

УДК 539.3:534.1

А. Г. ГОРШКОВ, В. И. ПОЖУЕВ

ДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА ТРЕХСЛОЙНУЮ ПЛАСТИНУ С ВЯЗКОУПРУГИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

С помощью принципа соответствия упругой и вязкоупругой задач исследовано влияние скорости движения нормальной самоуравновешенной нагрузки на реакцию трехслойной пластины с вязкоупругим наполнителем. Для различных режимов движения построены картины распределения по длине перемещений несущих слоев и контактных напряжений.

1. Введение. Состоянию вопроса о динамическом взаимодействии оболочек и пластин со сплошными средами (воздух, вода, грунт) в последние годы посвящены обзорные статьи [1, 2]. При этом отмечено, что в задачах о воздействии подвижных нагрузок наибольший интерес представляет исследование влияния величины скорости движения нагрузки на реакцию системы оболочка (пластина) — инерционная среда. Ранее предложено два метода решения стационарных динамических задач в случае произвольного по величине постоянных скоростей движения нагрузок: метод деформирования контура интегрирования [3] для систем без затухания энергии и метод демпфирования [4—6]; когда в системе имеется механизм естественного затухания различной природы. Этот механизм может состоять в передаче энергии от возбужденной сверхзвуковым движением нагрузки пластины или оболочки в бесконечность составляющими волн расширения в жидкости или упругой среде неограниченных размеров [4]. Его наличие объясняется диссипацией энергии в материале самой оболочки [5]. Наконец, демпфирование появляется при учете вязкоупругих свойств наполнителя [6].

В публикуемой работе с помощью метода демпфирования исследуется движение с произвольной по величине и одинаковой для обеих составляющих скоростью нормальной самоуравновешенной нагрузки вдоль неограниченной трехслойной пластины с вязкоупругим наполнителем. Решение получено с помощью принципа соответствия упругой и вязкоупругой задач (упруговязкоупругая аналогия), применимость которого для задач рассматриваемого класса показана в [6].

2. Вывод граничных условий для наполнителя. Рассматривается трехслойная пластина (фиг. 1) в общем случае несимметричного по толщине строения, у которой толщины и механические характеристики несущих слоев различны. Пластина является неограниченной и подвержена действию нормальной нагрузки, не зависящей от координаты z и движущейся с постоянной скоростью s , одинаковой для составляющих p_1 и p_2 , в положительном направлении оси x . Такая нагрузка вызывает в пластине плоское деформированное состояние, при котором $u_z = 0$, а остальные перемещения и напряжения являются функциями только x, y и t .

Для описания движения несущих слоев используются уравнения типа Тимошенко, которые с учетом реакции со стороны наполнителя при жестком контакте могут быть записаны в виде [7]:

$$\frac{4G_k h_k}{1-\nu_k} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} - \tau_k = 2\rho_k h_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}$$

$$2\kappa G_k h_k \left(\frac{\partial^2 w_k}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} \right) - q_{ck} = 2\rho_k h_k \frac{\partial^2 w_k}{\partial t^2} \pm p_k(x, t) \quad (2.1)$$

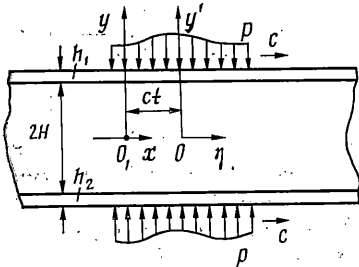
$$-\frac{4}{3} \frac{G_k h_k^3}{1-\nu_k} \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x^2} - 2\kappa G_k h_k \left(\frac{\partial w_k}{\partial x} - \varphi_k \right) + h_k \tau_k = -\frac{2}{3} \rho_k h_k^3 \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial t^2}$$

где индекс $k=1$ отвечает верхнему, а $k=2$ — нижнему несущему слою; во втором уравнении знак «плюс» берется для $k=1$, и «минус» — для $k=2$; φ_k — угол поворота поперечного сечения; κ — сдвиговой коэффициент Тимошенко; q_{ck} , τ_k — нормальная и касательная реакции со стороны заполнителя.

Уравнения движения среды запишем в виде

$$\sigma_{ij,j}(t) = \rho_c \partial^2 u_i / \partial t^2 \quad (i, j=x, y) \quad (2.2)$$

Зависимость между компонентами тензоров напряжений и деформаций в случае дифференциальных операторов представим в форме [8]



Фиг. 1

$$Q_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) \sigma_{ij} = Q_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon \delta_{ij} + Q_2 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon_{ij} \quad (2.3)$$

$$Q_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) = \sum_{k=0}^{n_0} \left(a_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} \right),$$

$$Q_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) = \sum_{k=0}^{n_1} \left(b_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} \right)$$

$$Q_2 \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) = \sum_{k=0}^{n_2} \left(c_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} \right), \quad \varepsilon = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера; a_k , b_k , c_k — параметры, характеризующие вязкоупругий материал.

Соотношения между деформациями и перемещениями имеют вид

$$2\varepsilon_{ij}(t) = u_{i,j}(t) + u_{j,i}(t) \quad (i, j=x, y) \quad (2.4)$$

Граничные условия на боковых поверхностях заполнителя в случае жесткого контакта запишем в форме

$$y=H: \sigma_{yy}=q_{c1}, \sigma_{xy}=\tau_1, u_x=u_1+h_1\varphi_1, u_y=w_1 \quad (2.5)$$

$$y=-H: \sigma_{yy}=-q_{c2}, \sigma_{xy}=-\tau_2, u_x=u_2-h_2\varphi_2, u_y=w_2 \quad (2.6)$$

Перейдем в (2.1)–(2.6) к подвижной системе координат $\eta=(x-ct)/H$, $y'=y/H$ и применим преобразование Фурье по η . Из преобразованных уравнений (2.1) получим следующие зависимости

$$\tau_k^0 = -4G_k \kappa_k^2 (1-\nu_k)^{-1} [4^{-1/2} (1-\nu_k) c_{0k}^2] \xi^2 u_k^0 \quad (2.7)$$

$$q_{ck}^0 = \mp p_k^0 + 2G_k \kappa_k^2 \xi^2 (a_{2,k} w_k^0 - i a_{3,k} u_k^0)$$

$$\varphi_k^0 = (i a_{4,k} w_k^0 + a_{5,k} u_k^0) \kappa_k \xi$$

$$a_{1,k} = 4/3 \kappa_k^2 t_1 \xi^2 + 2(1-\nu_k) \kappa, \quad t_1 = 4^{-1/2} (1-\nu_k) c_{0k}^2 \quad (2.8)$$

$$a_{2,k} = (t_2 - 1) \kappa + c_{0k}^2, \quad a_{3,k} = 4 \kappa \kappa_k \xi^2 t_1 / a_{1,k}, \quad \kappa_k = h_k / H$$

$$a_{4,k} = t_2, \quad a_{5,k} = 4 \kappa_k \xi t_1 / a_{1,k}, \quad t_2 = 2(1-\nu_k) \kappa / a_{1,k}, \quad c_{0k} = c(\rho_k / G_k)^{1/2}$$

С учетом зависимостей (2.7) преобразуем граничные условия для заполнителя, приведя их в пространстве изображений к виду

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^0 &= -p_k^0 \pm 2G_k \kappa_k \xi^2 (a_{7,k} u_y^0 - i a_{8,k} u_x^0) \\ \sigma_{xy}^0 &= \pm 2G_k \kappa_k \xi^2 (i a_{9,k} u_y^0 - a_{10,k} u_x^0)\end{aligned}\quad (2.9)$$

Здесь знак «плюс» отвечает $k=1$ ($y'=1$), и «минус» — $k=2$ ($y'=-1$), трансформанты перемещений отнесены к половине толщины заполнителя H :

$$\begin{aligned}a_{6,k} &= 2t_1 / (1 - \nu_k), \quad a_{7,k} = a_{2,k} - \kappa_k \xi a_{3,k} a_{4,k} d^{-1} \\ a_{8,k} &= a_{3,k} d^{-1}, \quad a_{9,k} = \kappa_k \xi a_{4,k} a_{6,k} d^{-1} \\ a_{10,k} &= a_{6,k} d^{-1}, \quad d = 1 + \kappa_k \xi a_{5,k} \varepsilon_k, \quad \varepsilon_k = \begin{cases} 1 & (k=1) \\ -1 & (k=2) \end{cases}\end{aligned}\quad (2.10)$$

В случае нежесткого контакта между несущими слоями и заполнителем в (2.5), (2.6) необходимо отбросить условия для u_x и положить $\tau_1 = \tau_2 = 0$. В этом случае в (2.1) первое уравнение не связано с остальными и тогда, проделав соответствующие выкладки, в пространстве изображений приходим к таким граничным условиям для заполнителя

$$\sigma_{xy}^0 = 0, \quad \sigma_{yy}^0 = -p_k^0 \pm 2G_k \kappa_k \xi^2 a_{2,k} u_y^0 \quad (2.11)$$

Если для несущих слоев используются уравнения, основанные на гипотезе Кирхгофа — Лява, то в случае нежесткого контакта остаются справедливыми условия (2.11), однако функция $a_{2,k}$ вычисляется теперь по формуле

$$a_{2,k} = {}^1/2 c_{0k}^2 - {}^1/12 \kappa_k^2 \xi^2 (1 - \nu_k)^{-1} \quad (2.12)$$

3. Решение задачи в пространстве изображений. Применяя в подвижной системе координат преобразование Фурье к уравнениям (2.2) — (2.4), получаем

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^0 &= -\rho_c c^2 H^{-2} \xi^2 u_i^0 \\ \sigma_{ij}^0 &= \lambda(c, \xi) \delta_{ij} \varepsilon^0 + 2\mu(c, \xi) \varepsilon_{ij}^0 \\ 2\varepsilon_{ij}^0 &= u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0\end{aligned}\quad (3.1)$$

где $\lambda(c, \xi)$, $\mu(c, \xi)$ — комплексные коэффициенты Ляме, зависящие от скорости движения и параметра преобразования Фурье, определенные в [6].

Как показано в [6], решение задачи о действии подвижной нагрузки на вязкоупругую среду можно получить на основании принципа соответствия, согласно которому в пространстве изображений в формулах для перемещений и напряжений точек среды надо в упругом решении заменить коэффициенты Ляме комплексными коэффициентами, а затем окончательное решение получить путем применения обратного преобразования Фурье. Вводя, как в [3], потенциальные функции, получаем видоизмененные волновые уравнения

$$d^2 \varphi^0 / dy^2 - m_1^2 \xi^2 \varphi^0 = 0, \quad d^2 \psi^0 / dy^2 - m_2^2 \xi^2 \psi^0 = 0 \quad (3.2)$$

$$m_1 = (1 - M^2)^{1/2}, \quad m_2 = (1 - M_s^2)^{1/2}, \quad M = c/c_p(c, \xi)$$

$$M_s = c/c_s(c, \xi), \quad c_p^2 = [\lambda(c, \xi) + 2\mu(c, \xi)] / \rho_c, \quad c_s^2 = \mu(c, \xi) / \rho_c$$

где c_p , c_s — комплексные величины, аналогами которых в случае упругой среды являются скорости распространения волн растяжения — сжатия и сдвига в заполнителе.

Решения уравнений (3.2) имеют вид

$$\varphi^0 = C_1 e^{m_1 \xi y} + C_2 e^{-m_1 \xi y}, \quad \psi^0 = C_3 e^{m_2 \xi y} + C_4 e^{-m_2 \xi y}$$

Тогда на основании результатов [3] получаем следующие представления для трансформант перемещений и напряжений точек вязкоупругого заполнителя

$$\begin{aligned} u_x^0 &= i\xi (C_1 e^{m_1 \xi y} + C_2 e^{-m_1 \xi y}) - m_2 \xi (C_3 e^{m_2 \xi y} - C_4 e^{-m_2 \xi y}) \\ u_y^0 &= m_1 \xi (C_1 e^{m_1 \xi y} - C_2 e^{-m_1 \xi y}) + i\xi (C_3 e^{m_2 \xi y} + C_4 e^{-m_2 \xi y}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^0 / G_c &= (2 - M_s^2) \xi^2 (C_1 e^{m_1 \xi y} + C_2 e^{-m_1 \xi y}) + 2im_2 \xi^2 (C_3 e^{m_2 \xi y} - C_4 e^{-m_2 \xi y}) \\ \sigma_{xy}^0 / G_c &= 2im_1 \xi^2 (C_1 e^{m_1 \xi y} - C_2 e^{-m_1 \xi y}) - (2 - M_s^2) \xi^2 (C_3 e^{m_2 \xi y} + C_4 e^{-m_2 \xi y}) \end{aligned}$$

Подставляя (3.3) в граничные условия (2.9), получаем систему алгебраических уравнений для определения постоянных C_i ($i=1, \dots, 4$), решение которой можно записать в виде

$$\{C_1, C_2, C_3, C_4\} = - \frac{p_1^0}{G_1 \xi^2 \det \|d_{ij}\|} \left\{ \frac{\Delta_1}{e^{m_1 \xi}}, \frac{\Delta_2}{e^{m_1 \xi}}, - \frac{i\Delta_3}{e^{m_2 \xi}}, - \frac{i\Delta_4}{e^{m_2 \xi}} \right\}$$

где Δ_k — определители, получающиеся из $\det \|d_{ij}\|$ при замене k -го столбца столбцом с элементами $\{1, 0, p_2^* \gamma_1, 0\}$:

$$\begin{aligned} d_{11} &= \gamma_c (2 - M_s^2) - 2\kappa_1 \xi (m_1 a_{7,1} + a_{8,1}), \quad \gamma_c = G_c / G_1 \\ d_{12} &= [\gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_1 \xi (m_1 a_{7,1} - a_{8,1})] e^{-2m_1 \xi} \\ d_{13} &= 2[\gamma_c m_2 - \kappa_1 \xi (a_{7,1} + m_2 a_{8,1})] \\ d_{14} &= 2[-\gamma_c m_2 - \kappa_1 \xi (a_{7,1} - m_2 a_{8,1})] e^{-2m_2 \xi}, \quad d_{21} = 2[\gamma_c m_1 + \kappa_1 \xi (a_{10,1} - m_1 a_{9,1})] \\ d_{22} &= 2[-\gamma_c m_1 + \kappa_1 \xi (a_{10,1} + m_1 a_{9,1})] e^{-2m_1 \xi}, \quad d_{23} = \gamma_c (2 - M_s^2) - 2\kappa_1 \xi (a_{9,1} - m_2 a_{10,1}) \\ d_{24} &= [\gamma_c (2 - M_s^2) - 2\kappa_1 \xi (a_{9,1} + m_2 a_{10,1})] e^{-2m_2 \xi}, \quad d_{31} = [\gamma_c (2 - M_s^2) + \\ &+ 2\kappa_2 \xi (m_1 a_{7,2} + a_{8,2})] e^{-2m_1 \xi} \\ d_{32} &= \gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_2 \xi (a_{8,2} - m_1 a_{7,2}), \quad d_{33} = 2[\gamma_c m_2 + \kappa_2 \xi (a_{7,2} + m_2 a_{8,2})] e^{-2m_2 \xi} \\ d_{34} &= 2[-\gamma_c m_2 + \kappa_2 \xi (a_{7,2} - m_2 a_{8,2})], \quad d_{41} = 2[\gamma_c m_1 + \kappa_2 \xi (m_1 a_{9,2} - a_{10,2})] e^{-2m_1 \xi} \\ d_{42} &= 2[-\gamma_c m_1 - \kappa_2 \xi (m_1 a_{9,2} + a_{10,2})], \quad d_{43} = [\gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_2 \xi (a_{9,2} - m_2 a_{10,2})] e^{-2m_2 \xi} \\ d_{44} &= \gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_2 \xi (a_{9,2} + m_2 a_{10,2}), \quad p_2^* = p_2^0 / p_1^0, \quad \gamma_1 = G_1 / G_2 \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения для C_i в формулы (3.3), определяем трансформанты перемещений и напряжений в заполнителе. В частности, для u_y^0 и σ_{yy}^0 имеем

$$\begin{aligned} u_y^0 &= -p_1^0 (G_1 \xi \det \|d_{ij}\|)^{-1} [m_1 \Delta_1 e^{m_1 \xi (y-1)} - \\ &- m_1 \Delta_2 e^{-m_1 \xi (y+1)} + \Delta_3 e^{m_2 \xi (y-1)} + \Delta_4 e^{-m_2 \xi (y+1)}] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^0 / G_c &= -p_1^0 (G_1 \det \|d_{ij}\|)^{-1} [(2 - M_s^2) \Delta_1 e^{m_1 \xi (y-1)} + \\ &+ (2 - M_s^2) \Delta_2 e^{-m_1 \xi (y+1)} + 2m_2 \Delta_3 e^{m_2 \xi (y-1)} - 2m_2 \Delta_4 e^{-m_2 \xi (y+1)}] \end{aligned} \quad (3.5)$$

В случае нежесткого контакта между несущими слоями и заполнителем формулы (3.4), (3.5) сохраняют свой вид, однако элементы d_{ij} представляются в виде

$$\begin{aligned} d_{11} &= \gamma_c (2 - M_s^2) - 2\kappa_1 \xi m_1 a_{2,1}, \quad d_{12} = [\gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_1 \xi m_1 s_{2,1}] e^{-2m_1 \xi} \\ d_{13} &= 2(\gamma_c m_2 - \kappa_1 \xi a_{2,1}), \quad d_{14} = -2(\gamma_c m_2 + \kappa_1 \xi a_{2,1}) e^{-2m_2 \xi} \\ d_{21} &= 2m_1, \quad d_{22} = -2m_1 e^{-2m_1 \xi}, \quad d_{23} = 2 - M_s^2, \quad d_{24} = (2 - M_s^2) e^{-2m_2 \xi} \\ d_{31} &= [\gamma_c (2 - M_s^2) + 2\kappa_2 \xi m_1 a_{2,2}] e^{-2m_1 \xi}, \quad d_{32} = \gamma_c (2 - M_s^2) - 2\kappa_2 \xi m_1 a_{2,2} \\ d_{33} &= 2(\gamma_c m_2 + \kappa_2 \xi a_{2,2}) e^{-2m_2 \xi}, \quad d_{34} = -2(\gamma_c m_2 - \kappa_2 \xi a_{2,2}) \\ d_{41} &= 2m_1 e^{-2m_1 \xi}, \quad d_{42} = -2m_1, \quad d_{43} = (2 - M_s^2) e^{-2m_2 \xi}, \quad d_{44} = 2 - M_s^2 \end{aligned}$$

Решение задачи существенно упрощается в случае наличия симметрии относительно срединной поверхности трехслойной пластины, т. е.; когда внешние слои имеют одинаковые толщины и механические характеристики и нагружены одинаковыми подвижными нагрузками. Для симметрич-

ного случая трансформанты нормальных перемещений и напряжений при скользящем контакте имеют вид

$$u_y^0 = -\frac{m_1 p_1^0}{G_1 \xi Q(\xi)} u(\xi, y), \quad \frac{\sigma_{yy}^0}{G_c} = -\frac{p_1^0}{G_1 Q(\xi)} \sigma(\xi, y) \quad (3.6)$$

$$u(\xi, y) = (2 - M_s^2) \operatorname{sh} m_2 \xi \operatorname{sh} m_1 \xi y - 2 \operatorname{sh} m_1 \xi \operatorname{sh} m_2 \xi y$$

$$\sigma(\xi, y) = (2 - M_s^2) \operatorname{sh} m_2 \xi \operatorname{ch} m_1 \xi y - 4 m_1 m_2 \operatorname{sh} m_1 \xi \operatorname{ch} m_2 \xi y$$

$$Q(\xi) = 2 m_1 \kappa_1 M_s^2 a_{2,1} \xi \operatorname{sh} m_1 \xi \operatorname{sh} m_2 \xi + \gamma_c [(2 - M_s^2) \operatorname{ch} m_1 \xi \operatorname{sh} m_2 \xi - 4 m_1 m_2 \operatorname{sh} m_1 \xi \operatorname{ch} m_2 \xi]$$

4. Численный пример и анализ результатов. В качестве примера расчеты проведены для линейной сосредоточенной нагрузки $p_1 = p_2 = p_0 \delta(x - ct)$ и нагрузки, равномерно распределенной по участку конечной длины $p_1 = p_2 = p_0 h(x, l)$, где $h(x, l) = 1$ при $|x| \leq l$ и $h(x, l) = 0$ при $|x| > l$.

Подставляя в (3.4)–(3.6) $p_1^0 = p_0$ в первом случае и $p_1^0 = p_0 (l_* \xi)^{-1} \sin \xi l_*$ ($l_* = l/H$) во втором и применяя обратное преобразование Фурье, окончательное решение получаем в виде несобственных интегралов с комплексными подынтегральными выражениями. Интегралы обращения не являются особыми и их значения находятся численно методом Файлона [9].

Расчеты проведены для случая линейных дифференциальных операторов (2.3), когда

$$Q_0(\partial/\partial t) = \Omega + \partial/\partial t, \quad Q_1(\partial/\partial t) = \lambda_m^e (\tau_1 + \partial/\partial t)$$

$$Q_2(\partial/\partial t) = 2\mu_m^e (\tau_2 + \partial/\partial t)$$

где Ω — величина обратная времени релаксации для нормального и касательного напряжений; τ_1, τ_2 — величины обратные времени восстановления одноосной деформации и деформации сдвига соответственно; λ_m^e, μ_m^e — эффективные константы Ляме. Как отмечено в [10], такая модель является наиболее простой, содержащей четыре основные особенности вязкоупругого поведения материала: мгновенную упругость, ползучесть, релаксацию напряжения и возврат деформации при ползучести.

Для такой модели комплексные коэффициенты Ляме имеют вид

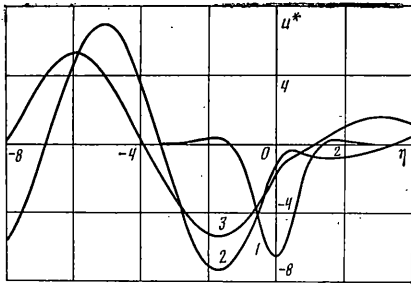
$$\lambda(c, \xi) = \frac{\lambda_m^e (\tau_1 + i\xi c/H)}{\Omega + i\xi c/H}, \quad \mu(c, \xi) = \frac{\mu_m^e (\tau_2 + i\xi c/H)}{\Omega + i\xi c/H}$$

Расчеты проведены для таких значений безразмерных параметров: $\kappa = 2/3$; $\kappa_1 = 0,4$; $\gamma = G_1/\mu_m^e = 10$; $\rho^* = \rho_1/\rho_c = 5$; $\nu_1 = 0,3$; $\lambda_m^* = \lambda_m^e/\mu_m^e = 1,5$; $\tau_1^* = \tau_1/\Omega = 0,25$; $\tau_2^* = \tau_2/\tau_1 = 2$; $c_2^* = c_{se}/H\tau_1 = 0,4$; $c_{se} = (\mu_m^e/\rho_c)^{1/2}$. Безразмерная скорость движения нагрузки c_{01} варьировалась, причем значения скорости выбирались таким образом, чтобы были рассмотрены все возможные режимы движения для такой же пластины с упругим наполнителем $c < c_s$, $c = c_s$, $c_s < c < c_p$, $c = c_p$, $c_p < c$, где c_s, c_p — скорости распространения волны сдвига и растяжения — сжатия в соответствующем упругом материале, при этом использовалась зависимость $c_{01}^2 = (\rho^*/\gamma) M_{se}^2$, $M_{se}^2 = c^2 \rho_c / \mu_m^e$.

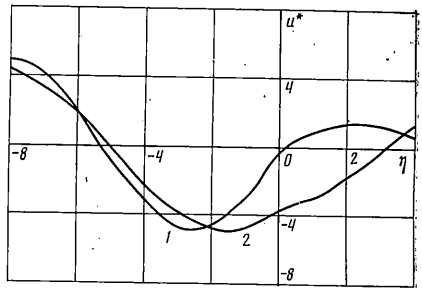
На фиг. 2 показано распределение безразмерных прогибов $u^* = u_y G_1/p_0$ верхнего несущего слоя ($y^* = 1$) при движении вдоль симметричной пластины двух одинаковых полосовых нагрузок для $l_* = 0,5$. Для кривой 1 — $c_{01}^2 = 0,02$ ($M_{se} = 0,2$, $c < c_{se}$); 2 — $c_{01}^2 = 0,5$ ($M_{se} = 1$, $c = c_{se}$); 3 — $c_{01}^2 = 1,125$ ($M_{se} = 1,5$, $c_{se} < c < c_{pe}$). Аналогичные кривые для более высоких скоростей движения нагрузок построены на фиг. 3. Здесь для кривой 1 — $c_{01}^2 = 1,75$ ($M_{se} = [2(1 - \nu_{se})/(1 - 2\nu_{se})]^{1/2}$, $c = c_{pe}$); для кривой 2 — $c_{01}^2 = 3,125$ ($M_{se} = 2,5$, $c_{pe} < c$).

Как видно из фиг. 2, 3, при сравнительно низкой скорости движения ($c_{01}^2 = 0,02$) прогибы почти симметричны относительно начала подвижной системы координат и быстро затухают при удалении от области нагружения. При увеличении скорости движения перемещения за фронтом нагрузки (на обратной волне) изменяются по закону синуса или косинуса, причем с ростом скорости период изменения по осевой координате возрастает, абсолютные значения перемещений уменьшаются, а максимумы прогибов все больше отстают от фронта нагрузки. Впереди фронта нагрузки (на прямой волне) перемещения изменяются гладко и сравнительно быстро затухают.

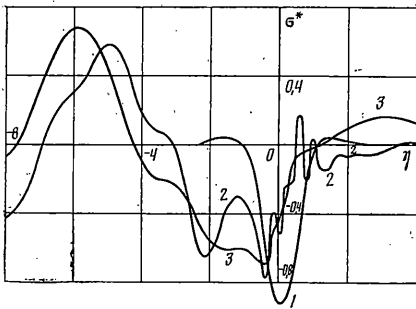
Фиг. 4 иллюстрирует распределение контактных напряжений на границе наполнителя и несущего слоя ($\sigma^* = 10\sigma_{yy}H/p_0$) при движении полосовых нагрузок (смысл



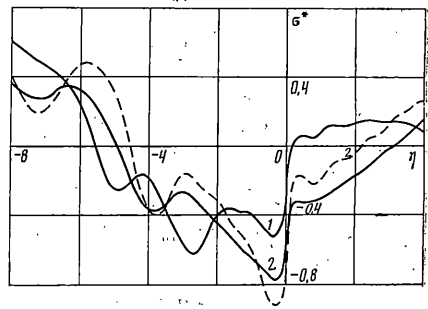
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

индексов 1–3 тот же, что и на фиг. 2). При $c_{01}^2=0,02$ характер изменения напряжений такой же, как и для перемещений. Для более высоких скоростей движения имеется качественное отличие от графиков перемещений, особенно на прямой волне, где при определенных режимах могут возникать локализованные в окрестности переднего фронта нагрузки осцилляции с большой частотой (кривая 2). Тем не менее на прямой волне амплитуда напряжений существенно меньше чем на обратной и они быстро затухают.

На фиг. 5 показано изменение контактных напряжений при движении вдоль несущих слоев линейных сосредоточенных нагрузок (для кривой 1 – $c_{01}^2=1,75$; 2 – $c_{01}^2=3,125$). Пунктирная кривая отвечает случаю, когда движение несущих слоев описывается уравнениями Кирхгофа – Лява. Сравнение результатов было проведено как по перемещениям, так и по напряжениям для всех режимов движения и показало, что для сравнительно высоких ($c \geq c_{acc}$) скоростей движения использование классической теории пластин вносит существенную погрешность в результаты расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горшков А. Г. Динамическое взаимодействие оболочек и пластин с окружающей средой // Изв. АН СССР. МТТ. 1976. № 2. С. 165–178.
2. Горшков А. Г. Нестационарное взаимодействие пластин и оболочек со сплошными средами // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 177–189.
3. Пожуйев В. И. Влияние величины постоянной скорости движения нагрузки на реакцию пластины, лежащей на упругом основании // Изв. АН СССР. МТТ. № 6. 1981. С. 112–118.
4. Пожуйев В. И. Действие волны давления на трехслойную цилиндрическую оболочку, погруженную в сжимаемую жидкость // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 3. С. 157–165.
5. Пожуйев В. И. Влияние скорости движения волны давления на реакцию трехслойной цилиндрической оболочки // Прикл. механ. 1983. Т. 19. № 12. С. 59–64.
6. Пожуйев В. И. Стационарная реакция системы цилиндрическая оболочка – вязкоупругий наполнитель на действие подвижной нагрузки // Прикл. механ. 1986. Т. 22. № 5. С. 27–34.
7. Achenbach J. D., Keshava S. P. Free waves in a plate supported by a semi-infinite continuum // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1967. V. 34. № 2. P. 397–404.
8. Филиппов И. Г., Егорычев О. А. Нестационарные колебания и дифракция волн в акустических и упругих средах // М.: Машиностроение, 1977. С. 304.
9. Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1966. С. 370.
10. Grouset-Pascal J., Garnet H., Pifko A. Effect of embedding medium viscoelasticity on the transient response to plane waves of arbitrarily thick circular cylinders // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1967. V. 34. № 2. P. 365–372.

Москва, Запорожье

Поступила в редакцию
12.V.1988