

УДК 539.374

В. С. БОГОЛЮБОВ, Г. И. ЛЬВОВ, О. А. КОСТРОМИЦКАЯ

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

Рассматриваются обратные задачи, содержание которых составляет определение внешних воздействий, обеспечивающих упругопластическое деформирование трехслойной оболочки в оболочку со срединной поверхностью другой заданной формы. Принимаются следующие допущения. Касательные к срединной поверхности составляющие внешней нагрузки отсутствуют. Заполнитель считается легким, с конечной сдвиговой жесткостью и несжимаемым в поперечном направлении. Нормаль к срединной поверхности в заполнителе в процессе деформации остается прямой, но может поворачиваться относительно срединной поверхности. Нормальные перемещения могут значительно превышать общую толщину оболочки, но деформации остаются малыми. Предполагается, что нагружение близко к простому; используется деформационная теория пластичности. Задача решается вариационно-разностным методом. Приводятся результаты численного решения задачи для квадратной в плане полужоной оболочки.

1. Введение. Тонкостенные элементы конструкции в форме трехслойных оболочек ненулевой гауссовой кривизны обладают высокими прочностными и жесткостными характеристиками. Расширение области применения таких элементов связано с разработкой технологических процессов формообразования их из трехслойных листовых заготовок или из трехслойных оболочек с развертывающейся срединной поверхностью. Исследование технологических операций формоизменения трехслойных оболочек требует постановки специальных задач нелинейной теории оболочек.

В настоящей работе рассматриваются обратные задачи определения внешних воздействий, требуемых для упругопластического деформирования трехслойной оболочки со срединной поверхностью S_0 в оболочку с заданной формой срединной поверхности S . Обратные задачи такого класса могут иметь множество решений. Для получения однозначного решения необходимо сформулировать дополнительные ограничения на параметры внешнего воздействия [1] или более жестко определить кинематику формоизменения [2]. В реальных технологических процессах деформирования заготовки часто осуществляется нормальным давлением (штамповка взрывом, жидкостью, электромагнитным полем). Поэтому в качестве дополнительных условий, обеспечивающих однозначность решения обратной задачи, принимаются [3] равенства нулю касательных к срединной поверхности составляющих внешней нагрузки. Для процессов, сопровождающихся трением между заготовкой и инструментом, такими условиями могут служить зависимости, связывающие нормальное давление с силами трения.

2. Постановка обратной задачи. Рассмотрим пологую трехслойную оболочку, срединная поверхность которой в исходном недеформированном состоянии задается с помощью криволинейных лагранжевых координат q^1, q^2 параметрическим уравнением $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_0(q^1, q^2)$. В конце процесса деформирования срединная поверхность оболочки изменяет свою форму

$$\mathbf{R}(q^1, q^2) = \mathbf{R}_0(q^1, q^2) + \mathbf{U}(q^1, q^2) \quad (2.1)$$

Вектор перемещения точек срединной поверхности $\mathbf{U}(q^1, q^2)$ и радиус-вектор \mathbf{R}_0 представим проекциями в прямоугольной декартовой системе осей $Ox_1x_2x_3$: $\mathbf{U} = \{v_1, v_2, v_3\}$, $\mathbf{R}_0 = \{x_1^0, x_2^0, x_3^0\}$.

Требуемая форма срединной поверхности в деформированном состоянии задается неявным уравнением $f(x_1, x_2, x_3) = 0$. Если срединная поверхность заготовки примет требуемую форму, то декартовы координаты вектора перемещения будут удовлетворять уравнению

$$f(x_1^0 + v_1, x_2^0 + v_2, x_3^0 + v_3) = 0 \quad (2.2)$$

Для определения перемещений и деформаций по толщине трехслойной оболочки представим вектор перемещения точек срединной поверхности в местном базисе криволинейной системы координат

$$\mathbf{U}(q^1, q^2) = u_k \mathbf{r}^k + w \mathbf{m} = u^k \mathbf{r}_k + w \mathbf{m} \\ \mathbf{r}_k = \partial \mathbf{R}_0 / \partial q^k \quad (k=1, 2) \quad (2.3)$$

где u_k, w^k — ковариантные и контравариантные компоненты вектора \mathbf{U} , w — нормальное перемещение, $\mathbf{r}_k, \mathbf{r}^k$ — координатные векторы основного и взаимного базиса, \mathbf{m} — единичный нормальный вектор поверхности S_0 .

Вектор перемещения \mathbf{U}^z для заполнителя и несущих слоев в соответствии с принятой кинематической моделью имеет вид

$$\mathbf{U}^z(q^1, q^2, z) = \mathbf{U} + z\boldsymbol{\gamma} \quad (-c \leq z \leq c) \\ \mathbf{U}^z(q^1, q^2, z) = \mathbf{U} + c\boldsymbol{\gamma} + (z-c)(\mathbf{m}^* - \mathbf{m}) \quad (c \leq z \leq c+h) \\ \mathbf{U}^z(q^1, q^2, z) = \mathbf{U} - c\boldsymbol{\gamma} + (z+c)(\mathbf{m}^* - \mathbf{m}) \quad (-c-h \leq z \leq -c) \quad (2.4)$$

где $\boldsymbol{\gamma}(q^1, q^2)$ — вектор поворота нормального элемента заполнителя; $2c$ — толщина заполнителя, h — толщина несущего слоя, \mathbf{m}^* — единичный нормальный вектор поверхности S .

Ковариантные компоненты тензоров тангенциальной деформации срединной поверхности и поперечного сдвига в заполнителе связаны с перемещениями нелинейными соотношениями [5]:

$$e_{ik} = 1/2 (\nabla_i u_k + \nabla_k u_i) - b_{ik} w + 1/2 \nabla_i w \nabla_k w \\ \varepsilon_{i3} = 1/2 (\gamma_i + \nabla_i w) \quad (i, k=1, 2) \quad (2.5)$$

где ∇_i — символ ковариантного дифференцирования в метрике поверхности S_0 , b_{ik} — компоненты ее второй квадратичной формы, γ_i — ковариантные компоненты вектора поворота нормального элемента в заполнителе.

В рамках принятых ограничений деформации несущих слоев определяются зависимостями

$$\varepsilon_{ik} = e_{ik} + c\gamma_{ik} - (z-c)\nabla_i \nabla_k w \quad (c \leq z \leq c+h) \\ \varepsilon_{ik} = e_{ik} - c\gamma_{ik} - (z+c)\nabla_i \nabla_k w \quad (-c-h \leq z \leq -c) \\ \check{\gamma}_{ik} = 1/2 (\nabla_i \gamma_k + \nabla_k \gamma_i) \quad (2.6)$$

Физические соотношения деформационной теории пластичности для материала несущих слоев запишем, выделив упругую и пластическую составляющую тензора деформации

$$\varepsilon_{ik} = [(1+\mu)\sigma_{ik} - \mu\sigma g_{ik}] / E + \varepsilon_{ik}^p \quad (2.7) \\ \sigma = g_{ik} \sigma^{ik}, \quad \varepsilon_{ik}^p = 3/2 \varepsilon_0^p (\sigma_{ik} - g_{ik} \sigma) / \sigma_0$$

где g_{ik} — ковариантные компоненты метрического тензора поверхности S_0 , $\varepsilon_0^p, \sigma_0$ — интенсивность пластических деформаций и напряжений. Соотношения (2.7) могут быть разрешены относительно ковариантных компонентов тензора напряжений

$$\sigma^{ij} = A^{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \quad (2.8) \\ A^{ijkl} = E(1-\mu^2)^{-1} [\mu g^{ij} g^{kl} + (1-\mu) g^{ik} g^{jl}] \quad (i, j, k, l=1, 2)$$

В заполнителе учитываются только касательные напряжения, связанные с деформациями поперечного сдвига

$$\varepsilon_{i3} = 2G' (\varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i3}^p) \quad (2.9)$$

Введем отнесенные к единице длины координатных линий недеформированной срединной поверхности контравариантные компоненты тензоров тангенциальных усилий и моментов

$$T^{ih} = T_1^{ih} + T_2^{ih}, \quad T_1^{ih} = \int_c^{c+h} \sigma^{ih} dz, \quad T_2^{ih} = \int_{-c-h}^{-c} \sigma^{ih} dz$$

$$M^{ih} = M_1^{ih} + M_2^{ih} + H^{ih} \quad (2.10)$$

$$M_1^{ih} = \int_c^{c+h} \sigma^{ih} z dz, \quad M_2^{ih} = \int_{-c-h}^{-c} \sigma^{ih} z dz, \quad H^{ih} = c(T_1^{ih} - T_2^{ih})$$

В принятой модели трехслойной оболочки перерезывающие усилия воспринимаются заполнителем и несущими слоями

$$N^i = N_1^i + N_2^i + N_3^i \quad (2.11)$$

$$N_1^i = \int_c^{c+h} \sigma^{i3} dz, \quad N_2^i = \int_{-c-h}^{-c} \sigma^{i3} dz, \quad N_3^i = \int_{-c}^c \sigma^{i3} dz.$$

Для очень тонких несущих слоев возможны упрощения в соотношениях (2.10), (2.11), связанные с пренебрежением неравномерностью распределения нормальных напряжений по толщине несущих слоев. Известно [6], что такие упрощения понижают порядок разрешающей системы уравнений для прямых задач теории трехслойных оболочек. Введение этих упрощений требует определенного дополнительного анализа, так как понижение порядка разрешающих уравнений приводит к изменению качественных свойств их решений [7]. В обратных задачах рассматриваемого класса указанные упрощения не влияют на качественные свойства решений, так как они изменяют порядок производных только для функции прогиба w , которая, как будет показано ниже, не входит в число неизвестных при постановке краевых задач.

При построении физических соотношений упругопластического деформирования трехслойных оболочек сохраним уровень строгости, принятый в линейной теории. Выполнив интегрирование в соотношениях (2.10), (2.11), получим

$$T^{ij} = 2hA^{ijkl} e_{kl} - T_0^{ij}$$

$$M^{ij} = -\frac{2}{3} h^3 A^{ijkl} \nabla_k \nabla_l w + ch^2 \gamma_{ik} + H^{ij} - M_0^{ij} \quad (2.12)$$

$$H^{ij} = hcA^{ijkl} (2c\gamma_{kl} - h\nabla_k \nabla_l w) - H_0^{ij}$$

$$N_3^i = 2cG'(\gamma_i + \nabla_i w) - N_0^i$$

В этих соотношениях T_0^{ij} , M_0^{ij} , H_0^{ij} , N_0^i — соответствующие интегралы по толщине от пластических деформаций. Эти интегралы не могут быть выражены с помощью элементарных функций, поэтому физические зависимости вида (2.12) ориентированы на применение численных методов.

Уравнения равновесия выведены на основе принципа возможных перемещений. Приравнявая нулю работу внешних и внутренних сил на вариациях перемещений u_i , w и углах поворота γ_i получаем статические соотношения в проекциях на оси локального базиса недеформированной срединной поверхности.

$$\nabla_i T^{ih} + p^h = 0, \quad \nabla_i H^{ih} = N_3^h \quad (2.13)$$

$$\nabla_i N_3^i + \nabla_i \nabla_h (M_1^{ih} + M_2^{ih}) + (b_{ih} + \nabla_i \nabla_h w) T^{ih} - \nabla_h w p^h + q = 0$$

Для рассматриваемого класса обратных задач уравнения равновесия целесообразно записать в проекциях на оси локального базиса деформированной срединной поверхности, т. к. в конце процесса формообразования внешняя нагрузка — нормальное движение, — направлена перпендикулярно

лярно-деформированной срединной поверхности. С учетом принятых допущений о степени геометрической нелинейности дифференциальные операции в метриках поверхностей S_0 и S совпадают, а уравнения равновесия в проекциях на деформированные оси приводятся к виду

$$\begin{aligned} \nabla_i T^{ih} + p^h &= 0, \quad \nabla_i H^{ih} = N_3^h \\ \nabla_i \nabla_h M^{ih} + (b_{ih} + \nabla_i \nabla_h w) T^{ih} + q &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

где p^h , q — тангенциальные и нормальная составляющие внешней нагрузки в конце процесса деформирования.

В геометрическом условии заданного формообразования (2.2) можно выразить декартовы координаты вектора перемещения через проекции его на оси локального базиса поверхности S_0 . Это уравнение совместно с соотношениями (2.5), (2.6), (2.12) и (2.14) образуют полную систему уравнений обратных задач формообразования трехслойных оболочек.

При изготовлении пологих оболочек основной вклад в изменение формы вносит нормальное перемещение w . Это позволяет эффективно линеаризовать условие (2.2) методом последовательных приближений и задавать на каждой итерации нормальное перемещение как известную функцию криволинейных координат [4]. При таком подходе строится разрешающая система уравнений для рассматриваемого класса обратных задач. Первые две группы уравнений равновесия (2.14) в перемещениях имеют вид

$$\begin{aligned} A^{ihl} \nabla_i (\nabla_h u_l + \nabla_l u_h) &= A^{ihl} \nabla_i (2b_{hl} w - \nabla_h w \nabla_l w) + (\nabla_i T_0^{ij} - p^j) / h \\ c^2 h A^{ihl} \nabla_i (\nabla_h \gamma_l + \nabla_l \gamma_h) - 2c G' \gamma_j &= \\ ch^2 A^{ihl} \nabla_i \nabla_h \nabla_l w + 2c G' \nabla_j w + \nabla_i H_0^{ij} - N_0^j \end{aligned} \quad (2.15)$$

Последнее уравнение равновесия системы (2.14) с помощью соотношений (2.12) преобразуется так

$$\begin{aligned} A^{ihl} \{ hc(c+h/2) \nabla_i \nabla_j (\nabla_h \gamma_l + \nabla_l \gamma_h) - \\ - h^2 (c^2/s_h) \nabla_i \nabla_j \nabla_h \nabla_l w + (b_{ij} + \nabla_i \nabla_j w) h [(\nabla_h u_l + \nabla_l u_h) - \\ - 2b_{hl} + \nabla_h w \nabla_l w - \nabla_i \nabla_j (M_0^{ij} + H_0^{ij}) - (b_{ij} + \nabla_i \nabla_j w) T_0^{ij} + q = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Анализ разрешающей системы уравнений (2.15), (2.16) позволяет выявить качественные особенности данного класса обратных задач. Компоненты тангенциальных перемещений u_i и вектора нормали в заполнителе γ_i (при заданном прогибе w) полностью определяют кинематику и напряженно-деформированное состояние оболочки. Эти функции определяются в результате решения краевой задачи для системы четырех уравнений (2.15), в которых для процессов без трения принимаются $p^j = 0$. Затем находится нормальное давление, необходимое для заданного формоизменения, из уравнения (2.16).

При учете сил трения касательные составляющие внешнего воздействия p^j определяются путем последовательных приближений. Величина и направление силы трения находятся по давлению и направлению вектора тангенциальных перемещений предыдущего приближения. Такой итерационный процесс естественно совмещается с процедурой линеаризации физических соотношений методом упругих решений.

Порядок системы уравнений (2.15) равен восьми и на каждом крае оболочки необходимо задать по четыре граничных условия относительно функций u_i , γ_i или их первых производных. Следовательно, на краях оболочки могут быть заданы тангенциальные перемещения или усилия, углы поворота нормали в заполнителе или соответствующие им интегральные силовые характеристики. Это могут быть изгибающие и крутящие моменты, но тогда крайевые перерезывающие силы не задаются произвольно, а определяются решением обратной задачи. Если на границе оболочки задать перерезывающую силу и крутящий момент, то в этом случае изгибающий момент будет определяться решением. Физический смысл этих заключений состоит в том, что формоизменение, определяемое заданным прогибом w , не может быть осуществлено только нормальным давлением. Для такого формоизменения на границах оболочки должны быть приложены определенные перерезывающие силы или изгибающие моменты.

3. Задачи для плоских заготовок. Рассмотрим обратную задачу формообразования трехслойной панели положительной гауссовой кривизны из прямоугольной в плане листовой заготовки. Совместим срединную поверх-

ность трехслойной заготовки с координатной плоскостью $x_3=0$ и примем в качестве лагранжевых координат декартовы координаты точек срединной поверхности в исходном состоянии $\xi=x_1, \eta=x_2$ ($|\xi| \leq a, |\eta| \leq b$).

В деформированном состоянии срединная поверхность оболочки должна иметь форму параболоида, уравнение которого зададим в неявном виде $Ax_1^2+Bx_2^2+x_3=0$. Для реализации такого формоизменения необходимо, чтобы физические компоненты u, v, w вектора перемещения удовлетворяли уравнению

$$A(\xi+u)^2+B(\eta+v)^2+w=0 \quad (3.1)$$

Система уравнений (2.15) для плоской заготовки отнесенной к прямоугольной декартовой системе координат имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} &= \frac{1-\mu^2}{2Eh} \left(\frac{\partial T_{11}^0}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 T_{12}^0}{\partial \eta} \right) - \\ &- \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} &= \frac{1-\mu^2}{2Eh} \left(\frac{\partial T_{22}^0}{\partial \eta} + \frac{\partial T_{12}^0}{\partial \xi} \right) \\ &- \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial w}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 \gamma_1}{\partial \xi^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_2}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_1}{\partial \eta^2} - \frac{1-\mu}{hc} \gamma_1 &= \frac{1-\mu}{hc} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{h}{c} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) - \\ &- \frac{1-\mu^2}{2c^2 h E} \left(\frac{\partial H_{11}^0}{\partial \xi} + \frac{\partial H_{12}^0}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial^2 \gamma_2}{\partial \eta^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_1}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_2}{\partial \xi^2} - \frac{1-\mu}{hc} \gamma_2 &= \frac{1-\mu}{hc} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \\ &+ \frac{h}{c} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) + \\ &+ \frac{1-\mu^2}{2c^2 h E} \left(\frac{\partial H_{22}^0}{\partial \eta} + \frac{\partial H_{12}^0}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Краевые условия, соответствующие одному определенному типу технологических процессов, зададим следующим образом

$$v=\gamma_1=\gamma_2=0, \quad u=u^* \quad (\xi=\pm a) \quad (3.3)$$

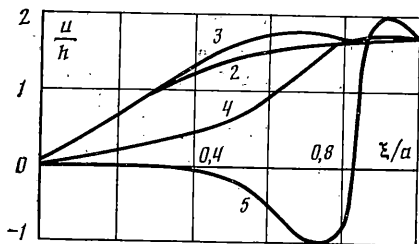
$$T_{22}=T_{12}=M_{12}=N_2=0 \quad (\eta=\pm b)$$

В линеаризованной форме соотношения (3.1) в n -ом приближении задают явный вид функции прогиба

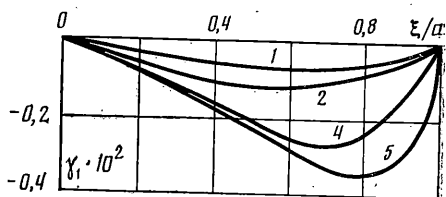
$$w^{(n)} = -A(\xi+u^{(n-1)})^2 - B(\eta+v^{(n-1)})^2 \quad (3.4)$$

В начальном приближении тангенциальные перемещения в (3.4) принимаются нулевыми, а в последующих — определяются решением краевой задачи (3.2), (3.3). После того, как будет достигнута заданная точность, по уравнению (2.16) определяется нормальное давление, действующее на оболочку в конце процесса формоизменения.

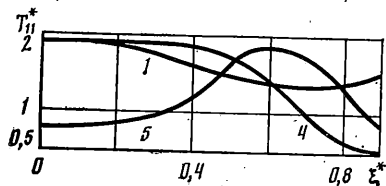
Численное решение краевой задачи (3.2), (3.3) выполняется методом конечных разностей. В области изменения лагранжевых координат $\xi \in [0, a]$



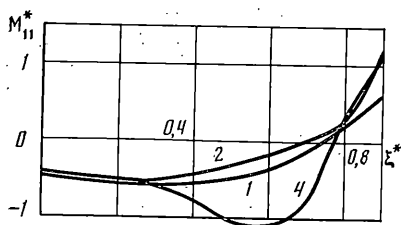
Фиг. 1



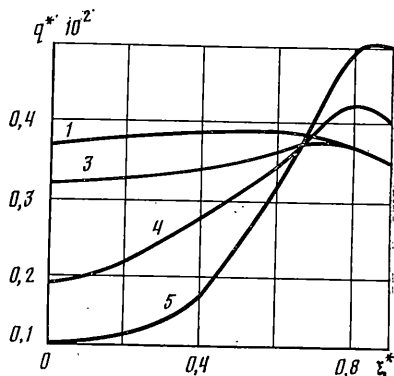
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

построим равномерную прямоугольную сетку $\omega = \{\xi_i = ih_1; \eta_j = jh_2\}$, $h_1 = a/N$, $h_2 = b/N$, $i, j = -N, \dots, 0, \dots, N$.

Введем на ω сеточные функции, соответствующие основным неизвестным в уравнениях (3.2): $u_{ij} = u(\xi_i, \eta_j)$, $v_{ij} = v(\xi_i, \eta_j)$, $(\gamma_1)_{ij} = \gamma_1(\xi_i, \eta_j)$, $(\gamma_2)_{ij} = \gamma_2(\xi_i, \eta_j)$. Для получения разностной схемы используется метод Рунца [8]. В обозначениях, принятых в [8], эта схема для уравнений (3.2) имеет вид

$$u_{-\xi\xi} + \mu_1(v_{\xi\eta} + v_{-\xi-\eta}) + \mu_2 u_{-\eta\eta} = F_1$$

$$v_{-\eta\eta} + \mu_1(u_{\xi\eta} + u_{-\xi-\eta}) + \mu_2 v_{-\xi\xi} = F_2$$

$$(\gamma_1)_{-\xi\xi} + \mu_1[(\gamma_1)_{\xi\eta} + (\gamma_1)_{-\xi-\eta}] + \mu_2(\gamma_2)_{\eta-\eta} - 2(\mu_2/hc)\gamma_1 = F_3$$

$$(\gamma_2)_{-\eta\eta} + \mu_1[(\gamma_2)_{\xi\eta} + (\gamma_2)_{-\xi-\eta}] + \mu_2(\gamma_1)_{-\xi\xi} - 2(\mu_2/hc)\gamma_2 = F_4$$

где $\mu_1 = 1 + \mu$, $\mu_2 = (1 - \mu)/2$, F_i — проекции правых частей уравнений (3.2) на сетку ω .

Решение сеточных уравнений выполнялось методом последовательной верхней релаксации. Вычисления проводились при следующих размерах трехслойной заготовки и параметрах деформированной оболочки: $a = b = 0,75$ м, $c = 9 \cdot 10^{-3}$ м, $h = 10^{-3}$ м, $A = B = 4,55 \cdot 10^{-2}$ м, $u^* = 1,7 \cdot 10^{-3}$ м.

Реальная диаграмма деформирования материала несущих слоев аппроксимировалась кусочно-гладкой функцией $\sigma_0 = 3G\varepsilon_0$, ($\varepsilon_0 \leq \varepsilon_t$), $\sigma_0 = \sigma_t(\varepsilon_0/\varepsilon_t)^m$, где $G = 2,4 \cdot 10^{-4}$ МПа, $\varepsilon_t = 4,2 \cdot 10^{-3}$, $m = 0,2$; $\mu = 0,3$. Модуль сдвига заполнителя $G' = 2,04$ МПа.

Численные результаты получены на сетке с параметрами $h_1 = h_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$ м, $N = 20$.

На фиг. 1, 2 показаны графики распределения вдоль координатных линий $\xi^* = \xi/a$ тангенциальных перемещений точек срединной поверхности и углов поворота нормального элемента в заполнителе.

Эпюры безразмерных усилий $T_{11}^* = T_{11}/(\sigma_t h)$ и моментов $M_{11}^* = M_{11}/(\sigma_t h^2)$ построены на фиг. 3, 4. Распределение безразмерного давления $q^* = q/\sigma_t$, необходимого для формообразования панели иллюстрируется на фиг. 5. На этих графиках кривые, обозначенные цифрами соответствуют различным значениям координаты η : 1 — $\eta = 0$; 2 — $\eta = 0,3b$; 3 — $\eta = 0,5b$; 4 — $\eta = 0,9b$; 5 — $\eta = b$.

Практика решения обратных задач формообразования оболочек показывает, что распределение нормального давления зависит от значений главных кривизн, размеров заготовки, условий закрепления и даже качественный характер распределения давления зависит от соотношений указанных параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурлаков А. В., Львов Г. И. Об одном классе обратных задач упругопластического формоизменения оболочек // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 5. С. 116-123.
2. Кошур В. Д., Немировский Ю. В. О геометрических свойствах процессов формоизменения тонких оболочек // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 6. С. 144-152.
3. Боголюбов В. С., Бурлаков А. В., Львов Г. И. Методика определения давлений на оснастку при обтяжке листовых деталей // Проблемы машиностроения. Киев: Наук. думка, 1983. Вып. 18. С. 38-41.
4. Григolloк Э. И. Уравнения трехслойных оболочек с легким наполнителем // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 1. С. 77-84.
5. Теория оболочек с учетом поперечного сдвига. - /Под ред. К. З. Галимова. Казань: Изд-во Казан. ун-та. 1977. 211 с.
6. Григolloк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. 170 с.
7. Васильев В. В. Некоторые проблемы теории оболочек, связанные с особенностями современных конструкционных материалов // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 5. С. 178-188.
8. Самарский А. А., Андреев В. Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Наука. 1976. 352 с.

Москва

Поступила в редакцию
11.IV.1988