

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АСИНХРОННОГО ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Известными способами стабилизации резонансных колебаний нелинейной системы является возбуждение дополнительных автоколебаний [1, 2], а также специальное управление жесткостью системы по закону, зависящему от ее скорости¹. В [3, 4] был предложен способ стабилизации за счет использования низкочастотного асинхронного дополнительного гармонического силового воздействия.

В настоящей статье рассмотрены колебания существенно нелинейной системы при совместном действии основного внешнего и дополнительного параметрического возбуждения с некратными частотами. Показано, что использование дополнительного параметрического возбуждения оказывает стабилизирующее воздействие на резонансные колебания, порождаемые внешней силой, уменьшая зону неоднозначности и обеспечивая самовосстановление резонансного режима в случае потери им устойчивости. Выявлены причины проявления эффектов стабилизации.

Исследуем колебания существенно нелинейной системы, дифференциальное уравнение движения которой с учетом основного силового и дополнительного параметрического воздействия имеет вид

$$d^2y/dt^2 + \gamma dy/dt + (1 + \mu \sin 2\omega t)y + f(y) = p \sin vt$$

$$f(y) = 0 \quad (|y| \leq 1), \quad f(y) = ky - k \operatorname{sgn} y \quad (|y| > 1) \quad (1)$$

Исследование проводилось путем моделирования уравнения (1) на специализированной аналоговой [5] и цифровой вычислительных машинах. В последнем случае использовалась программа [6]. Диапазоны варьирования параметров системы были приняты следующими: $1 \leq k \leq 11$, $0 \leq \mu \leq 0,4$, $15 \leq 1/\gamma \leq 30$, $0,1 \leq p \leq 0,5$.

Проанализируем зависимость полуразмахов колебаний от частоты v силового возбуждения, приведенные на фиг. 1. Зависимости получены при $k=3$, $\gamma=0,04$. Штриховые линии соответствуют чисто силовому ($p=0,25$; $\mu=0$) (кривые *ab, cde*), а сплошные (кривые *ab, cde*) — смешанному: силовому и параметрическому ($p=0,25$, $\mu=0,2$, $\omega=1,049$) возбуждению. Видно, что введение дополнительного параметрического возбуждения с частотой ω некратной частоте v внешней силы привело к значительному уменьшению зоны неоднозначности колебаний. Так при $\mu=0$ ширина этой зоны составляла $\Delta v_0=0,465$; при $\mu=0,2$ она сократилась до $\Delta v=0,151$, т. е. более чем в три раза. Существенно, что частота срыва колебаний (абсцисса точек *b, b'*) осталась при этом неизменной. То есть, сокращение зоны произошло только за счет увеличения частоты обратного скачка v_b (этой частоте соответствуют точки *c' (μ=0)* и *c (μ=0,2)*). Следовательно, дополнительное асинхронное параметрическое воздействие также, как и дополнительное асинхронное силовое [3, 4], позволяет значительно уменьшить зону неоднозначности колебаний, обеспечивая тем самым стабилизацию резонансных колебаний.

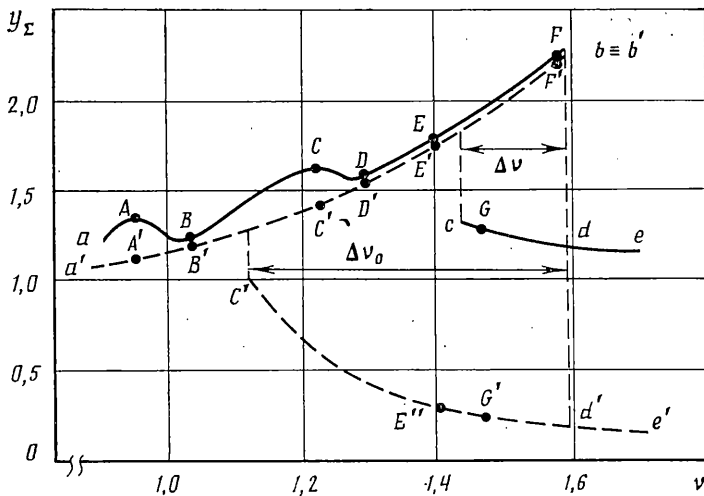
Рассмотрим эффект самовосстановления резонансного режима колебаний на примере системы с параметрами $p=0,25$, $\gamma=0,04$, $k=3$, $\omega=1,049$ (фиг. 1).

Пусть система при чисто силовом гармоническом возбуждении (при $\mu=0$) совершала резонансные колебания с частотой $v=v^*=1,4$ (этим колебаниям на фиг. 1 соответствует точка *E'*). И пусть под действием конечных возмущений резонансный режим потерял устойчивость, вследствие чего система совершила нестационарный переход из точки *E'* в точку *E''* (на нерезонансную ветвь зависимости $y_2(\nu)$). Для восстановления резонансного режима при том же виде возбуждения необходимо либо задать специальные начальные условия, либо сканировать частоту ν , сначала уменьшая ее до частоты обратного скачка (до точки *c'*), а затем вновь увеличивая до $\nu=v^*$.

Моделирование уравнения (1) показало, что подключение дополнительного параметрического возбуждения, смещая левую частотную границу зоны неоднозначности колебаний выше частоты ν^* , приводит без задания специальных начальных условий или сканирования частоты ν к нестационарному переходу системы из нерезонансного состояния (из точки *E''*) в резонансное (точку *E*). Тем самым обеспечивается самовосстановление резонансного режима.

Проведем анализ причин проявления эффектов стабилизации. Рассмотрим сначала взаимовлияние основной (с частотой ν) и дополнительной параметрической (с частотой ω) гармонических составляющих спектра колебаний системы. Проанализируем зависимости амплитуд y_0 и y_p данных гармоник от частоты внешней силы. Зависимости $y_0(\nu)$ и $y_p(\nu)$, полученные при тех же параметрах, что и рассмотренные выше кривые $y_2(\nu)$ (см. фиг. 1), показаны на фиг. 2. Штрих-пунктирные линии соответствуют раздельному действию силового и параметрического возбуждений. Защищованные области, ограниченные прерывистыми линиями, показывают пре-

¹ *Виба Я. А.* Оптимальный синтез машин и механизмов ударного действия. Дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.18. Рига, 1980. 477 с.



Фиг. 1

делы изменения гармонической составляющей при возбуждении в системе непериодических колебаний.

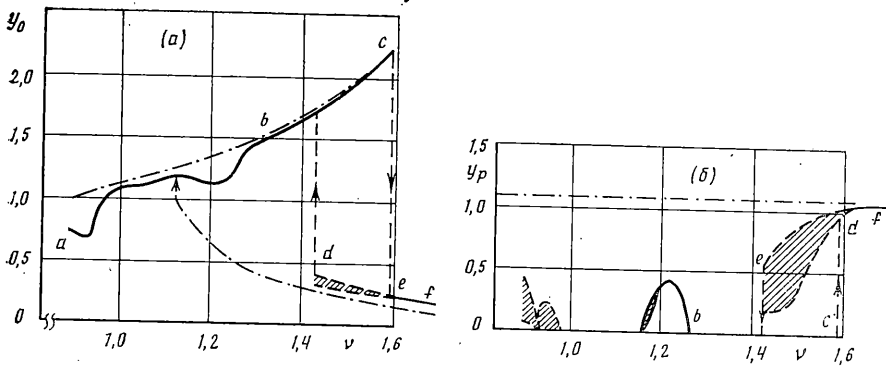
Как видно из фиг. 2, *a*, подключение дополнительного параметрического возбуждения практически не влияет на амплитуду основной гармоники в зоне резонансных колебаний (участок *bc*) и в 1,5–2 раза увеличивает ее на нерезонансной ветви *cd*. Амплитуда же параметрической гармоники при совместном действии основного и параметрического возбуждения (фиг. 2, *б*) значительно меньше амплитуды, реализующейся в случае чисто параметрического возбуждения колебаний. Последнее особенно ярко проявляется при усилении основной гармоники, например, в резонансной зоне (участок *bc*). Такое взаимовлияние основной и дополнительной параметрической гармоники свидетельствует об обмене энергии между ними: усиление или стабилизация основной гармоники сопровождается подавлением дополнительной параметрической гармоники. Таким образом, одной из причин эффектов стабилизации является, по-видимому, дополнительная накачка и перераспределение энергии, поступающей в систему по каналу параметрического возбуждения.

Теперь проанализируем влияние амплитуды μ параметрического возбуждения на структуру диаграмм областей притяжения периодических режимов системы. Для этого воспользуемся диаграммами, приведенными на фиг. 3. Они построены на стробоскопической плоскости y^*y^{**} при $\varphi = vt = 0$ и $v = 1,4$ путем стробирования через период вынуждающей силы. На диаграммах нерезонансному режиму соответствует особая точка E_1 , резонансному — особая точка E_2 . Области притяжения разделяет сепаратриса *sp*.

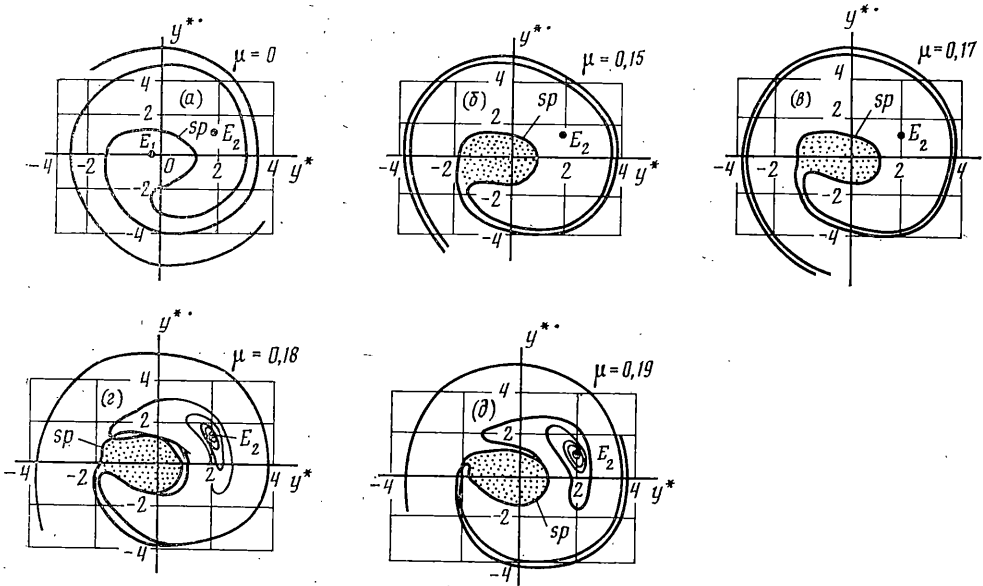
Из диаграмм видно, что увеличение амплитуды μ не приводит к существенному изменению размеров ядер областей притяжения резонансного и нерезонансного режимов. Однако, при $\mu > \mu_*$, где μ_* — критическое значение амплитуды параметрического возбуждения (в рассмотренном случае $\mu_* = 0,14$) особая точка E_1 исчезает, а вместо нее образуется так называемая гомоклиническая структура (фиг. 3б). Образование подобной структуры связано с возбуждением в системе при этих условиях вместо нерезонансного периодического режима нерезонансных непериодических колебаний (этим колебаниям на фиг. 1 соответствует кривая *cde*). Как видно из фиг. 3, б, гомоклиническая структура характеризуется блужданием особой точки в некоторой области стробоскопической фазовой плоскости. Увеличение амплитуды μ приводит к увеличению области блуждания особой точки (фиг. 3, б, е). При некотором граничном значении $\mu = \mu^0$ особая точка при своем блуждании достигает сепаратрисы (фиг. 3, е), а при $\mu > \mu^0$ перескакивает через нее и попадает в область притяжения резонансного режима (фиг. 3, г, д). Очевидно, что при этом нерезонансный режим теряет устойчивость, и в системе в результате переходного процесса устанавливаются стационарные резонансные периодические колебания, соответствующие особой точке E_2 (фиг. 3, г, д).

Таким образом, второй причиной проявления эффектов стабилизации является возбуждение в системе при наличии дополнительного параметрического воздействия интенсивных непериодических колебаний, вследствие чего происходит «забрасывание» системы в область притяжения резонансного режима. Это объясняет, в частности, причины эффекта самовосстановления резонансных колебаний.

В заключение отметим, что при $\mu > \mu^0$ время блуждания особой точки в пределах области притяжения нерезонансного режима, а, следовательно, и длительность процесса установления резонансных колебаний, при прочих равных условиях существенно зависит от величины амплитуды параметрического возбуждения и уменьшается с ее ростом. Так, в рассмотренном выше примере (фиг. 3), запущенная из нулевых начальных условий система при $\mu = 0,18$ (фиг. 3, г) попала в область притяжения резонансного режима только после более чем четырехсот периодов изменения



Фиг. 2



Фиг. 3

вынуждающей силы: при $\mu=0,19$ (фиг. 3, δ) нерезонансный режим потерял устойчивость на 153-м периоде. На диаграммах областей притяжения это отражается разной плотностью точек внутри области притяжения нерезонансного режима.

Таким образом, исследования показали, что использование асинхронного параметрического возбуждения обеспечивает стабилизацию резонансных колебаний существенно нелинейных систем. Кроме того, его применение позволяет осуществлять управление длительностью переходного процесса установления резонансных колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 359 с.
2. Гондл А. Автоколебания механических систем. М.: Мир, 1979. 252 с.
3. Цыфанский С. Л., Окс А. Б. Использование корректирующих силовых воздействий для повышения эффективности вибромашин резонансного типа // Вопросы динамики и прочности. Рига: Зинатне, 1985. Вып. 45. С. 3–9.
4. Цыфанский С. Л., Окс А. Б. О стабилизации резонансных колебаний систем с нелинейной восстанавливающей силой // Прикл. механика. 1986. Т. 22. № 10. С. 105–109.
5. Цыфанский С. Л. Электрическое моделирование колебаний сложных нелинейных механических систем. Рига: Зинатне, 1979. 180 с.
6. Закрежевский М. В., Иванов Ю. М., Калинин А. А., Кугелевич В. В., Малгин В. Э. Автоматизация расчета нелинейных вибромашин. // Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике: Тез. докл. Ташкент: Фан, 1986. С. 287.

Рига

Поступила в редакцию
5.X.1987