

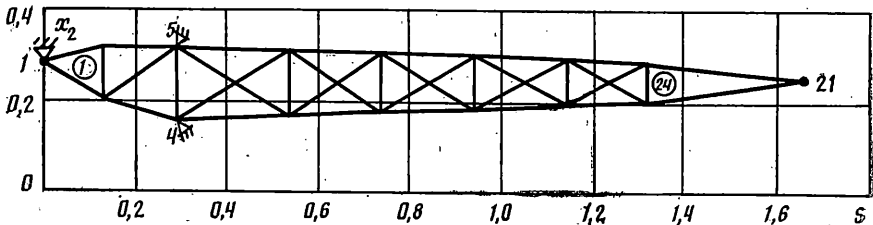
**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
УПРУГИХ АМОРТИЗАТОРОВ**

Для исследования пространственного деформирования упругих амортизаторов рессорного типа применяется алгоритм, использующий локальную аппроксимацию деформаций оболочек и метод конечных элементов. Получены характеристики нелинейного деформирования при больших перемещениях и распределение интенсивности напряжений в несущих слоях.

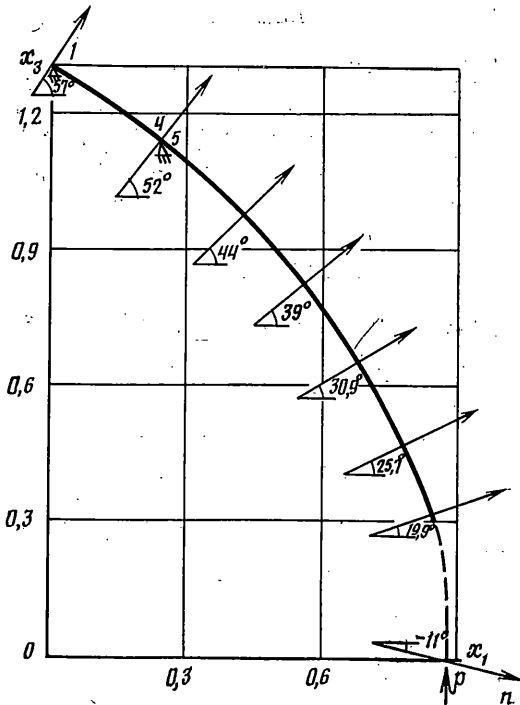
1. Введение. Для получения упругих характеристик амортизаторов рессорного типа, как правило, применяются деформационные модели стержней переменного поперечного сечения. В ряде случаев требуемые характеристики упругой рессоры достигаются в области больших перемещений.

В [1, 2] представлены методики расчета тонких балок с круговой осью, при деформировании в своей плоскости в области больших перемещений. В [3] показано, что конечные повороты в существенной степени определяют характер нелинейного деформирования стержней. В [4, 5] анализируется возможность использования концепции конечных поворотов в задачах нелинейной теории упругости. При исследовании нелинейного деформирования рессор наряду со стержневыми моделями могут также применяться модели, основанные на геометрически нелинейных соотношениях теории оболочек.

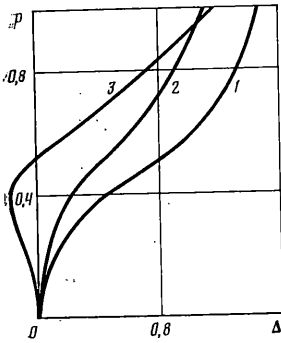
В настоящей работе для анализа пространственного деформирования криволинейной рессоры переменного поперечного сечения используется локальная аппроксимация деформаций оболочек и метод конечных элементов [6]. Результаты решения тестовых задач и исследование сходимости дано в [2, 7].



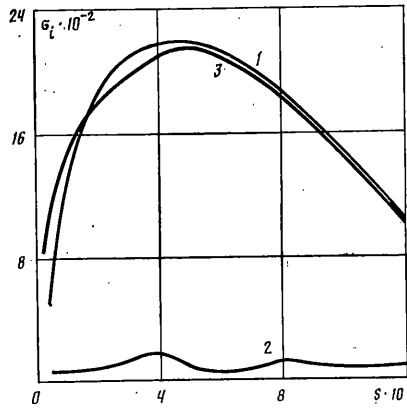
Фиг. 1



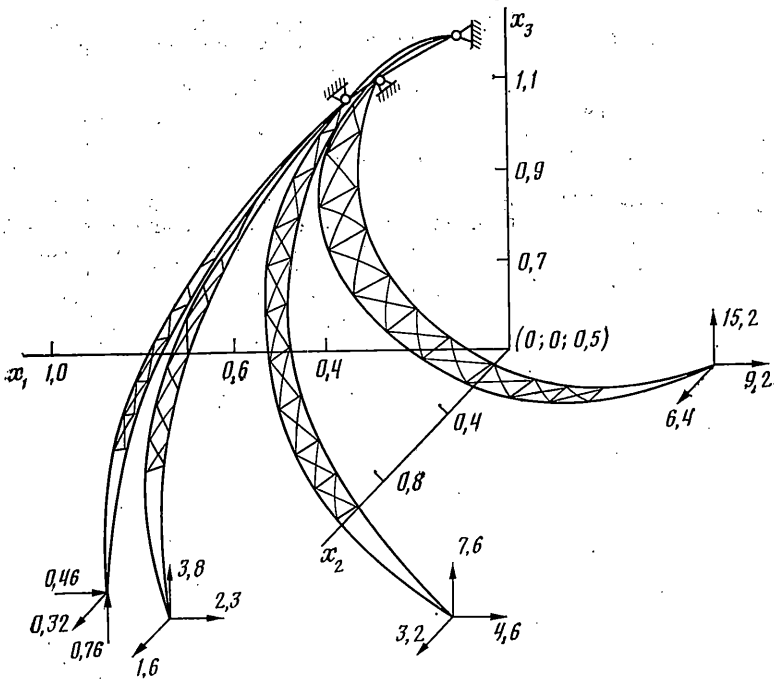
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

2. Постановка задачи. Рассмотрим амортизатор, представляющий собой оболочку с разворачивающейся срединной поверхностью, которую можно определить с помощью декартовых координат x_k и направляющих косинусов ортогонального триэдра λ_{ik} ($i, k=1, 2, 3$).

Компоненты тензоров деформаций и искривлений при больших перемещениях и поворотах срединной поверхности определим локальными аппроксимационными соотношениями [6]:

$$\varepsilon_{ij} = 1/2(x_{h,i}^+ x_{h,j}^+ - \delta_{ij}), \quad \kappa_{ij} = 1/2(\theta_{i,j} + \theta_{j,i}), \quad \theta_i = \lambda_{3h}^+ x_{h,i} - \lambda_{3h} x_{h,i} \quad (1)$$

где «плюсом» обозначены величины в деформированном состоянии; x_{hi}^+ — узловые значения x_h^+ . Соотношения (1) удобно использовать при разбиении срединной поверхности на треугольные конечные элементы. С помощью введения функций формы [6]: $x_h^+ = x_{hi}^+ L_i$, $\theta_i = N_{ikm} \theta_{km}$ потенциальная энергия Π упругой системы записывается как функция узловых значений x_{hi}^+ , λ_{ijk}^+ . Здесь и далее предполагается суммирование по повторяющемуся индексу. Для решения задачи определения форм равновесия используем принцип Лагранжа

$$g_i \delta q_i = 0 \quad (2)$$

где g_i — коэффициенты первой вариации полной потенциальной энергии, q_i — обоб-

ценные координаты. Состояния равновесия, удовлетворяющие уравнению (2), находятся итерационным методом.

Устойчивость равновесных состояний исследуем согласно критерию положительной определенности второй вариации полной потенциальной энергии $h_{ij}\delta q_i\delta q_j > 0$.

Для треугольного конечного элемента оболочки q_i , h_{ij} имеют следующие выражения [6]:

$$g_i = p_j u_{j,i}, \quad h_{ij} = k_r p_i u_r + p_r u_r + p_j u_{r,i}$$

где p_j — коэффициенты вектора обобщенных упругих сил, k_{ij} — коэффициенты симметричной матрицы жесткости, u_i — обобщенные упругие перемещения.

3. Результаты расчетов. Расчетная схема амортизатора, представленная на фиг. 1 (размеры в м), содержала 24 конечных элемента. Конструкция шарнирно закреплена в узлах 1, 4, 5. Механические характеристики амортизатора, изготовленного из титанового сплава, принимались равными: $E = 1,04 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$. Толщина элементов $h = 1,9 \cdot 10^{-2}$ м. Элемент 24 является абсолютно жестким и служит для передачи нагрузки на амортизатор. Для задания геометрии, помимо значений координат узлов следует определить положение нормалей в узлах расчетной схемы, показанных на фиг. 2.

В качестве характеристики напряженно-деформированного состояния используем значение интенсивности напряжений $\sigma_i = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2)^{1/2}$, где σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} — нормальные и касательные напряжения.

Поскольку деформирование пресоры сопровождается существенным изменением ее первоначальной формы, то необходимым является построение равновесных состояний, соответствующих заданным нагрузкам.

Рассмотрим деформирование амортизатора, нагруженного сосредоточенными силами p_1 , p_2 , p_3 в направлении осей координат x_1 , x_2 , x_3 и приложенных в узле 24 расчетной схемы. Величина сил изменяется пропорционально параметру p ($0 \leq p \leq 1$) от нуля до максимальных значений при $p=1$: $p_1 = -9,2$ кН; $p_2 = 6,4$ кН; $p_3 = 15,2$ кН.

На фиг. 3 приведены характеристики нелинейного деформирования амортизатора. Кривые 1, 2, 3 соответствуют перемещениям точки приложения сил $u = -\Delta$, $v = \Delta/4$, $w = \Delta/2$ (М) в направлении x_1 , x_2 , x_3 соответственно. Диаграммы показывают, что процесс деформирования носит интенсивный характер в направлении оси x_1 (перемещение u). Перемещение w ведет себя монотонно, меняя знак в процессе деформирования. Изгиб амортизатора носит пространственный характер с существенным выходом из плоскости наименьшей жесткости. Соответствующее перемещение точки приложения сил в направлении оси x_2 при $p=1$ составляет 0,28 М. На фиг. 4 показано развитие нелинейного деформирования амортизатора при возрастании нагрузки (расчетная схема из 46 конечных элементов, размерность сил в кН).

На фиг. 5 кривые 1, 2, 3 иллюстрируют распределение интенсивности напряжений по длине амортизатора на нижней, срединной и верхней поверхности, соответствующие $p=1$. Анализ кривых напряжений показывает, что конструкция находится в преимущественно изгибном состоянии. Максимальные напряжения на верхней и нижней поверхности реализуются в окрестности узлов крепления 4,5 (фиг. 1) и достигают значений 2200 МПа. Проверка положительной определенности матрицы коэффициентов второй вариации полной потенциальной энергии показывает, что все полученные равновесные состояния являются устойчивыми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Seide P. Large deflections of a simply supported beam subjected to moment at one end // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1984. V. 51. № 3. P. 519–525.
2. Кузнецов В. В., Сойников Ю. В. О численном решении задач нелинейного изгиба плоских стержней // Прикл. механика. 1986. Т. 22. № 10. С. 91–98.
3. Masashi I., Masaharu H. Geometrically nonlinear theory of naturally curved and twisted rods with finite rotations // Proc. Jap. Soc. Civil. Eng. 1985. № 362. P. 107–117.
4. Pietraszkiewicz W., Badur J. Finite rotations in the description of continuum deformation // Intern. J. Eng. Sci. 1983. V. 21, № 9. P. 1097–1115.
5. Кузнецов В. В. К определению вращений в трехмерном пространстве на основе понятия вариации вектора // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 4. С. 58–60.
6. Кузнецов В. В., Сойников Ю. В. Анализ деформаций оболочек при произвольных перемещениях методом конечных элементов // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 1. С. 131–138.
7. Кузнецов В. В., Сойников Ю. В. Решение задач равновесия тонких упругих тел при больших перемещениях и поворотах // Тр. XIV Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек. Кутаиси, 1987. Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1987. Т. 2. С. 110–115.

Новосибирск

Поступила в редакцию
21.VII.1988