МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1989

УДК 539.3:534.1

С. А. АБДУКАДЫРОВ, Н. И. АЛЕКСАНДРОВА, М. В. СТЕПАНЕНКО

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЫ НА УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Исследование нестационарных задач взаимодействия плоской продольной волны с цилиндрической оболочкой начато в работах [1–3]. Хотя обсуждаемая задача продолжает привлекать внимание исследователей (см. [4, 5]), заметного продвижения в анализе механических эффектов взаимодействия волн с подкрепленной полостью не получено.

В публикуемой работе используется комбинированный метод решения. Путем отделения угловой координаты по методу Фурье плоская задача сводится к ряду одномерных задач, для каждой гармоники строятся асимптотические ($t\to\infty$) решения, соответствующие статическому случаю. Параллельно с этим проведено численное решение усеченной системы с использованием явной конечно-разностной схемы и способа минимизации численной дисперсии [6], дающего практически точное описание фронтовых разрывов. Склейка обоих решений позволяет определить границы применимости асимптотики, выявить вклад, обусловленный нестационарностью, и получить таким образом оценки динамического состояния оболочки и среды на всем этапе взаимодействия.

1. Пусть на бесконечно длинную упругую круговую цилиндрическую оболочку, окруженную упругой изотропной средой, падает ступенчатая продольная волна сжатия с фронтом параллельным оси оболочки.

В полярной системе координат (r, θ), связанной с цилиндром, напряжения в прямой волне, касающейся лобовой точки с координатами $r=R$, $\theta=0$ в момент времени $t=0$, задаются в виде

$$\sigma_\theta^0=\sigma_0[\varepsilon-1+(\varepsilon+1)\cos 2\theta]H_0(z)/2$$

$$\sigma_r^0=\sigma_0[\varepsilon-1-(\varepsilon+1)\cos 2\theta]H_0(z)/2$$

$$\sigma_{r\theta}^0=\sigma_0[(\varepsilon+1)\sin 2\theta]H_0(z)/2$$

$$z=c_1t-R+r\cos\theta,\quad \varepsilon=-\nu_0/(1-\nu_0)$$

где H_0 — функция Хевисайда, σ_0 — напряжения на фронте волны, распространяющейся в направлении z, R — радиус оболочки, c_1 — скорость волн расширения, ν_0 — коэффициент Пуассона среды.

Движение упругой среды описывается волновыми уравнениями для скалярного (φ) и векторного (ψ) потенциалов смещений (точками вверху обозначаются производные по времени):

$$\varphi^{*\cdot\cdot}=c_1^2\Delta\varphi^*,\quad \psi^{*\cdot\cdot}=c_2^2\Delta\psi^* \tag{1}$$

где c_2 — скорость волн сдвига, а звездочкой здесь и ниже обозначаются величины, соответствующие суммарному полю, состоящему из возмущений в прямой волне (например, φ^0) и волне, отраженной и излученной поверхностью оболочки (φ): $\varphi^*=\varphi^0+\varphi$.

Движение оболочки описывается линейными уравнениями классической теории Кирхгофа — Лява

$$c^{-2}v^{\cdot\cdot}=R^{-2}\left[\frac{\partial^2 v}{\partial\theta^2}+\frac{\partial w}{\partial\theta}+\delta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^3 w}{\partial\theta^3}\right)\right]+\beta\sigma_{r\theta}^*|_{r=R} \tag{2}$$

$$c^{-2}w^{\cdot\cdot}=-R^{-2}\left[\frac{\partial v}{\partial\theta}+w+\delta\left(\frac{\partial^4 w}{\partial\theta^4}-\frac{\partial^3 v}{\partial\theta^3}\right)\right]+\beta\sigma_r^*|_{r=R}$$

$$\delta=h^2/(12R^2), \qquad \beta=(\rho c^2 h)^{-1},$$

где v, w — тангенциальное и нормальное смещения оболочки, h и ρ — ее толщина и плотность, c — скорость звука в тонкой пластине.

Требуется определить напряжения и перемещения в оболочке и среде при нулевых начальных условиях и следующих граничных условиях для среды ($r=R$):

$$R^{-1}\partial\varphi/\partial\theta-\partial\psi/\partial r=v-v^0, \quad v^0=z\sin\theta H_0(z)\sigma_0/(\rho_0 c_1^2)$$
$$\partial\varphi/\partial r+R^{-1}\partial\psi/\partial\theta=w-w^0, \quad w^0=-z\cos\theta H_0(z)\sigma_0/(\rho_0 c_1^2) \tag{3}$$

Потенциалы φ и ψ должны быть, кроме этого, равны нулю вне расширяющейся области, ограниченной фронтом возмущений.

Для решения задачи используется разложение в ряд Фурье по углу θ. Уравнения движения (1), (2) для m-ой формы колебаний ($m=0, 1, 2, \ldots$) получены в следующем виде:

$$c^{-2}v_m^{\cdot\cdot}=-\alpha^2(1+\delta)v_m-\alpha R^{-1}(1+m^2\delta)w_m+\beta\overset{*}{\sigma}_{r\theta,m}|_{r=R}$$
$$c^{-2}w_m^{\cdot\cdot}=-\alpha R^{-1}(1+m^2\delta)v_m-R^{-2}(1+m^4\delta)w_m+\beta\overset{*}{\sigma}_{r,m}|_{r=R} \tag{4}$$

$$c_1^{-2}\varphi_m^{\cdot\cdot}=\frac{\partial^2\varphi_m}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_m}{\partial r}-\frac{m^2}{r^2}\varphi_m$$
$$c_2^{-2}\psi_m^{\cdot\cdot}=\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi_m}{\partial r}-\frac{m^2}{r^2}\psi_m \tag{5}$$
$$\alpha=m/R$$

Граничные условия (3) преобразуются так

$$r=R:\ \partial\psi_m/\partial r+\alpha\varphi_m=v_m^0-v_m, \quad \partial\varphi_m/\partial r+\alpha\psi_m=w_m-w_m^0 \tag{6}$$

Применим к системе (4)—(6) преобразование Лапласа по времени с параметром p (преобразованные величины обозначаются сверху индексом L). Решение уравнений (5) в изображениях с учетом условий излучения и краевых условий (6) имеет вид:

$$\varphi_m^L=B_1K_m(rp/c_1), \quad \psi_m^L=B_2K_m(rp/c_2)$$
$$B_1=[(w_m^{0L}-w_m^L)\beta_2K_{m,2}^{(1)}+(v_m^{0L}-v_m^L)mK_{m,2}^{(0)}]R\Omega^{-1}$$
$$B_2=[(w_m^L-w_m^{0L})mK_{m,1}^{(0)}+(v_m^L-v_m^{0L})\beta_1K_{m,1}^{(1)}]R\Omega^{-1} \tag{7}$$
$$\Omega=m^2K_{m,1}^{(0)}K_{m,2}^{(0)}-\beta_1\beta_2K_{m,1}^{(1)}K_{m,2}^{(1)}$$
$$K_{m,q}^{(n)}=\left(\frac{c_q}{p}\right)^n\left[\frac{d^n}{dr^n}K_m\left(\frac{rp}{c_q}\right)\right]_{r=R}, \quad \beta_q=\frac{Rp}{c_q}$$

где K_m — функция Макдональда m-го порядка.

Для получения изображений гармоник ряда Фурье перемещений и напряжений в прямой волне вначале применим преобразование Лапласа, затем разложим в ряд Фурье. Используя соотношения

$$H_0^L(p)=p^{-1}\exp[-\beta_1(1-rR^{-1}\cos\theta)]$$
$$I_m(\beta_1)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp(\beta_1\cos\theta)\cos m\theta\,d\theta$$

где I_m — модифицированные функции Бесселя первого рода m-го порядка, получим искомые величины при $r=R$ (ρ_0 — плотность среды):

$$[\overset{0}{\sigma}_{\theta,m}]^L=\sigma_0e_me^{-\beta_1}p^{-1}[(\varepsilon+1)I_{m,1}^{(2)}-I_{m,1}^{(0)}]$$
$$[\overset{0}{\sigma}_{r,m}]^L=\sigma_0e_me^{-\beta_1}p^{-1}[\varepsilon I_{m,1}^{(0)}-(\varepsilon+1)I_{m,1}^{(2)}] \tag{8}$$

$$[\sigma^0_{r\theta,m}]^L=\sigma_0 e_m e^{-\beta_1 p} p^{-1}\beta^{-1} m(\varepsilon+1)\,(I^{(1)}_{m,1}-\beta_1^{-1} I^{(0)}_{m,1})$$

$$[v_m{}^0]^L=\sigma_0 e_m e^{-\beta_1}(\rho_0 c_1\beta_1 p^2)^{-1} m I^{(0)}_{m,1}$$

$$[w_m{}^0]^L=-\sigma_0 e_m e^{-\beta_1}(\rho_0 c_1 p^2)^{-1} I^{(1)}_{m,1}$$

$$I^{(n)}_{m,q}=\left(\frac{c_q}{p}\right)^n\left[\frac{d^n}{dr^n} I_m\left(\frac{rp}{c_q}\right)\right]_{r=R},\quad (q=1,2),\quad (n=0,1,2)$$

$$e_0=1,\quad e_m=2\quad (m\neq 0)$$

Подставляя (7) в выражение напряжений через потенциалы и учитывая соотношения (8), определим величины суммарных напряжений в среде, действующих на оболочку:

$$[\overset{*}{\sigma}_{r\theta,m}]^L=[\overset{1}{\sigma}_{r\theta,m}]^L-2\mu_0 R^{-1}[(m+F_0)w_m{}^L+(1+F_1)v_m{}^L] \tag{9}$$

$$[\overset{*}{\sigma}_{r,m}]^L=[\overset{1}{\sigma}_{r,m}]^L-2\mu_0 R^{-1}[(1+F_2)w_m{}^L+(m+F_0)v_m{}^L]$$

$$[\overset{1}{\sigma}_{r\theta,m}]^L=-\sigma_0 e_m e^{-\beta_2} m p^{-1}\Omega^{-1} K^{(0)}_{m,2},$$

$$[\overset{1}{\sigma}_{r,m}]^L=-\sigma_0 e_m e^{-\beta_1}\beta_2 p^{-1}\Omega^{-1} K^{(1)}_{m,2}$$

$$F_0=m\beta_2{}^2\Omega^{-1}K^{(0)}_{m,1}K^{(0)}_{m,2}/2,\quad F_1=\beta_1\beta_2{}^2\Omega^{-1}K^{(1)}_{m,1}K^{(0)}_{m,2}/2$$

$$F_2=\beta_2{}^3\Omega^{-1}K^{(0)}_{m,1}K^{(1)}_{m,2}/2,\quad \mu_0=\rho_0 c_2{}^2$$

где $\sigma_{r\theta}{}^1$, $\sigma_r{}^1$ — напряжения на поверхности ($r=R$) абсолютно твердого неподвижного цилиндра.

Из системы (4), преобразованной по Лапласу, с учетом (9) получим

$$v_m{}^L=\beta(D_1[\overset{1}{\sigma}_{r\theta,m}]^L-D_2[\overset{1}{\sigma}_{r,m}]^L)/D,\quad w_m{}^L=\beta(D_3[\overset{1}{\sigma}_{r,m}]^L-D_4[\overset{1}{\sigma}_{r\theta,m}]^L)/D \tag{10}$$

$$D_1=c^{-2}p^2+R^{-2}(1+m^4\delta)+\gamma R^{-2}(1+F_2)$$
$$D_2=D_4=mR^{-2}(1+m^2\delta)+\gamma R^{-2}(m+F_0)$$
$$D_3=c^{-2}p^2+m^2R^{-2}(1+\delta)+\gamma R^{-2}(1+F_1)$$
$$D=D_1D_3-D_2D_4,\quad \gamma=2\rho_0 c_2{}^2 R/(\rho c^2 h)$$

Формулы (9), (10) полностью определяют решение в изображениях. Их точное обращение осуществить не удается.

Будем искать асимптотику решения при больших значениях времени с начала процесса. Устремляя в выражениях (9), (10) $p\to 0$, после ряда преобразований получим асимптотику ($t\to\infty$) коэффициентов Фурье каждой гармоники.

При $m>2$ асимптотика дает нулевые значения этих коэффициентов: с течением времени определяющими оказываются первые три формы ($m=0, 1, 2$).

Движению оболочки как твердого целого отвечает $m=1$:

$$w_1=-v_1\sim -t\sigma_0/\rho_0 c_1 \tag{11}$$

Этой же формой определяется сила F, действующая на оболочку в направлении движения прямой волны, и ее импульс I, причем их асимптотики таковы:

$$F=R\int_{-\pi}^{\pi}(\sigma_r{}^*\cos\theta+\sigma_{r\theta}{}^*\sin\theta)\,d\theta=\pi R(\overset{*}{\sigma}_{r,1}-\overset{*}{\sigma}_{r\theta,1})\sim 0 \tag{12}$$

$$I=\int_0^t F\,dt\sim M\sigma_0/\rho_0 c_1\quad (M=2\pi Rh\rho)$$

Из (11) и (12) следует, что с течением времени скорость оболочки становится равной скорости частиц среды в падающей волне, суммарные напряжения в среде на границе с оболочкой (так же как и напряжения в оболочке), движущейся вместе с окружающей средой ($m=1$), а следовательно и амплитуда F стремятся к нулю. Импульс остается конечной величиной и равен произведению массы оболочки на скорость частиц среды. Аналогичный результат получен и в том случае, когда окружающая оболочку среда — идеальная сжимаемая жидкость [7].

Асимптотика нулевой и второй гармоник полностью определяет напряжение в среде и оболочке при относительно большом времени, прошедшем с начала взаимодействия:

$$m=0: \quad w_0/R \sim -(R/h)(1+\gamma)^{-1}\sigma_0/(\rho c^2) \tag{13}$$

$$\overset{c}{\sigma}_{\theta,0} \sim -(R/h)(1+\gamma)^{-1}\sigma_0, \quad \overset{*}{\sigma}_{\theta,0} \sim (\varepsilon-\gamma(1+\gamma)^{-1})\sigma_0$$

$$\overset{*}{\sigma}_{r,0} \sim -(1+\gamma)^{-1}\sigma_0, \quad \overset{*}{\sigma}_{r\theta,0} \sim v_0 \sim 0$$

$$m=2: \quad w_2/R \sim -2B^{-1}(2+4\delta+\gamma)\sigma_0/(\rho_0 c_1^2) \tag{14}$$

$$v_2/R \sim 2B^{-1}(1+8\delta+\gamma)\sigma_0/(\rho_0 c_1^2)$$

$$\overset{*}{\sigma}_{\theta,2} \sim 2\sigma_0 B^{-1}(1+\varepsilon)[(1-\varepsilon)\gamma-\varepsilon+4\delta(3\varepsilon\gamma^{-1}-\varepsilon+3)]$$

$$\overset{*}{\sigma}_{r\theta,2} \sim 4\sigma_0 B^{-1}(1+\varepsilon)(1-2\delta+6\delta\gamma^{-1})$$

$$\overset{*}{\sigma}_{r,2} \sim 2\sigma_0 B^{-1}(1+\varepsilon)(1-8\delta-12\delta\gamma^{-1})$$

$$\overset{c}{\sigma}_{\theta,2} = 2\sigma_0 B^{-1}(R/h)(1+\varepsilon)(1+12\delta\gamma^{-1})$$

$$B=\gamma(1-\varepsilon)+3-\varepsilon+4\delta(3-\varepsilon+9\gamma^{-1}+3\varepsilon\gamma^{-1})$$

Из вида асимптотики (13) следует, что взаимодействие оболочки с окружающей ее упругой средой снижает амплитуды осесимметричных смещений и напряжений. С уменьшением основного безразмерного параметра задачи — γ влияние среды ослабевает и при $\gamma=0$ исчезает: среда с нулевой сдвиговой жесткостью (идеальная сжимаемая жидкость) не изменяет амплитуд смещений и напряжений в оболочке, обжатой всесторонним давлением.

Качественное отличие влияния упругой среды по сравнению с акустической заключается в том, что в последнем случае смещения и напряжения, соответствующие второй форме, асимптотически равны нулю [7], в случае же упругой среды ($\gamma\neq0$) их вклад в суммарные амплитуды с ростом γ возрастает и может стать определяющим. Асимптотики (13), (14) приобретают максимально простой для анализа физических следствий вид, если $\gamma\gg1$. Это соответствует реальности в случае достаточно тонкой оболочки или оболочки средней толщины, жесткость материала которой одного порядка с жесткостью среды. Просуммировав нулевую и вторую формы в (13), (14) и полагая $\gamma\gg1$ и $\delta\ll1$, получим следующие асимптотики:

$$w/R \sim -(\sigma_0/\mu_0)\Phi_1(\theta), \quad v/R \sim -(\sigma_0/\mu_0)\Phi_2(\theta)$$

$$\sigma_r^* \sim -2\sigma_0\gamma^{-1}\Phi_1(\theta), \quad \sigma_{r\theta}^* \sim 4\sigma_0\gamma^{-1}\Phi_2(\theta)$$

$$\sigma_\theta^* \sim -2\sigma_0(1-\nu_0)^{-1}\Phi_1(\theta), \quad \sigma_\theta^c \sim -2\sigma_0\gamma^{-1}(R/h)\Phi_1(\theta) \tag{15}$$

$$\Phi_1(\theta)={}^1/_2-(1-2\nu_0)\cos 2\theta, \quad \Phi_2(\theta)=(1-2\nu_0)\sin 2\theta$$

$$\Phi_1(\theta_*)=0, \quad \theta_*={}^1/_2\arccos(1/(2-4\nu_0))$$

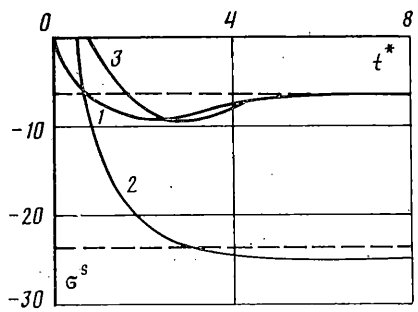
Максимальные сжимающие напряжения достигаются в боковой точке ($\theta=\pi/2$). Отметим, что представляющие основной интерес окружные напряжения σ_θ^* не зависят от h, характер их изменяемости по θ для оболочки и среды один и тот же: при $\theta<\theta_*$ они сжимающие, при $\theta=\theta_*$ меняют знак и при $\theta>\theta_*$ становятся растягивающими.

Значение коэффициента Пуассона среды $\nu_0={}^1/_4$ является в асимптотике (15) своеобразным граничным фактором: при $\nu_0>{}^1/_4$ действительные значения θ_* отсутствуют и напряжения везде сжимающие, при $\nu_0={}^1/_4$ имеем две точки $\theta_*=0$, π, где $\sigma_\theta=0$, а при $\nu_0<{}^1/_4$ в окрестностях углов $\theta=0$ и $\theta=\pi$ появляются симметричные зоны, в которых напряжения становятся растягивающими. С уменьшением ν_0 эти зоны растут, достигая максимальной величины ($\theta_*=\pi/3$) при $\nu_0=0$. Отметим, что асимптотика (15) для w, v и $\sigma_\theta{}^*$ отвечает статическому решению для неподкрепленной полости. В этом решении напряжения $\sigma_r{}^*$ и $\sigma_{r\theta}{}^*$ в силу граничных условий отсутствуют. В (15) они не равны нулю, хотя и существенно меньше $\sigma_\theta{}^*$ (т. к. пропорциональны γ^{-1}, а $\gamma\gg1$). Формулы (15) позволяют получить простую оценку напряжений в оболочке $\sigma_\theta{}^c$ через $\sigma_\theta{}^*$ на границе:

$$\sigma_\theta{}^c/\sigma_\theta{}^*\sim(\mu_0/\mu)(1-\nu)/(1-\nu_0),\quad \mu={}^1/_2E(1+\nu)^{-1}$$

2. Далее необходимо выяснить какова погрешность асимптотических оценок на конечном интервале времени, определить коэффициенты динамичности и установить пределы применимости этих оценок в конкретных задачах с реальными параметрами оболочки и среды.

Этой цели служит численное решение, полученное методом конечных разностей. Вначале к уравнениям и граничным условиям в смещениях применяется разложение в ряд Фурье. Система одномерных уравнений относительно коэффициентов гармоник Фурье решается по явной разностной схеме типа «крест». Численная дисперсия, проявляющаяся в окрестностях фронтов и при расчете быстроменяющихся составляющих решения, минимизируется благодаря специальной аппроксимации функций в узлах координатной сетки [6], что позволяет использовать при расчете предельное состояние условия Куранта: $c_1\Delta t/\Delta r=1$, где Δt и Δr шаги сетки.



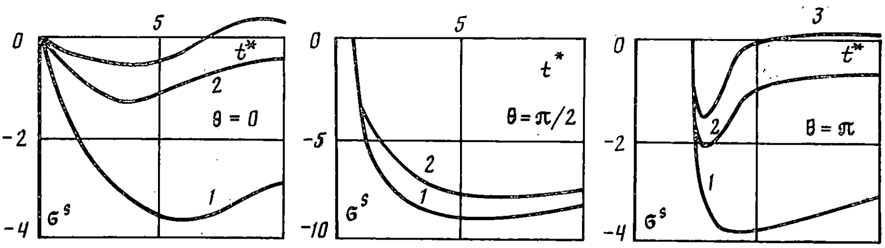
Фиг. 1

Расчеты показали, что уже при $\Delta r=0{,}05R$ достигается вполне удовлетворительная точность, при дальнейшем уменьшении Δr изменение результатов наблюдается в третьей значащей цифре. При вычислении сумм ряда Фурье удерживалось 11 членов ($m=0,\ldots,10$), увеличение числа форм не приводило к изменению результатов более, чем на 1%.

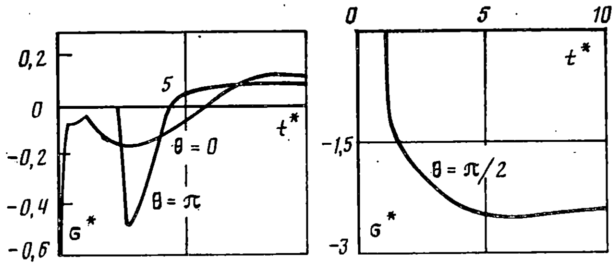
На фиг. 1–4 представлена зависимость от времени ($t^*=tc_1/R$) некоторых параметров процесса. Штриховым прямым линиям соответствуют амплитуды, полученные суммированием асимптотик. Параметры E и ν_0 варьируются, неизменными для всех расчетных примеров являются $\nu=0{,}25$, $\rho=2{,}9$ и $h=0{,}038$.

Кривые *1–3* на фиг. 1 ($E=23{,}1$, $\nu_0=0{,}25$) – напряжения $\sigma^s=\sigma_\theta{}^c/\sigma_0$ в сечениях $\theta=0$, $\pi/2$, π. Видно, что везде в оболочке σ^s являются сжимающими и достигают максимума в боковой точке. В теневую точку ($\theta=\pi$) возмущения, распространяющиеся по оболочке, приходят в момент времени $t_1=\pi R/c$, а дифракционная волна – при $t_2=(1+\pi/2)R/c_1$ (при выбранных параметрах $c=2{,}9$ и $t_1{}^*=1{,}08$, $t_2{}^*=2{,}57$). При $t\gtrsim t_2$ напряжения в лобовой и теневой точках практически не отличаются между собой. Этот факт, как показали расчеты, свойствен для относительно жестких оболочек ($E\gg10$). Время достижения асимптотики тесно связано с величиной скорости звука в оболочке c. Численным экспериментом установлено, что начиная с $t\simeq15R/c$ асимптотика удовлетворительно описывает напряженное состояние оболочки.

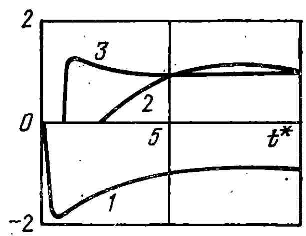
С уменьшением относительной жесткости оболочки возрастает роль коэффициента Пуассона среды в формировании напряженного состояния. На фиг. 2 приведены кривые σ^s, рассчитанные при $E=2{,}78$ и $\nu_0=0{,}35$; $0{,}25$; $0{,}2$ (кривые *1–3*) в сечениях $\theta=0$, $\pi/2$, π соответственно. При $\nu_0=0{,}25$ и $\nu_0=0{,}2$ асимптотические значения σ^s в точке $\theta=\pi/2$ соответственно равны 6,93 и 6,83; в масштабе рисунка кривые *2*, *3* и их асимптотики сливаются. С уменьшением ν_0 распределение напряжений по окружности становится существенно неоднородным. Если при $\nu_0=0{,}5$ (сжимаемая жидкость) $\sigma^c_{\theta,2}\to0$ ($t\to\infty$) и напряженное состояние определяется со временем осесимметричной составляющей, то, как следует из (13), (14), вклад $\sigma^c_{\theta,0}$ с уменьшением ν_0 убывает, а $\sigma^c_{\theta,2}$ – возрастает. При этом суммарные напряжения в боковой точке меняются незначительно и всегда остаются сжимающими, а в лобовой и теневой точках – зависят от ν_0 существенно. Так, при $\nu_0=0{,}35$ максимальные амплитуды здесь приблизительно вдвое меньше, чем в боковой, при $\nu_0=0{,}25$ уже меньше в 4–6 раз (асимптотики – на порядок); хотя все еще остаются сжимающими, а при



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

$\nu_0=0{,}2$ уже становятся со временем растягивающими. Принятые в расчете параметры определяют: $\gamma\simeq 6$, величину, как выясняется, достаточную, чтобы с приемлемой для практики точностью выполнялись оценки (15).

Напряжения $\sigma^*=\sigma_\theta^*/\sigma_0$ в среде на границе с оболочкой, рассчитанные при $\nu_0=0{,}2$ и $\bar{E}=2{,}78$, представлены на фиг. 3. Максимальная амплитуда сжимающих напряжений достигается в боковой точке при $t^*\simeq 6$ и на 12% превышает асимптотическое значение. В точках $\theta=0$, π при $t^*\gtrsim 5$ реализуется растяжение сравнительно небольшой амплитуды. Расчеты позволили установить важный результат: максимальные значения окружных напряжений (достигающиеся в боковой точке) не более, чем на 20% превышают асимптотику (коэффициент динамичности $\sim 1{,}2$).

Таким образом, на характер распределения напряжений в оболочке и среде основное влияние оказывает коэффициент Пуассона ν_0. Для малых значений ν_0 в окрестностях лобовой и теневой точек возникают зоны растягивающих напряжений. Сжимающие напряжения всегда максимальны в боковой точке, их уровень существенно выше (при $\nu_0\leqslant 0{,}25$ – на порядок) уровня напряжений в точках $\theta=0$, π. Асимптотика с удовлетворительной для практических расчетов точностью определяет напряжения в оболочке и среде, начиная с $t\simeq 5R/c_1$.

Скорости движения различных точек оболочки в направлении распространения прямой волны показаны на фиг. 4. Кривой *1* соответствует величина $w^\bullet(0)/u_0$, *2* – $v^\bullet(\pi/2)/u_0$, *3* – $w^\bullet(\pi)/u_0$, $u_0=\sigma_0/\rho_0 c_1$. Начиная с $t\simeq 5R/c_1$ оболочка движется как жесткое тело со скоростью частиц среды в прямой волне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baron M., Parnes R.* Diffraction of a pressure wave by a cylindrical shell in an elastic medium // Proc. 4-th U. S. Nat. congr. Appl. Mech. N. Y.: ASME, 1962. V. 1. P. 63–75.
2. *Peralta L., Carrier G., Mow C.* An approximate procedure for the solution of a class of transient – wave diffraction problems // Trans. ASME. Ser. E. J. of Appl. Mech. 1966. V. 33. N 1. P. 168–172.
3. *Гернет, Крузе-Паскаль.* Неустановившаяся реакция находящегося в упругой среде кругового цилиндра произвольной толщины на действие плоской волны расширения // Тр. америк. о-ва инж.-механиков. Сер. Е. Прикл. механика. 1966. Т. 33. № 3. С. 48–60.
4. *Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А.* Дифракция упругих волн // Прикл. механика. 1978. Т. 14. № 8. С. 3–15.
5. *Вестяк А. В., Горшков А. Г., Тарлаковский Д. В.* Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНИТИ, 1983. Т. 15. С. 69–148.
6. *Абдукадыров С. А., Пинчукова Н. И., Степаненко М. В.* Об одном способе численного решения уравнений динамики упругих сред и конструкций // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1984. № 6. С. 34–41.
7. *Пинчукова Н. И.* Действие плоской акустической волны давления на цилиндрическую оболочку, заполненную жидкостью // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 6. С. 168–174.

Ташкент, Новосибирск

Поступила в редакцию
5.XI.1987