н. Х., Сорокина Е. П., Яушева К. К. Откольное разрушение алюминиевых пластин при импульсном тепловом прогреве // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19. № 5. С. 131—134.
10. Аптуков В. Н., Николаев П. К., Поздеев А. А. Модель откольного разрушения с учетом температурных эффектов // Докл. АН СССР. 1985. Т. 283. № 4. С. 862—865.
11. Агурейкин В. А., Анисимов С. И., Бушман А. В., Канель Г. И., Карягин В. П., Константинов А. Б., Крюков В. Л., Минин В. Ф., Разоренов С. В., Сагдеев Р. З., Сугак С. Г., Фортгов В. Е. Теплофизические и газодинамические проблемы противо-

- метеоритной защиты космического аппарата «Вега» // Теплофизика высоких температур, 1984. Т. 22. № 5. С. 964–983.
12. *Кондауров В. И.* О дивергентной форме уравнений нелинейной термоупругости // ПМТФ. 1982. № 3. С. 132–140.
 13. *Кондауров В. И.* О законах сохранения упруговязкопластической среды с конечными деформациями // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 6. С. 100–111.
 14. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1983. 560 с.
 15. *Овсянников Л. В.* Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981. 368 с.
 16. *Жарков В. Н., Калинин В. Д.* Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. М.: Наука, 1968. 311 с.
 17. *Бушман А. В., Грязнов В. К., Канель Г. И., Ни А. Л., Сугак С. Г., Фортгов В. Е.* Динамика конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях. Черноголовка: Отд. Ин-та хим. физики АН СССР. 1983. 48 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.VII.1987