

УДК 539.3

В. А. ПУХЛИЙ, В. И. ШАЛАШИЛИН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СОПРЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

При расчете осесимметричного деформирования оболочек вращения обычно используются уравнения для нормального и тангенциального смещений, а в уравнениях равновесия используются продольные и перерезывающие усилия [1, 2]. Такой подход при расчете сопряженных оболочек требует использования условий сопряжения по перемещениям и усилиям. В публикуемой работе получены уравнения относительно деформационных приращений радиальной и осевой координат срединной поверхности, а в уравнениях равновесия, использованы радиальные и осевые усилия. Такой подход позволяет тождественно выполнить условия сопряжения оболочек. Упрощается также вид интеграла уравнений равновесия, следующего из уравнений равновесия конечной отсеченной части оболочки. Решение линейной краевой задачи строится на основе модифицированного метода последовательных приближений [3-5], при этом, как и в [6] для ускорения сходимости решения используется метод телескопического сдвига степенного ряда Ланцоша [7].

1. Общие уравнения. Рассмотрим оболочку вращения (фиг. 1.). Ось X направим вдоль оси вращения, а ось Y — нормально к оси X . Положение элемента недеформированной образующей поверхности ds определим координатами X_0, Y_0 и углом θ_0 с осью X . Если s — координата вдоль образующей, то

$$dX_0/ds = \cos \theta_0, \quad dY_0/ds = \sin \theta_0 \quad (1.1)$$

$$r^{-1} = -d\theta_0/ds, \quad \rho_0^{-1} = Y_0^{-1} \cos \theta_0$$

где r_0, ρ_0 — радиусы кривизны срединной поверхности вдоль образующей и в окружном направлении.

В результате деформации элемент ds перейдет в элемент $d\xi$, положение которого определится координатами X, Y и углом θ . Радиусы кривизны деформированной поверхности обозначим r и ρ . Тогда получим

$$dX/d\xi = \cos \theta, \quad dY/d\xi = \sin \theta \quad (1.2)$$

$$r^{-1} = -d\theta/d\xi, \quad \rho^{-1} = Y^{-1} \cos \theta$$

Пусть ε_s и ε_α — относительно деформации срединной поверхности вдоль образующей и в окружном направлении. Тогда имеем

$$\varepsilon_s = d\xi/ds - 1, \quad d\xi/ds = 1 + \varepsilon_s \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_\alpha = Y/Y_0 - 1, \quad Y/Y_0 = 1 + \varepsilon_\alpha$$

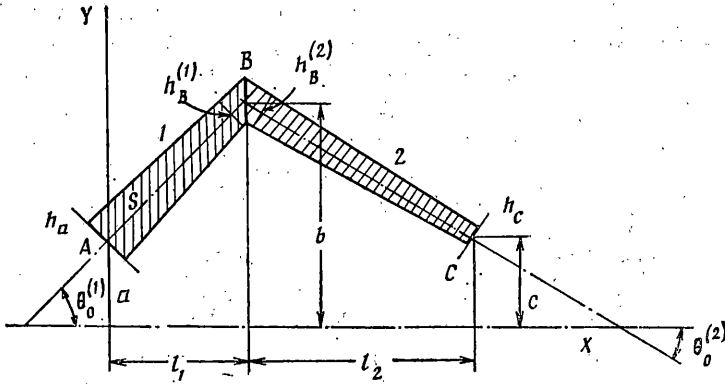
В рамках гипотез Кирхгоффа — Лява удлинения волокон, расположенных на расстоянии z от срединной поверхности, будут

$$\varepsilon_s^{(z)} = \varepsilon_s + z\kappa_s, \quad \varepsilon_\alpha^{(z)} = \varepsilon_\alpha + z\kappa_\alpha \quad (1.4)$$

где κ_s и κ_α — изменения кривизны срединной поверхности оболочки.

$$\kappa_s = d\theta_0/ds - d\theta/ds = r_0^{-1} + (1 + \varepsilon_s)/r \quad (1.5)$$

$$\kappa_\alpha = (1 + \varepsilon_\alpha)/\rho - \rho^{-1} = Y_0^{-1} \cos \theta - Y_0^{-1} \cos \theta_0 = (1 + \varepsilon_\alpha) Y^{-1} \cos \theta - Y_0^{-1} \cos \theta_0$$



Фиг. 1

Запишем уравнения равновесия элемента оболочки и закон Гука в двух формах

$$\begin{aligned} d(N_s Y)/d\xi &= N_\alpha \sin \theta + Y r^{-1} Q_s - Y q_\tau \\ d(Q_s Y)/d\xi &= -Y r^{-1} N_s - N_\alpha \cos \theta - Y q_n \\ d(M_s Y)/d\xi &= Q_s Y + M_\alpha \sin \theta \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\varepsilon_s^{(z)} = E^{-1}(\sigma_s^{(z)} - \nu \sigma_\alpha^{(z)}), \quad \varepsilon_\alpha^{(z)} = E^{-1}(\sigma_\alpha^{(z)} - \nu \sigma_s^{(z)}) \quad (1.7)$$

$$\sigma_s^{(z)} = E(1-\nu^2)^{-1}(\varepsilon_s^{(z)} + \nu \varepsilon_\alpha^{(z)}), \quad \sigma_\alpha^{(z)} = E(1-\nu^2)^{-1}(\varepsilon_\alpha^{(z)} + \nu \varepsilon_s^{(z)}) \quad (1.8)$$

Определим усилия и моменты

$$\begin{aligned} N_s &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_s^{(z)} dz, & N_\alpha &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\alpha^{(z)} dz \\ M_s &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_s^{(z)} z dz, & M_\alpha &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\alpha^{(z)} z dz \end{aligned} \quad (1.9)$$

Из выражений (1.9) с учетом (1.8) и (1.4) получим

$$N_s = B(\varepsilon_s + \nu \varepsilon_\alpha), \quad N_\alpha = B(\varepsilon_\alpha + \nu \varepsilon_s) \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} M_s &= -D(\varkappa_s + \nu \varkappa_\alpha), \quad M_\alpha = -D(\varkappa_\alpha + \nu \varkappa_s) \\ B &= Eh(1-\nu^2)^{-1}, \quad D = 1/12 Eh^3(1-\nu^2)^{-1} \end{aligned}$$

Из выражений (1.10) получим

$$\varepsilon_s = (Eh)^{-1}(N_s - \nu N_\alpha), \quad \varepsilon_\alpha = (Eh)^{-1}(N_\alpha - \nu N_s) \quad (1.11)$$

$$\varkappa_s = D^{-1}(1-\nu^2)^{-1}(M_s - \nu M_\alpha), \quad \varkappa_\alpha = D^{-1}(1-\nu^2)^{-1}(M_\alpha - \nu M_s)$$

Таким образом, уравнения равновесия (1.6), геометрические соотношения (1.2), (1.3), (1.5) и физические соотношения (1.10), (1.11) образуют полную систему нелинейных дифференциальных уравнений и конечных соотношений. Перейдем в них к дифференцированию по s с помощью соотношений (1.3) и представим полную систему уравнений и конечных соотношений в виде

$$\begin{aligned} dX/ds &= (1+\varepsilon_s) \cos \theta, \quad dY/ds = (1+\varepsilon_s) \sin \theta \\ d\theta/ds &= -\varkappa_s + d\theta_0/ds, \quad dM_s/ds = Q_s - Y^{-1} \sin \theta (M_s - M_\alpha) \\ dN_s/ds &= (1+\varepsilon_s) [-Y^{-1} \sin \theta (N_s - N_\alpha) + r^{-1} Q_s - q_\tau] \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$dQ/ds = (1+\varepsilon_s) [-r^{-1} N_s - Y^{-1} (Q_s \sin \theta + N_\alpha \cos \theta) + q_n]$$

$$\varepsilon_s = N_s/B - \nu(Y/Y_0 - 1), \quad N_\alpha = \nu N_s + (1-\nu^2)B(Y/Y_0 - 1)$$

$$\varkappa_s = -M_s/D - \nu Y_0^{-1}(\cos \theta - \cos \theta_0), \quad M_\alpha = \nu M_s - (1-\nu^2)DY_0^{-1}(\cos \theta - \cos \theta_0)$$

Введем приращения величин, которые в недеформированном состоянии не равны нулю. Для этого положим

$$X=X_0+x, Y=Y_0+y, \theta=\theta_0+\vartheta \quad (1.13)$$

Подставив (1.13) в (1.12) и отбросив нелинейные слагаемые, придем к системе из шести линейных дифференциальных уравнений и четырех конечных соотношений. Следующими соотношениями, где R — характерный линейный размер, δ — характерная толщина, введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} x &= \delta x^*, y = \delta y^*, s = R s^*, Y_0 = R Y_0^*, h = \delta h^*, \vartheta = \delta \vartheta^*/R \\ \kappa_s &= \delta \kappa_s^*/R^2, \varepsilon_s = \delta \varepsilon_s^*/R, Q_s = E \delta^2 Q^*/(1-\nu^2) R \\ N_s &= E \delta^2 N_s^*/(1-\nu^2) R, N_\alpha = E \delta^2 N_\alpha^*/(1-\nu^2) R \\ M_s &= E \delta^2 M_s^*/(1-\nu^2), M_\alpha = E \delta^2 M_\alpha^*/(1-\nu^2) \\ q_n &= E \delta^2 q_n^*/(1-\nu^2) R^2, q_\tau = E \delta^2 q_\tau^*/(1-\nu^2) R^2 \end{aligned} \quad (1.14)$$

Тогда дифференциальные уравнения примут вид

$$\begin{aligned} dx^*/ds^* &= \varepsilon_s^* \cos \theta_0 - \vartheta^* \sin \theta_0, \quad dN_s^*/ds^* = -\sin \theta_0 (N_s^* - N_\alpha^*)/Y_0^* - q_\tau^* \\ dy^*/ds^* &= \varepsilon_s^* \sin \theta_0 + \vartheta^* \cos \theta_0, \quad dM_s^*/ds^* = Q_s^* \\ d\vartheta^*/ds^* &= -\kappa_s^*, \quad dQ_s^*/ds^* = -(Q_s^* \sin \theta_0 + N_\alpha^* \cos \theta_0)/Y_0^* + q_n^* \end{aligned} \quad (1.15)$$

Конечные соотношения переищутся в виде

$$\varepsilon_s = \delta N_s^*/R h^* - \nu \delta y^*/R Y_0^*, \quad \kappa_\alpha^* = -12 R^2 M_s^*/\delta^2 h^{*3} - \nu \sin \theta_0 \vartheta^*/Y_0^* \quad (1.16)$$

$$N_\alpha^* = \nu N_s^* + (1-\nu^2) h^* y^*/Y_0^*, \quad M_\alpha^* = \nu M_s^* - (1-\nu^2) \sin \theta_0 \delta^2 h^{*3} \bar{\nu}/12 R^2 Y_0^*$$

Для оболочки, показанной на фиг. 1 и составленной из двух конических оболочек, в этих уравнениях следует положить

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \begin{cases} \theta_0^{(1)} & (0 \leq s \leq s_1) \\ \theta_0^{(2)} & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \\ q_n^* &= (1-\nu^2) R^2/E \delta^2 \begin{cases} q(s) \cos \theta_0^{(1)} & (0 \leq s \leq s_1) \\ q(s) \cos \theta_0^{(2)} & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \\ q_\tau^* &= (1-\nu^2) R^2/E \delta^2 \begin{cases} q(s) \sin \theta_0^{(1)} & (0 \leq s \leq s_1) \\ q(s) \sin \theta_0^{(2)} & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \\ q(s) &= \rho h(s) \omega^2 Y(s) = \rho \delta h^*(s) \omega^2 R Y_0^* \end{aligned} \quad (1.17)$$

где ρ — массовая плотность материала, $\omega = 2\pi n$, n — число оборотов в с. Продольные и окружные напряжения определяются по формулам

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E \delta N_s^*/(1-\nu^2) R h^* \mp 6 E \delta M_s^*/(1-\nu^2) R h^{*2} \\ \sigma_\alpha &= E \delta N_\alpha^*/(1-\nu^2) R h^* \mp 6 E \delta M_\alpha^*/(1-\nu^2) R h^{*2} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Граничные условия для сопряженных оболочек записываются обычным образом. Так, рассматривая на крае $s=0$ условия жесткого заземления, имеем

$$x^* = y^* = \vartheta^* = 0 \quad (1.19)$$

Рассматривая при $s=s_2$ условия свободного края, получим

$$N_s^* = Q_s^* = M_s^* = 0 \quad (1.20)$$

Кроме граничных условий должны быть сформулированы условия сопряжения оболочек между собою. При $s=s_1$ условия сопряжения примут вид

$$\begin{aligned} x^{*(1)} &= x^{*(2)}, \quad y^{*(1)} = y^{*(2)}, \quad \vartheta^{*(1)} = \vartheta^{*(2)} \\ N^{*(2)} &= N^{*(1)} \cos(\theta_0^{(2)} - \theta_0^{(1)}) - Q_s^{*(1)} \sin(\theta_0^{(2)} - \theta_0^{(1)}) \\ M_s^{*(2)} &= M_s^{*(1)}, \quad Q_s^{*(2)} = Q_s^{*(1)} \sin(\theta_0^{(2)} - \theta_0^{(1)}) + N_s^{*(1)} \sin(\theta_0^{(2)} - \theta_0^{(1)}) \end{aligned} \quad (1.21)$$

В дальнейшем для каждой конической оболочки из двух сопряженных решается система уравнений (1.15) при заданных граничных условиях (1.19), (1.20) и условиях сопряжения оболочек между собой (1.21).

2. Уравнения в координатных усилиях. Рассмотрим оболочку вращения сложной формы. Для составных оболочек иногда удобно перейти от продольного N_s и поперечного Q_s усилий к осевому T_x и радиальному T_y усилиям. Они связаны следующими соотношениями

$$N_s^* = T_x^* \cos \theta_0 + T_y^* \sin \theta_0, \quad Q_s^* = T_x^* \sin \theta_0 - T_y^* \cos \theta_0 \quad (2.1)$$

$$T_x^* = (1 - \nu^2) R T_x / (E \delta^2), \quad T_y^* = (1 - \nu^2) R T_y / (E \delta^2) \quad (2.2)$$

Одновременно нужно перейти от нормальной q_n и тангенциальной q_τ составляющих нагрузки к осевой q_x и радиальной q_y по формулам

$$q_n^* = q_y^* \cos \theta_0 - q_x^* \sin \theta_0, \quad q_\tau^* = q_y^* \sin \theta_0 + q_x^* \cos \theta_0 \quad (2.3)$$

$$q_x^* = (1 - \nu^2) R^2 q_x / (E \delta^2), \quad q_y^* = (1 - \nu^2) R^2 q_y / (E \delta^2) \quad (2.4)$$

В четвертом и пятом уравнениях системы (1.15) перейдем к усилиям T_x^* и T_y^* . Тогда получим

$$\begin{aligned} & \cos \theta_0 dT_x^* / ds^* + \sin \theta_0 dT_y^* / ds^* = \\ & = -(Y_0^*)^{-1} \sin \theta_0 (T_x^* \cos \theta_0 + T_y^* \sin \theta_0 - N_s^*) - q_y^* \sin \theta_0 - q_x^* \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\sin \theta_0 dT_x^* / ds^* - \cos \theta_0 dT_y^* / ds^* =$$

$$= -(Y_0^*)^{-1} (T_x^* \sin^2 \theta_0 - T_y^* \cos \theta_0 \sin \theta_0 + N_s^* \cos \theta_0) + q_y^* \cos \theta_0 - q_x^* \sin \theta_0$$

Разрешив уравнения (2.5) относительно dT_x^* / ds^* и dT_y^* / ds^* , придем к следующим уравнениям

$$dT_y^* / ds^* = -(Y_0^*)^{-1} (T_y^* \sin \theta_0 - N_s^*) - q_y^* \quad (2.6)$$

$$dT_x^* / ds^* = -(Y_0^*)^{-1} T_x^* \sin \theta_0 - q_x^*$$

Сделав замену (2.1) в остальных уравнениях систем (1.15) и (1.16), придем к следующей системе дифференциальных уравнений

$$dx^* / ds^* = \varepsilon_s^* \cos \theta_0 - \vartheta^* \sin \theta_0, \quad dT_y^* / ds^* = -(Y_0^*)^{-1} (T_y^* \sin \theta_0 - N_s^*) - q_y^* \quad (2.7)$$

$$dy^* / ds^* = \varepsilon_s^* \sin \theta_0 + \vartheta^* \cos \theta_0, \quad dT_x^* / ds^* = -(Y_0^*)^{-1} T_x^* \sin \theta_0 - q_x^*$$

$$d\vartheta^* / ds^* = -\varkappa_s^*, \quad dM_s^* / ds^* = T_x^* \sin \theta_0 - T_y^* \cos \theta_0$$

и конечных соотношений

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^* &= \delta (T_x^* \cos \theta_0 + T_y^* \sin \theta_0) / Rh^* - \nu \delta y / RY^*, \quad \varkappa_s^* = \\ &= -12R^2 M_s^* / \delta^2 h^{*3} - \nu \sin \theta_0 \vartheta^* Y_0^* \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} N_s^* &= \nu (T_x^* \cos \theta_0 + T_y^* \sin \theta_0) + (1 - \nu^2) h^* y^* / Y_0^*, \quad M_s^* = \\ &= \nu M_s^* - (1 - \nu^2) \sin \theta_0 \delta^2 h^{*3} \vartheta^* / 12R^2 Y_0^* \end{aligned}$$

Известный интеграл уравнений равновесия, выражающий условия равновесия конечной части оболочки, выделенной сечениями s_0 и s , сразу следует из второго уравнения равновесия (2.7), которое с учетом того, что $\sin \theta_0 = dY_0 / ds$ можно записать в форме $d(Y_0 T_x) / ds = -Y_0 q_x$. Отсюда видно, что

$$T_x = Y_0^{-1} \left[- \int_{s_0}^s q_x Y_0 ds + (Y_0 T_x) \Big|_{s=s_0} \right]$$

В случае оболочки, нагруженной радиальными усилиями (центробежная нагрузка) и имеющей свободный край, получим

$$q_x^* = 0, \quad T_x^* = 0 \quad (2.9)$$

$$q_y^* = q^* = [\rho h^*(s) \delta \omega^2 R Y_0^*] (1 - \nu^2) R^2 / E \delta^2 = [\rho \delta \omega^2 R (1 - \nu^2) R^2 / E \delta^2] h^*(s) Y_0^*$$

Тогда система уравнений (2.7) упрощается и понижается ее порядок $dy^*/ds^* = \varepsilon_s^* \sin \theta_0 + \theta^* \cos \theta_0$, $dT_y^*/ds^* = -(Y_0^*)^{-1}(T_y^* \sin \theta_0 - N_\alpha^*) - q_y^*$ (2.10)

$$d\theta^*/ds^* = -\kappa_s^*, \quad dM_s^*/ds^* = -T_y^* \cos \theta_0.$$

Конечные соотношения (2.8) принимают вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^* &= \delta T_y^* \sin \theta_0 / (Rh^*) - \nu \delta y^* / (RY_0^*), \quad \kappa_s^* = \\ &= -12R^2 M_s^* / (\delta^2 h^{*3}) - \nu \sin \theta_0 \theta^* / Y_0^* \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} N_\alpha^* &= \nu T_y^* \sin \theta_0 + (1 - \nu^2) h^{*2} y^* / Y_0^*, \quad M_\alpha^* = \\ &= -\nu M_s^* - (1 - \nu^2) \sin \theta_0 \delta^2 h^{*3} \theta^* / (12R^2 Y_0^*). \end{aligned}$$

Для оболочки, приведенной на фиг. 1, при интегрировании системы (2.10), (2.11) граничные условия следующие:

1. Условия заземления левого края

$$y^* = \theta^* = 0 \quad (s=0) \quad (2.12)$$

2. Условия свободного правого края

$$T_y^* = M_s^* = 0 \quad (s=s_2) \quad (2.13)$$

Первое уравнение в (2.7) в этом случае можно интегрировать после интегрирования системы (2.10). При этом, если оболочка закреплена при $s=0$, то и $x^*(0)=0$.

При таком подходе не нужно ставить условия сопряжения оболочек, так как они выполняются автоматически. При этом все функции, определяющие начальное состояние оболочки, должны быть заданы как функции единой координаты s . Эти функции могут быть и разрывными

$$\begin{aligned} \cos \theta_0 &= \begin{cases} l_1/s_1 & (0 \leq s \leq s_1) \\ l_2/(s_2 - s_1) & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \\ \sin \theta_0 &= \begin{cases} (b-a)/s_1 & (0 \leq s \leq s_1) \\ (c-b)/(s_2 - s_1) & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Все остальные функции начального состояния оболочки $X_0(s)$, $Y_0(s)$, $h(s)$ определяются следующим образом

$$X_0 = \begin{cases} s \cos \theta_0^{(1)} & (0 \leq s \leq s_1) \\ l_1 + (s - s_1) \cos \theta_0^{(2)} & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases} \quad (2.15)$$

$$Y_0 = \begin{cases} a + s \sin \theta_0^{(1)} & (0 \leq s \leq s_1) \\ b + (s - s_1) \sin \theta_0^{(2)} & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases}$$

$$h(s) = \begin{cases} h_a - (h_a - h_b^{(1)}) s / s_1 & (0 \leq s \leq s_1) \\ h_b^{(2)} - (h_b^{(2)} - h_c) (s - s_1) / (s_2 - s_1) & (s_1 < s \leq s_2) \end{cases}$$

3. Метод решения. К решению краевой задачи для системы уравнений (2.10), (2.11) применим модифицированный метод последовательных приближений [6], в котором для ускорения сходимости решения используется метод телескопического сдвига степенного ряда Ланцоша [7].

Исходную систему уравнений (2.10) представим в нормальной форме Коши:

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^s B_{v,m} X_v + f_m \quad (m=1, 2, 3, 4) \quad (3.1)$$

В соответствии с методом переменные коэффициенты $B_{v,m}$ и свободные

члены f_m представлены через смещенные полиномы Чебышева

$$B_{v,m} = \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} d_r^{-1} \sum_{h=0}^r a_h T_h^*(\xi), \quad f_m = \sum_{r=0}^q f_{m,r} (d_r r!)^{-1} \sum_{h=0}^r a_h T_h^*(\xi) \quad (3.2)$$

Здесь q — степень интерполяционного полинома; a_h — коэффициенты разложения ξ^r в ряд по многочленам Чебышева. В выражениях (3.2) $d_r=1$ для $r=0$ и $d_r=2^{2r-1}$ для остальных r .

Общее решение системы уравнений (3.1) имеет вид

$$X_m = \sum_{\mu=1}^s C_\mu \left[d_0 a_0 T_0^*(\xi) \delta + \sum_{n=1}^{\infty} X_{m,\mu,n} \right] + \sum_{j=0}^q t_{m,j,0} [d_{j+1} (j+1)!] \sum_{h=0}^{j+1} a_h T_h^*(\xi) + \sum_{n=2}^{\infty} X_{m,n} \quad (3.3)$$

где $t_{m,j,0}=f_{m,r}$ при $j=r$; μ — номер фундаментальной функции; C_μ — постоянные интегрирования.

В решении (3.3) $\delta=1$, если $m=\mu$ и $\delta=0$ для остальных μ . Первое приближение $X_{m,\mu,1}$ получается из подстановки нулевого приближения в правую часть системы: $d_0^{-1} a_0 T_0^*(\xi) \delta$ подставляем в

$$\frac{dX_m}{d\xi} = \sum_{v=1}^s B_{v,m} X_v$$

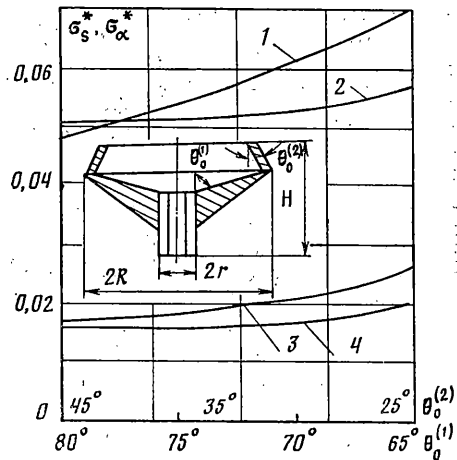
Последующие приближения осуществляются по формулам:

$$\begin{aligned} X_{m,\mu,n} &= \\ &= \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,\mu,n,j} [d_{n+j-1} (n+ \\ &+ j-1)!]^{-1} \sum_{h=0}^{n+j-1} a_h T_h^*(\xi) \\ X_{m,n} &= \\ &= \sum_{j=1}^{\beta} t_{m,n,j} [d_{n+j-1} (n+ \\ &+ j-1)!]^{-1} \sum_{h=0}^{n+j-1} a_h T_h^*(\xi), \\ \beta &= n(q+3) - 2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Коэффициенты $t_{m,\mu,n,j}$ и $t_{m,n,j}$ определяются через коэффициенты предыдущего приближения по рекуррентным формулам.

$$\begin{aligned} t_{m,\mu,n,j} &= \sum_{v=1}^s \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} t_{v,\mu,n-1,j-r} (n+j-1)^{-1} \prod_{\gamma=0}^r (n+j-1-\gamma) \\ t_{m,n,j} &= \sum_{v=1}^s \sum_{r=0}^q b_{v,m,r} t_{v,n-1,j-r} (n+j)^{-1} \prod_{\gamma=0}^r (n+j-\gamma) \end{aligned}$$

Постоянные интегрирования C_μ , входящие в общее решение системы уравнений (3.3), находятся из граничных условий (2.12), (2.13).



Фиг. 2

4. Пример расчета. В соответствии с изложенным алгоритмом проводится расчет камеры пневмопрядильной машины (фиг. 2). Исходные данные для расчета: $b=R=3$ см, $\theta_0^{(1)}=75^\circ$, $\theta_0^{(2)}=30^\circ$. Для оболочки 1: $h=h_a(1-\delta)$, $h_a=0,3$ см, $S_1=21,20$ см, $0 \leq S \leq 0,40$ – длина и безразмерная координата для первой оболочки. Для оболочки 2: $h=\delta=0,18$ см, $S_2=2,25$ см, $0,40 \leq S \leq 0,75$ – длина и безразмерная координата для второй оболочки. Материал камеры: дуралюмин Д 16Т; $n=45\,000$ мин⁻¹.

Исследовалось влияние углов наклона конусов чашки $\theta_0^{(1)}$ и $\theta_0^{(2)}$ на напряженное состояние. Безразмерные продольные и окружные напряжения определялись по формулам $\sigma_s^* = \sigma_s R(1-\nu^2)/(E\delta)$, $\sigma_\alpha^* = \sigma_\alpha R(1-\nu^2)/(E\delta)$.

На фиг. 2 приводятся эторы распределения безразмерных напряжений в зависимости от изменения углов $\theta_0^{(1)}$ и $\theta_0^{(2)}$. Здесь кривые 1 и 3 соответствуют распределению напряжений σ_s^* и σ_α^* в зависимости от изменения угла $\theta_0^{(1)}$, а кривые 2 и 4 – соответственно от угла $\theta_0^{(2)}$. Как следует из анализа результатов расчета изменение углов наклона $\theta_0^{(1)}$ более существенным образом сказывается на напряженном состоянии чашки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. 488 с.
2. Мяченков В. И., Мальцев В. П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ ЕС. М.: Машиностроение, 1984. 277 с.
3. Григолюк Э. И., Попович В. Е., Пухлий В. А. Изгиб сложнагруженных параллелограммных пластин. // Изв. АН СССР. МТТ. 1972. № 3. С. 117–124.
4. Пухлий В. А. Об одном подходе к решению краевых задач математической физики. // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15. № 11. С. 2039–2043.
5. Пухлий В. А., Харченко А. Г. К теории трехслойных изотропных оболочек переменной жесткости. // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 5. С. 116–123.
6. Пухлий В. А. Решение задачи об изгибе косоугольной в плане цилиндрической трехслойной панели модифицированным методом последовательных приближений. // Прикл. механика. 1986. Т. 22. № 10. С. 62–67.
7. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Справочное руководство: М. Физматгиз, 1961. 524 с.

Москва

Поступила в редакцию
1.III.1988