

УДК 534.12

В. А. БУЖИНСКИЙ

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭФФЕКТА ХЛОПАЮЩЕЙ МЕМБРАНЫ ДЛЯ ОГРАНИЧЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Рассматривается необычный тип демпфирующих устройств, предназначенных для ограничения динамических нагрузок в широком диапазоне частот. Характерная особенность этих устройств — наличие упругого элемента, имеющего два крайних положения устойчивого и одно среднее положение неустойчивого равновесия. Действие их основано на явлении перескока упругого элемента, связанного с инерционной массой, из одного положения устойчивого равновесия в другое при достижении критического значения динамической нагрузки. Приводятся приближенный теоретический анализ эффективности демпфирующего устройства в резонансном режиме и результаты экспериментального исследования.

Известные методы и средства борьбы с вредными колебаниями изложены в [1]. Поведение упругих систем типа фермы Мизеса или хлопающей мембраны при квазистатическом нагружении рассмотрено, например, в [2, 3]. Некоторые особенности малых колебаний таких систем исследованы в [4].

**1. Устройство для ограничения динамических нагрузок и принцип его работы.** Рассмотрим модель устройства в виде цилиндрического корпуса 1 с фланцем 2 для крепления к объекту, внутри которого расположен подвижный груз 3, соединенный с упругим элементом, представляющим собой две хлопающие мембраны 4, 5, закрепленные по внешнему контуру на корпусе (фиг. 1, слева). Пусть  $m$  — масса подвижного груза,  $\xi$  — его смещение относительно корпуса от нейтрального неустойчивого положения равновесия. Положим, что двум крайним устойчивым положениям равновесия соответствуют значения смещения  $\xi = \pm v$ . Второе равновесное состояние показано штриховой линией.

Рассмотрим цикл  $ABEFEDCGHGA$  квазистатического нагружения подвижного груза силой  $P$  при неподвижном корпусе устройства (фиг. 1, справа). Кривая равновесных состояний  $BC$  в процессе нагружения не реализуется. Из точек  $B$  и  $C$  совершается резкий переход к новому равновесному состоянию в точках  $E$  и  $G$  соответственно [2]. Примем, что эти переходы осуществляются по отрезкам прямых  $BE$  и  $CG$ . Тогда на проведение цикла затрачивается энергия, равная заштрихованной площади на фиг. 1 справа.

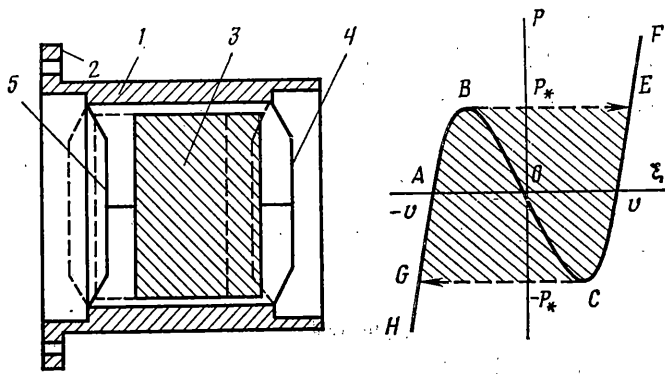
В действительности происходящий процесс много сложнее [2, 3], чем принятая идеализированная схема. В момент перескока возникают разнообразие формы высокочастотных колебаний. В результате их затухания и рассеивается энергия. Ясно, что в какой-то степени обоснованно идеализированной схемой можно пользоваться тогда, когда период низшей из частот этих колебаний много меньше времени, затрачиваемого на весь цикл.

При колебаниях объекта, на котором установлено рассматриваемое демпфирующее устройство, нагружение осуществляется инерционной силой. Режим колебаний с перескоками возникает, когда при некоторой амплитуде ускорения  $a_*$  объекта в месте крепления устройства сила инерции, действующая на подвижный груз, достигает критической величины

$$P_* = -ma_* = m\omega^2 A_* \quad (1.1)$$

где  $A_*$  — соответствующая амплитуда перемещения. За период колебаний при этом рассеивается энергия

$$\Delta E \approx 4P_* v \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Обозначим через  $M$  обобщенную массу при колебаниях объекта вместе с неработающим демпфирующим устройством. Принимая во внимание, что полная энергия  $E = \frac{1}{2} M \omega^2 A^2$  и, учитывая (1.1), (1.2) для эквивалентного логарифмического декремента колебаний получим зависимость

$$\delta_e = \Delta E / (2E) = 4mvA_*/(MA^2) \quad (1.3)$$

Приведенные выше качественные соображения служат для пояснения работы демпфирующего устройства. По эквивалентному декременту (1.3) здесь нельзя судить об уменьшении амплитуд вынужденных колебаний объекта. Рассматриваемая система обладает не совсем обычными свойствами.

**2. Вынужденные колебания объекта с устройством для ограничения динамических нагрузок.** Учитывая только один тон колебаний объекта, уравнения движения при действии на него внешней гармонической силы можно записать в виде

$$M(x'' + \beta_0 x' + \Omega^2 x) + m\xi'' = F_0 \sin(\omega t + \psi) \quad (2.1)$$

$$m\xi'' + F(\xi, \xi') + mx'' = 0$$

Здесь  $x$  — смещение точки объекта, в которой крепится демпфирующее устройство, относительно положения равновесия;  $\Omega$  и  $\beta_0$  — собственная частота и коэффициент собственного демпфирования объекта;  $F_0$  и  $\psi$  — амплитуда и фаза обобщенной силы;  $F(\xi, \xi')$  — характеристика демпфирующего устройства.

Ввиду присутствия сложной нелинейной функции  $F(\xi, \xi')$ , решение уравнений (2.1) представляет трудную задачу. Поэтому, с целью упрощения исследования, примем, что функция  $F(\xi, \xi')$  имеет вид, представленный на фиг. 2 слева. Кроме того, будем считать, что при достижении критической динамической нагрузки  $P_*$ , соответствующей амплитуде колебаний объекта  $A_*$ , перескок подвижного груза демпфирующего устройства в другое состояние происходит мгновенно. Тем самым характер движения этого груза  $\xi(t)$  относительно движения объекта  $x(t)$  полностью определен и имеет вид, показанный на фиг. 2 справа. Поэтому второе уравнение (2.1) становится теперь ненужным.

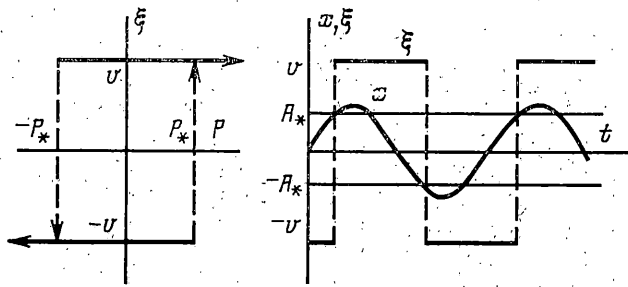
Движение объекта в силу фильтрующих резонансных свойств будет близко к гармоническим колебаниям. Примем  $x = A \sin \omega t$ , где амплитуда  $A$  подлежит определению. Гармоническая линеаризация [5] зависимости  $\xi(t)$ , представленной на фиг. 2 справа, дает

$$\xi = m_e x / m - \beta_e x' / \omega^2 \quad (2.2)$$

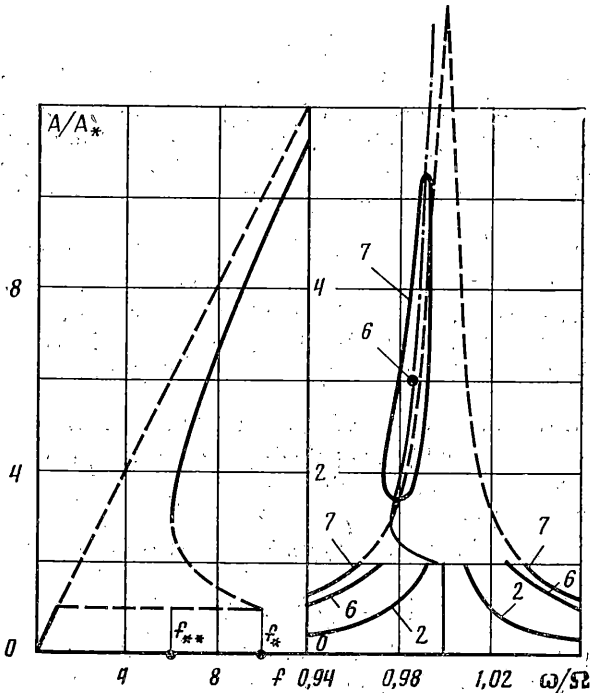
$$m_e = 4mv(1 - A_*^2/A^2)^{1/2} / (\pi A), \quad \beta_e = 4v\omega A_* / (\pi A^2) \quad (2.3)$$

Подставляя (2.2) в первое уравнение (2.1), приведем его к следующему виду:

$$M(x'' + \beta_0 x' + \Omega^2 x) + m_e x'' + m\beta_e x' = F_0 \sin(\omega t + \psi) \quad (2.4)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Из (2.4) следует, что резонансные частоты и амплитуды, представляющие наибольший интерес, определяются из уравнений

$$M(\Omega^2 - \omega^2) - m_e \omega^2 = 0, \quad A(M\beta_o + m\beta_e)\omega = F_o \quad (2.5)$$

с учетом (2.3). При  $A < A_*$  в (2.5) следует положить  $m_e = 0$ ,  $\beta_e = 0$ . Заметим, что определение эквивалентного демпфирования по формулам (1.3) и (2.3) приводит к одинаковым результатам.

**3. Анализ эффективности устройства для ограничения динамических нагрузок.** Введя безразмерные параметры

$$g_o = \beta_o / \Omega, \quad g_* = 4mv / (\pi MA_*), \quad f = F_o / (g_o M \Omega^2 A_*) \quad (3.1)$$

приведем второе из уравнений (2.5) к удобному для исследования виду

$$(A\omega / A_* \Omega) [1 + g_* A_*^2 \omega / (g_o A^2 \Omega)] = f \quad (3.2)$$

Ввиду приближенного характера исследования из-за принятых выше допущений, при определении резонансных амплитуд по формуле (3.2) будем полагать  $\omega = \Omega$ , не делая при этом большой ошибки, так как резонансная частота слабо зависит от амплитуды.

На фиг. 3 слева приведена зависимость резонансных амплитуд колебаний объекта от амплитуды силы возбуждения при  $g_o = 0,01$ ,  $g_* = 0,09$ . Нижняя ветвь кривой отвечает неустойчивому режиму колебаний:

ния затухают, когда амплитуда меньше, соответствующей этой ветви, а в противном случае нарастают до амплитуды, соответствующей верхней ветви. Значение  $g_* = 0,09$  обеспечивается, например, при  $m/M = 0,01$ ,  $v/A_* = 7$ .

Из анализа зависимости (3.2) можно сделать следующие выводы ( $\omega = \Omega$ ). Минимальная амплитуда силы возбуждения, при которой возможен приближенно гармонический режим колебаний, и соответствующая ей амплитуда колебаний будут

$$f_{**} = 2(g_*/g_0)^{1/2}, \quad A_{**} = A_*(g_*/g_0)^{1/2}$$

Критическая ситуация возникает при слое

$$f_* = 1 + g_*/g_0 \quad (3.3)$$

когда происходит выход на устойчивый режим колебаний объекта с достаточно большой амплитудой, которая, однако, заметно меньше амплитуды колебаний объекта без демпфирующего устройства.

При  $f < 1$  демпфирующее устройство не работает; резонансные амплитуды колебаний в этом случае лежат на отрезке прямой  $A/A_* = f$ . Ее продолжение штриховой линией показывает зависимость резонансных амплитуд колебаний объекта без демпфирующего устройства.

В интервале значений амплитуд сил  $1 < f < f_*$  подводимой энергии недостаточно для поддержания установившихся колебаний. Движение объекта в этом случае происходит следующим образом. Колебания плавно нарастают до критической величины, характеризуемой полуразмахом  $A_*$ . В этот момент срабатывает демпфирующее устройство. В результате колебания резко уменьшаются. Затем процесс повторяется сначала. Таким образом, полуразмах колебаний объекта, по-видимому, может лишь ненамного превосходить величину  $A_*$  (показана на фиг. 3 слева горизонтальной штриховой линией). В этом и состоит демпфирующее действие устройства.

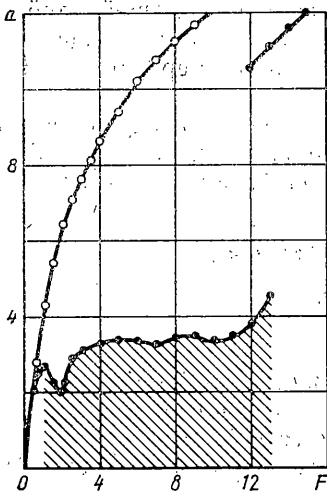
При  $f_{**} < f < f_*$  возможен выход на устойчивый режим приближенно гармонических колебаний с достаточно большой амплитудой, т. е. может произойти потеря эффективности устройства, но для этого требуется дополнительное возмущение, например, в виде толчка или удара.

Дополнительное представление о динамическом поведении системы дают приведенные на фиг. 3 справа резонансные кривые (амплитудные частотные характеристики), полученные из уравнения (2.4) с учетом соотношений (2.3) и (3.1) при  $g_0 = 0,01$ ;  $g_* = 0,09$  и безразмерных амплитудах сил возбуждения  $f = 2; 6; 7$  (значения  $f$  указаны рядом с соответствующими кривыми). Штрихпунктирной линией показана скелетная кривая. Штриховой линией для случая  $f = 7$  изображено продолжение резонансной кривой для объекта без демпфирующего устройства. При  $f = 7$  имеется дополнительная ветвь резонансной кривой в виде замкнутой линии, нижняя часть которой, как обычно, отвечает неустойчивым режимам колебаний, а верхняя — устойчивым. Эта линия вырождается в точку при  $f \approx 6$ .

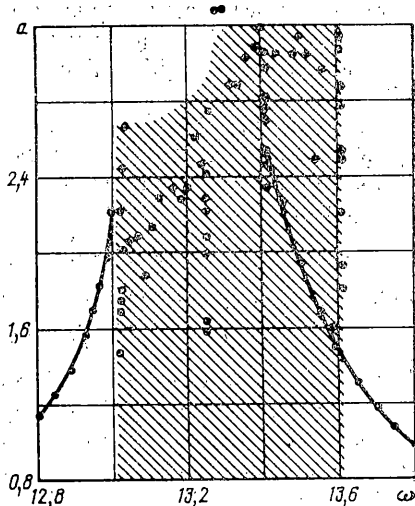
Если  $f > 1$ , то существует интервал частот, в котором не может быть даже приближенно гармонических колебаний, а полуразмах колебаний ограничен величиной  $A_*$ , т. е. резонансные пики на этом уровне частично или полностью обрезаются. Нелинейное влияние демпфирующего устройства на инерционные свойства системы может затруднять выход на устойчивый режим с большими амплитудами колебаний.

**4. Результаты опытной проверки.** В качестве объекта испытаний была использована плита, массой 140 кг, прикрепленная к силовому полю с помощью двух упругих опор двутаврового профиля (одна полка каждой из опор лежала на плите, другая — на силовом полу). Возбуждение колебаний проводилось электродинамическим силовозбудителем в направлении, перпендикулярном несущей плоскости опор, которые работали на изгиб.

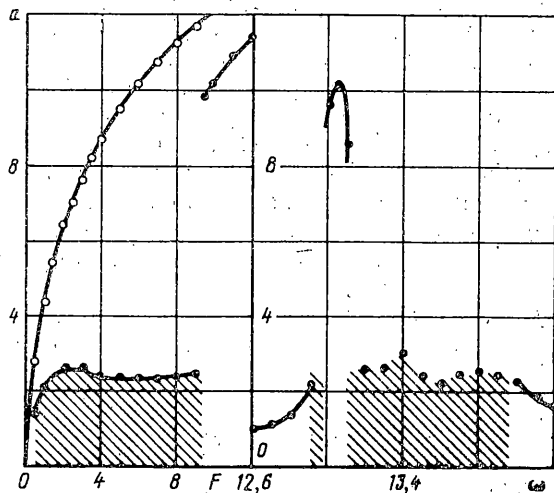
Круглые мембраны демпфирующего устройства были выполнены с жестким центром диаметром 50 мм и упругой с радиальными прорезями



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

периферийной частью из бериллиевой бронзы толщиной 0,1 мм. Внешний диаметр мембран был выбран равным 100 мм; они имели по 12 упругих лепестков, ширина прорезей между которыми составляла 2 мм. Масса подвижного груза устройства была около 2,5 кг; максимальный ход мембран при прохлопывании составлял 3 мм, причем предусматривалась возможность его регулировки.

На фиг. 4 представлены результаты определения зависимости резонансных колебаний объекта без демпфирующего устройства (светлые кружочки) и с демпфирующим устройством (темные кружочки) от величины силы возбуждения. Здесь и ниже на графиках амплитуда ускорения  $a$  дается в  $\text{м/с}^2$ , нормированная сила  $F = \bar{F}_0/2$ , 1 — в Н, частота — в Гц. Частота резонансных колебаний объекта была около 13 Гц. Как видно, колебания плиты на упругих опорах являются нелинейными. Заштрихована область, в которой колебания имеют неустановившийся сложный характер, причем темными кружочками здесь обозначены максимальные наблюдавшиеся полуразмахи колебаний.

Установка демпфирующего устройства привела к тому, что при увеличении силы возбуждения с 1,3 Н до 25 Н, т. е. более чем в 20 раз, амплитуды (полуразмахи) колебаний практически остались на одном уровне. Экспериментально обнаружен и режим с большими амплитудами колебаний, когда демпфер теряет эффективность.

При силе возбуждения меньше 2 Н экспериментальные амплитудные частотные характеристики еще имеют обычный вид. При большей силе возбуждения появляется интервал частот, в котором колебания имеют сложный негармонический характер, а верхушки резонансных пиков обрезаются. При силе возбуждения 10,5 Н этот интервал, как видно из фиг. 5, становится весьма широким. Результаты здесь получены при прохождении частоты снизу вверх и сверху вниз. Для некоторых частот приведен ряд наблюдавшихся полуразмахов колебаний.

Были проведены испытания с тем же демпфирующим устройством, ход мембран которого уменьшен с 3 мм до 2 мм. Зависимость резонансных амплитуд (полуразмахов) колебаний от силы возбуждения для этого случая представлена на фиг. 6 слева.

Уменьшение хода мембран приводит к снижению критической динамической нагрузки  $P_*$ , поэтому полуразмахи колебаний упали с  $3,5 \text{ м/с}^2$  до  $2,5 \text{ м/с}^2$ . Кроме того, так как при этом несколько меньше стала величина  $g_*$ , то согласно (3.3) сила возбуждения, при которой происходит потеря эффективности демпфера, снизилась с 25 Н до 20 Н.

На фиг. 6 справа представлена экспериментальная амплитудно-частотная характеристика при силе возбуждения 21 Н, когда появляется режим с большими амплитудами колебаний. Испытания показали, что выход на этот режим происходит не сразу, а за несколько попыток. При дальнейшем увеличении силы выход на такой режим происходит все быстрее и быстрее.

Таким образом, результаты испытаний подтверждают теоретические выводы и служат обоснованием принятой идеализированной расчетной схемы.

Испытания показали, что частотный диапазон эффективной работы демпфирующего устройства довольно резко ограничен сверху. Это объясняется тем, что критическая динамическая нагрузка зависит от частоты. С увеличением частоты возмущения сверх частоты малых свободных колебаний подвижного груза (для испытанного устройства она была равна примерно 14 Гц) величина  $P_*$  резко возрастает, что следует из [3].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике. Справочник в 6-и томах. Т. 6. Защита от вибрации и ударов./ Под ред. К. В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. 456 с.
2. Паювко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. 384 с.
3. Томпсон Дж. М. Т. Неустойчивость и катастрофы в науке и технике. М.: Мир, 1985. 254 с.
4. Clemens H., Wauer J. Free and forced vibrations of a snap-through oscillator. — В кн.: IX международная конференция по нелинейным колебаниям./Под ред. Ю. А. Митропольского. Т. 3. Киев: Наук. думка, 1984. С. 128–133.
5. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1960. 792 с.

Калининград

Поступила в редакцию  
15.V.1987