

УДК 531.44

В. А. САННИКОВ

## ЯВЛЕНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ БОКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ КАТЯЩЕГОСЯ ПНЕВМАТИКА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ТОРМОЖЕНИИ

Известно, что при определенной скорости качения упругого колеса возникает явление «шимми» [1]. В настоящей статье рассматривается другое не известное ранее явление возникновения боковых колебаний упругого колеса, не связанное с конструктивными и жесткостными характеристиками колеса. Оно возникает из-за наличия неголономных связей пневматика с опорной поверхностью. Причиной появления этих колебаний является периодически меняющаяся величина продольной деформации колеса при циклическом торможении (например, при работе антиюзвого автомата). Благодаря наличию скорости продольной деформации пневматика меняется характер неголономных связей, что и вызывает периодическое изменение боковой деформации даже при постоянном угле между скоростью движения центра колеса и плоскостью его качения. Поскольку изучаемые колебания возникают из-за периодического изменения вида неголономных связей, будем называть их в дальнейшем неголономными колебаниями.

**1. Модель качения при циклическом торможении.** Для теоретического изучения неголономных колебаний составим дифференциальные уравнения (неголономных связей) для определения угла увода и боковой деформации управляемого пневматика при качении в тяговом или тормозном нестационарных режимах, т. е. в условиях, когда величина продольной деформации меняется периодически.

На фиг. 1 показана принятая схема качения такого пневматика:  $K$  — проекция центра недеформированного колеса,  $P$  — центр пятна контакта деформированного в боковом направлении колеса ( $\xi \neq 0$ ) при нулевой продольной деформации ( $\eta = 0$ ),  $Q$  — центр пятна контакта при наличии боковой и продольной деформаций пневматика,  $\xi_0$  — величина боковой деформации при  $\eta = 0$ ,  $\xi$  — величина боковой деформации при  $\eta \neq 0$ ,  $\eta$  — величина продольной деформации,  $\psi$  — угол между осью  $Gx_1$  связанной с экипажем системы ( $G$  — центр масс экипажа) и осью  $Ox$  неподвижной системы координат,  $\delta$  — угол (увода) между направлением движения точки  $Q$  и плоскостью качения недеформированного колеса,  $\delta_0$  — угол между направлением движения точки  $P$  и плоскостью качения колеса,  $\delta_k$  — угол поворота колеса (на фиг. 1 показан  $\delta_k < 0$ ). Линия  $A$  — контур необжатого пневматика,  $B$  — проекция на опорную поверхность части средней линии деформированного в боковом направлении пневматика (при  $\eta = 0$ ),  $T$  — то же для заторможенного пневматика ( $\eta \neq 0$ ).

На фиг. 1 и в дальнейших выкладках будем полагать, что продольная деформация колеса происходит вдоль вектора скорости движения центра пятна контакта (точки  $Q$ ). Далее будет показано, что это предположение не влияет на сущность модели изучаемого явления. Полученные результаты не изменятся, если предположить, что продольная деформация происходит в направлении, параллельном плоскости качения колеса.

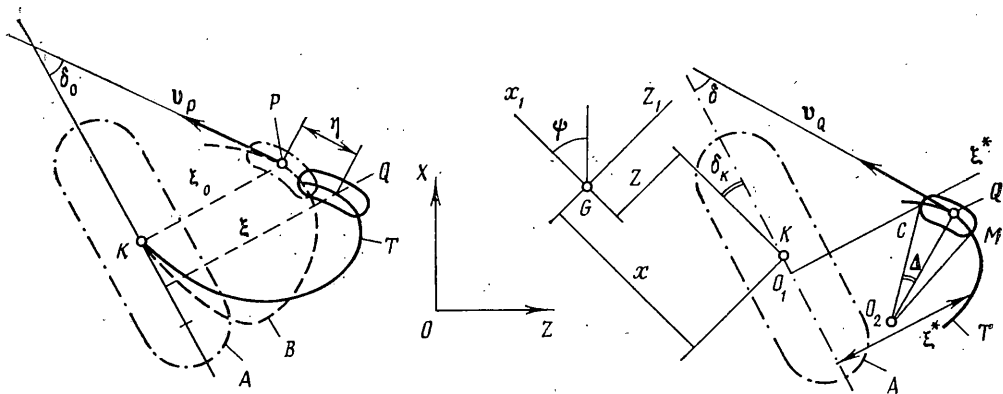
Дифференциальные уравнения боковой деформации и угла увода выведем с помощью метода [2].

Координаты точек  $Q$  и  $K$  в неподвижной системе координат  $xOz$ :

$$\begin{aligned} x_Q &= x_k + \xi \sin(\psi + \delta_k) - \eta \cos(\psi + \delta_k) \cos \delta_0 \\ z_Q &= z_k + \xi \cos(\psi + \delta_k) + \eta \sin(\psi + \delta_k) \cos \delta_0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$x_k = x_g + x \cos \psi + z \sin \psi \quad (1.2)$$

$$z_k = z_g - x \sin \psi + z \cos \psi$$



Фиг. 1

где  $x_g$  и  $z_g$  — координаты центра масс экипажа,  $x$  и  $z$  — координаты точки  $K$  в системе координат, связанной с экипажем. Дифференцируя (1.1) с учетом (1.2) и  $x_g = v_x \cos \psi + v_z \sin \psi$ ,  $z_g = v_z \cos \psi - v_x \sin \psi$ , где  $v_x$  и  $v_z$  — проекции скорости центра масс экипажа на связанные оси координат, получим

$$\begin{aligned}
 x_Q \dot{} &= [v_x + z\dot{\psi} + \xi \dot{} \sin \delta_k + \xi (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_k - \eta \dot{} \cos \delta_0 \cos \delta_k + \\
 &+ \eta \sin \delta_k (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 + \eta \cos \delta_k \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}] \cos \psi + [v_z - \\
 &- x\dot{\psi} + \xi \dot{} \cos \delta_k - \xi (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \sin \delta_k + \eta \dot{} \sin \delta_k \cos \delta_0 + \eta \cos \delta_k (\dot{\psi} + \\
 &+ \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 - \eta \sin \delta_k \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}] \sin \psi \\
 z_Q \dot{} &= [v_z - x\dot{\psi} + \xi \dot{} \cos \delta_k - \xi \sin \delta_k (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) + \\
 &+ \eta \dot{} \sin \delta_k \cos \delta_0 + \eta \cos \delta_k (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 - \\
 &- \eta \sin \delta_k \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}] \cos \psi + [-v_x - z\dot{\psi} - \xi \dot{} \sin \delta_k - \\
 &- \xi \cos \delta_k (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) + \eta \dot{} \cos \delta_k \cos \delta_0 - \eta \sin \delta_k (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 - \\
 &- \eta \cos \delta_k \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}] \sin \psi
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Обозначая выражения в квадратных скобках в (1.3) при  $\cos \psi$  и  $\sin \psi$  соответственно через  $D$  и  $E$  и учитывая, что  $dx_Q/dz_Q = -\text{ctg}(\psi + \delta_k - \delta)$ , получим  $\text{tg}(\delta - \delta_k) = E/D$  или

$$\begin{aligned}
 \xi \dot{} &= [F - U \text{tg}(\delta - \delta_k)] [\text{tg} \delta_k \text{tg}(\delta - \delta_k) - 1]^{-1} \\
 F &= (v_z - x\dot{\psi}) / \cos \delta_k + [\eta \dot{} \cos \delta_0 - \\
 &- \xi (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) - \eta \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}] \text{tg} \delta_k + \eta (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 \\
 U &= (v_x + z\dot{\psi}) / \cos \delta_k + \xi (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) + \\
 &+ \eta (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k) \cos \delta_0 \text{tg} \delta_k - \eta \dot{} \cos \delta_0 + \eta \sin \delta_0 \dot{\delta}_0 \dot{}
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Соотношение (1.4) есть уравнение кинематической связи для определения величины боковой деформации по кинематическим параметрам экипажа и углу увода.

Для определения уравнения для угла увода воспользуемся гипотезой Келдыша [1], согласно которой величина, обратная радиусу кривизны ( $R$ ) траектории центра пятна контакта, пропорциональна боковой деформации и углу увода ( $v_Q$  — скорость точки  $Q$ ):

$$R^{-1} = (\dot{\psi} + \dot{\delta}_k - \dot{\delta}) / v_Q = \alpha (\xi + \eta \sin \delta_0) + \beta \dot{\delta}$$

Так как  $v_Q = x_Q \dot{} / \cos(\psi + \delta_k - \delta)$ , то уравнение для определения угла увода будет иметь вид

$$\dot{\delta} = -x_Q \dot{} [\alpha (\xi + \eta \sin \delta_0) + \beta \dot{\delta}] / \cos(\psi + \delta_k - \delta) + \dot{\psi} + \dot{\delta}_k \tag{1.5}$$

где  $x_0^*$  вычисляется по (1.3),  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты пропорциональности [3].

Таким образом, (1.4) и (1.5) являются уравнениями неголономных связей катящегося по твердому основанию колеса, снабженного упругим пневматиком при управлении в тормозном или тяговом режимах.

**2. Определение кинематических параметров модели.** Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  необходимо определять из динамических экспериментов. Применяя другой метод получения уравнения (1.5), покажем, что величины  $\alpha$  и  $\beta$  можно определять, располагая данными более простых статических экспериментов — продольной жесткости колеса  $K_1$ , законов изменения боковой и продольной деформаций по длине дуги средней линии недеформированного пневматика [4]:  $\xi^* = \xi_c \exp(-s/L)$ ,  $\eta^* = \eta_c \exp(-s/J)$ , где  $\xi_c$  и  $\eta_c$  — боковая (при  $\eta=0$ ) и продольная (при  $\xi=0$ ) деформации пневматика в точке  $C$  (фиг. 1),  $\xi^*$  и  $\eta^*$  — деформации средней линии пневматика в точке, не лежащей на опорной поверхности,  $L$  и  $J$  — коэффициенты, определяемые экспериментально [4].

Введем обозначения (фиг. 1):  $v_c$ ,  $v_Q$  и  $v_M$  — векторы скоростей точек  $C$ ,  $Q$  и  $M$  на отрезке средней линии пневматика, лежащем на опорной поверхности, ось  $O_1 \xi^*$  системы координат  $O_1 x^* \xi^*$  проходит через точку  $C$  перпендикулярно плоскости качения ненаклоненного колеса, точка  $O_2$  — мгновенный центр поворота площади отпечатка,  $\xi$  и  $\eta$  — боковая и продольная деформации точки  $Q$ ,  $s$  — длина дуги средней линии деформированного пневматика, отсчитываемая от точки  $C$ ,  $\Delta$  — угол между векторами  $v_c$  и  $v_Q$ ,  $R$  — радиус кривизны средней линии отпечатка.

Если к колесу одновременно приложены боковая и продольная  $P_1$  (по вектору  $v_Q$ ) силы, то боковая деформация  $\xi_1^*$  средней линии пневматика будет  $\xi_1^* = \xi^* + \eta^* \exp(-s/L)$ . Так как  $\xi_c = \xi + \frac{1}{2}l \sin \delta$  (фиг. 1), то

$$\xi_1^* = [\xi + (\frac{1}{2}l + P \exp(-s/J)/K_1) \sin \delta] \exp(-s/L)$$

где  $K_1$  — жесткость колеса в направлении действия силы  $P_1$ . Из фиг. 1, 2 ( $KB = l(\cos \delta)/2$ ,  $O_1 B = \eta \cos \delta$ ) следует  $-\operatorname{tg}(\Delta - \delta) = (d\xi_1^*/dx^*)_{x^*=0}$ . Из фиг. 2  $(dy^*/dx^*)_{x^*=0} = \operatorname{tg} \mu = (l - 2\eta)(d^2 - l^2)^{-1/2}$ , откуда  $(ds/dx^*)_{x^*=0} = [(d^2 + 4\eta^2 - 4l\eta \cos \delta)/(d^2 - l^2 \cos^2 \delta)]^{1/2}$ .

где  $l$  — длина дуги средней линии отпечатка,  $d$  — диаметр необжатого пневматика.

Находя из выражения для  $\xi_1^*$  производную  $d\xi_1^*/ds$ , получим

$$\operatorname{tg}(\Delta - \delta) = [(L+J)P_1 \sin \delta + (\xi + \frac{1}{2}l \sin \delta)K_1 J] H / K_1 L J$$

$$H = [(d^2 + 4\eta^2 - 4l\eta \cos \delta)/(d^2 - l^2 \cos^2 \delta)]^{1/2}$$

Из фиг. 1 имеем  $\Delta = l/2R$ . Так как  $R^{-1} = (\psi^* + \delta_k^* - \delta^*)v_Q$ , то  $\Delta = l \times (\psi^* + \delta_k^* - \delta^*)/2v_Q$  и

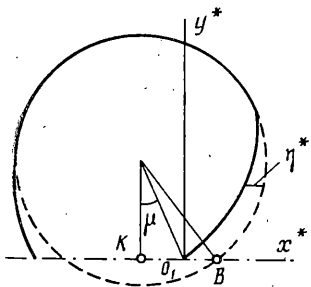
$$\delta^* = \alpha v_Q (\xi + \eta \sin \delta_0) + \beta v_Q \delta + \psi^* + \delta_k^* \quad (2.1)$$

$$\alpha = -2H/L, \quad \beta = -2\{1 + [(L+J)P_1/(LJK_1) + l/2L]H\}/l$$

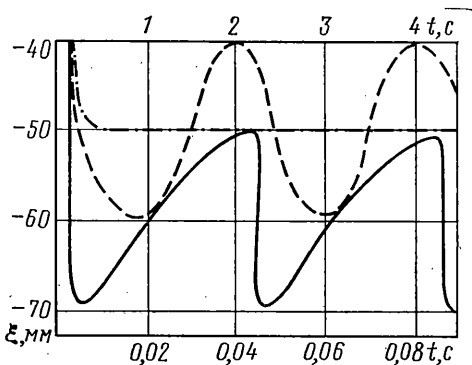
Возможны и другие способы определения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ . В [3] показано, что для этого необходимо знать боковую жесткость колеса и производную от боковой силы на колесе по углу увода при нулевом угле увода, которую можно получить на беговом барабане. Ниже будет изложен метод вычисления величин  $\alpha$  и  $\beta$  упругого колеса, если известен закон изменения боковой деформации от расстояния, пройденного колесом при качении его с постоянным углом установки относительно бегового барабана. Эксперимент производится следующим образом. На неподвижный беговой барабан (или плоскую беговую дорожку) устанавливается колесо под некоторым углом к направлению движения и нагружается вертикальной силой. Затем начинается качение колеса и снимается зависимость боковой силы (боковой деформации) от пройденного колесом расстояния.

В [4] экспериментально установлено, что эта зависимость имеет вид

$$\xi(x') = \xi_\infty [1 - \exp(-x'/L)] \quad (2.2)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

где  $\xi_\infty$  — установившееся значение боковой деформации,  $x'$  — путь, пройденный колесом от начала качения,  $L$  — экспериментальный коэффициент.

Покажем как, исходя из зависимости (2.2), с помощью известной из стендовых испытаний на беговом барабане величины  $Z^0 = (dZ/d\delta)_{\delta=0}$  ( $Z$  — боковая сила) и боковой жесткости колеса  $K_1$ , получить величины  $\alpha$  и  $\beta$ . Для этого смоделируем переходный процесс (2.2). Для получения решения в общем виде линеаризуем соотношения (1.4) и (2.1) в применении к условиям приведенного эксперимента, полагая  $\delta_k = 0$ ,  $\eta = 0$ ,  $\delta_0 = 0$ ,  $\cos \psi = 1$ ,  $\sin \psi = \psi$ ,  $x = 0$ ,  $Z = 0$ ,  $\psi = 0$ .

Тогда уравнения для определения боковой деформации и угла увода есть

$$\dot{\xi} = v_z + v_x \delta, \quad \dot{\delta} = v_x \alpha \xi + v_x \beta \delta \quad (2.3)$$

Решение системы (2.3) относительно боковой деформации

$$\xi = -(v_z/v_x) (\beta/\alpha) + C_1 \exp(p_1 t) + C_2 \exp(p_2 t) \quad (2.4)$$

$$C_1 = v_z (v_x \beta - p_1) / (p_1 (p_1 - p_2))$$

$$C_2 = v_z (v_x \beta - p_2) / (p_2 (p_2 - p_1))$$

$$p_1 = v_x [\beta/2 + (\beta^2/4 + \alpha)^{1/2}]$$

$$p_2 = v_x [\beta/2 - (\beta^2/4 + \alpha)^{1/2}]$$

Как показывают расчеты для авиационных колес переходный процесс по боковой деформации в основном определяется вторым слагаемым в (2.4), так как абсолютная величина  $p_2$  очень большая и третье слагаемое затухает практически мгновенно. По этой причине решение системы (2.3) можно представить приближенно  $\xi = -\beta v_z [1 - \exp(p_1 t)] / (\alpha v_x)$ , или, переходя к независимой переменной  $x$  с учетом  $dx/dt = v_x$ :

$$\xi = -(\beta v_z / \alpha v_x) [1 - \exp(p_1 x / v_x)] \quad (2.5)$$

Сравнивая (2.2) с (2.5), получим  $L^{-1} = -\beta/2 - (\beta^2/4 + \alpha)^{1/2}$ . При установившемся малом угле увода траектория центра пятна контакта — есть прямая линия, поэтому  $\beta = -\alpha Z^0 / K$ , где  $K$  — боковая жесткость пневматика. Откуда следует

$$\alpha = K [L(LK + Z^0)]^{-1}, \quad \beta = -Z^0 [L(LK + Z^0)]^{-1} \quad (2.6)$$

Сравнение результатов расчета величин  $\alpha$  и  $\beta$  по формулам, приведенным в [3], (2.6) и по выражениям, входящим в (2.4) для авиационных колес, характеристики которых приведены в [2], показывает, что все они дают практически одинаковые результаты.

**3. Анализ неголономных колебаний.** Анализ влияния циклического торможения или циклического тягового усилия на боковую деформацию колеса можно выполнить по уравнениям (1.4) и (2.1). Для упрощения соответствующего анализа линеаризуем эти уравнения и будем рассматривать процесс возникновения боковой деформации пневматика при мно-

венном отклонении колеса на некоторый угол  $\delta_k$ . При этом полагаем, что ось колеса, вокруг которой произведен этот поворот, зажата, т. е.  $v_x=0$ ,  $\psi^*=0$  и  $\delta_k^*=0$ . В этом случае уравнения (1.4) и (2.1) примут вид

$$\xi^* = (v_x - \eta^*) \delta - v_x \delta_k, \quad \delta^* = -(v_x - \eta^*) (\alpha \xi + \beta \delta) \quad (3.1)$$

Из уравнений (3.1) следует, что основное влияние на процесс образования боковой деформации и угла увода пневматика оказывает скорость продольной деформации. При этом скорость продольной деформации изменяет скорость перемещения центра колеса относительно средней точки пятна контакта, а эта скорость играет определенную роль в процессе образования боковой и угловой деформаций колеса.

Если  $v_x = \text{const}$  и  $\eta^* = \text{const}$ , то (3.1) есть система с постоянными коэффициентами и в этом случае решение системы (3.1) при  $\alpha = 12M^{-2}$  и  $\beta = 6M^{-1}$  при начальных условиях  $\xi(t_0) = \xi_0$  и  $\delta(t_0) = \delta_0$  имеет вид

$$\begin{aligned} \delta &= D_v + E_v [(\delta_0 - D_v) \cos \varphi_v - 3^{1/2} (\delta_0 + 4\xi_0 + D_v) \sin \varphi_v] \\ \xi &= -D_v/2 + E_v [(\xi_0 + D_v/2) \cos \varphi_v + 3^{-1/2} (\delta_0 + 3\xi_0 + D_v/2) \sin \varphi_v] \\ D_v &= v_x \delta_k / v_x', \quad E_v = \exp(-3v_x' \Delta t) \\ \varphi_v &= 3^{1/2} v_x' \Delta t, \quad v_x' = v_x - \eta^*, \quad \Delta t = t - t_0 \end{aligned}$$

Рассмотрим явление возбуждения неголономных колебаний боковой ( $\xi$ ) и угловой ( $\delta$ ) деформаций колеса для циклических процессов образования продольной деформации, моделируемых соотношениями

$$\begin{aligned} \eta &= v_x t (N/M) - \eta_+ K (N+1) / M, \quad K_\eta (N+1) K \leq t \leq K_\eta (K(N+1) + M) \quad (3.2) \\ \eta &= -v_x M t + \eta_+ (N+1) (K+1) M / N, \quad K_\eta (K(N+1) + M) < t \leq (K+1) (N+1) K_\eta \end{aligned}$$

где  $\eta_+$  — максимальное значение продольной деформации, определяемое максимальным тормозным моментом колеса,  $K_\eta = \eta_+ / (v_x \cdot N)$  — время полного затормаживания или растормаживания колеса при циклическом торможении,  $N$  — множитель, показывающий, во сколько раз скорость затормаживания (растормаживания) больше (меньше) скорости движения центра колеса,  $M$  — величина, определяющая соотношение между процессами затормаживания и растормаживания. Если  $M=N$ , то скорость затормаживания равна скорости движения центра колеса, а скорость растормаживания в  $N$  раз больше (первый случай). Если  $M=1$ , то наоборот (второй случай).  $K$  — номер цикла торможения, нумерация начинается с  $t=0$ ,  $K=0, 1, \dots$

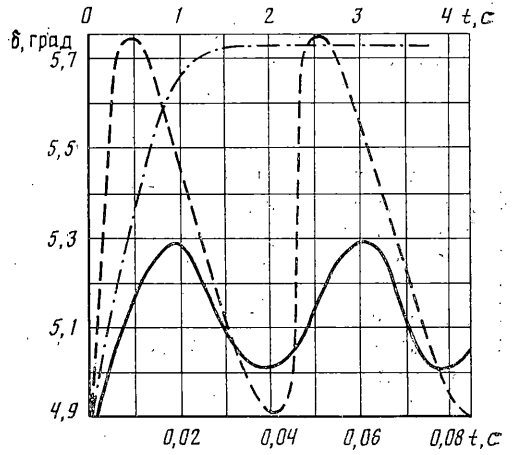
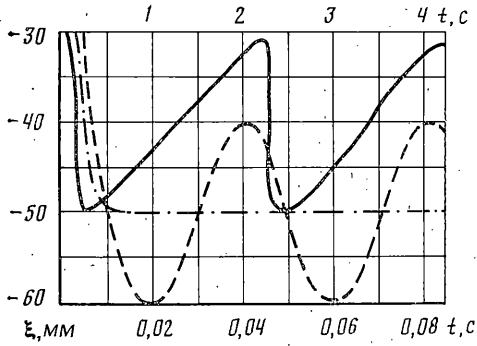
Обозначим моменты времени начала затормаживания, конца затормаживания (начала растормаживания) и конца растормаживания  $i$ -го цикла через  $t_{i-1}$ ,  $t_i$  и  $t_{i+1}$  соответственно. На каждом из интервалов согласно (3.2) скорость продольной деформации остается постоянной, поэтому воспользуемся приведенным выше решением системы (3.1). Будем полагать  $v_x = 10$  м/с и  $\delta_k = 0,1$ . Решение на каждом интервале припасовывалось к решению на предыдущем интервале.

Рассмотрим первый случай. На интервале  $(t_{i-1}, t_i)$ :  $v_x - \eta^* = 0$ ,  $t_i - t_{i-1} = 0,02$  с,  $\delta_i = \delta_{i-1}$  и  $\xi_i = \xi_{i-1} - 0,2\delta_k$ .

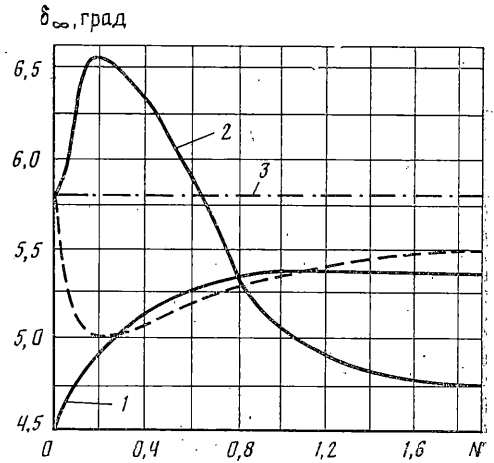
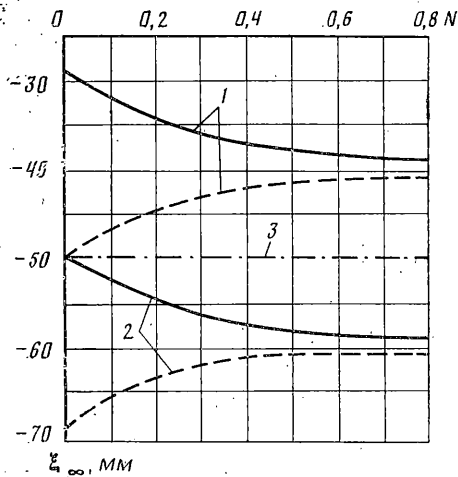
На интервале  $(t_i, t_{i+1})$ :

$$\begin{aligned} v_x - \eta^* &= v_x (N+1), \quad t_{i+1} - t_i = 0,2 / (N \cdot v_x) \\ \delta_{i+1} &= D_N + E_N [(\delta_i - D_N) \cos \varphi_N - 3^{1/2} (\delta_i + 4\xi_i + D_N) \sin \varphi_N] \\ \xi_{i+1} &= -D_N/2 + E_N [(\xi_i + D_N/2) \cos \varphi_N + 3^{-1/2} (\delta_i + 3\xi_i + D_N/2) \sin \varphi_N] \\ D_N &= \delta_k / (N+1), \quad E_N = \exp(-0,6(N+1)/N) \\ \varphi_N &= 0,3464(N+1)/N \end{aligned}$$

На фиг. 3–5 представлены результаты расчетов переходных процессов, которые подтверждают наличие неголономных колебаний в пневматике при циклическом торможении. При этом следует отметить, что связь колебаний продольной и боковой деформаций пневматика является однонаправленной. Другими словами продоль-



Фиг. 4



Фиг. 5

ная деформация может вызвать (при наличии угла увода или боковой деформации) боковую, а обратное невозможно, поскольку эта связь является параметрической, а не кинематической.

На фиг. 3 представлены колебания боковой деформации для первого случая циклического торможения. Штрих-пунктирной линией обозначен переходный процесс при  $\eta^* = 0$ . Штриховой — для  $N = 1$  и сплошной — для  $N = 0,01$ . На всех фигурах верхняя ось времени относится к  $N = 0,01$ , а нижняя — к  $N = 1$ . Аналогичные обозначения кривых введены на фиг. 4, где представлены неголономные колебания по боковой деформации и углу увода для второго случая циклического торможения. Если сравнить результаты расчетов, приведенные на фиг. 3 и 4, то можно сказать следующее. При одинаковых скоростях затормаживания и растормаживания колеса ( $N = 1$ ) неголономные колебания боковой деформации происходят относительно среднего значения, совпадающего со значением установившейся боковой деформации при  $\eta^* = 0$ . При появлении несимметрии в циклическом торможении, когда время затормаживания начинает отличаться от времени растормаживания, появляется смещение средних значений деформаций при неголономных колебаниях. При увеличении времени растормаживания по сравнению с временем затормаживания среднее значение боковой деформации при неголономных колебаниях увеличивается (фиг. 3), а при уменьшении — уменьшается (фиг. 4). На фиг. 5 показано изменение максимальных (кривые 1) и минимальных (кривые 2) значений боковой деформации при неголономных колебаниях от величины  $N$ . Штриховые линии относятся к первому случаю, а сплошные — ко второму. Поскольку на фиг. 5 штриховая кривая одна, следовательно это означает, что в первом случае циклического торможения неголономных колебаний по углу увода не возникает (величины максимумов и минимумов совпадают), а во втором случае среднее значение имеет максимум при  $N \approx 0,3$ , совпадающий с установившимся углом увода при  $\eta^* = 0$ . Следует отметить, что во втором случае имеется такое значение  $N$ , при котором неголономных колебаний угла увода не происходит (точка пересечения сплошных кривых 1 и 2 на фиг. 5).

Таким образом, теоретически показано существование нового явления — возбуж-

дение колебаний боковой деформации катящегося пневматика при циклическом торможении (неголономные колебания). Явление это возникает благодаря наличию неголономных связей (дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы), в которые скорость продольной деформации пневматика входит в качестве параметра. Механическая интерпретация этого явления такова. Переходный процесс в пневматике протекает тем быстрее, чем больше скорость движения колеса, т. е. чем больше скорость движения центра колеса относительно неподвижной в данный момент времени точки пятна контакта пневматика с опорной поверхностью. Скорость продольной деформации пневматика приводит к изменению этой скорости и следовательно к изменению скорости протекания переходного процесса. Периодические изменения скорости продольной деформации колеса приводят к периодическому изменению боковой деформации. Циклическое торможение при определенных соотношениях между интервалами затормаживания и растормаживания приводит к изменению характеристик устойчивости и управляемости экипажей, поскольку средние значения боковой и угловой деформаций пневматика отличаются от установившихся значений деформаций при отсутствии циклического торможения. Частота неголономных колебаний боковых деформаций совпадает с частотой колебаний продольных деформаций. Законов торможения, приводящих к неограниченному возрастанию амплитуд колебаний боковых деформаций (параметрический резонанс в неголономной системе) обнаружить пока не удалось, хотя такое явление представляет большой практический интерес. Изложенное явление требует дальнейшего изучения, в том числе и экспериментального. Полученную теоретическую модель можно применять например для изучения колебаний шасси самолета в условиях работы автомата антиюза.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Келдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси // Тр. ЦАГИ. 1945. № 564. 34 с.
2. Санников В. А. Метод определения кинематических связей свободно катящегося колеса, снабженного упругим пневматиком // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 3. С. 78–81.
3. Морозов Б. И., Катанев Н. Т., Шишацкий А. И., Брылев В. В. Математическое выражение движения автомобильного колеса с неустановившимся уводом // Автомобильная промышленность. 1972. № 12. С. 28–30.
4. Smiley R. F., Horne B. W. Mechanical properties of pneumatic tires with special reference to modern aircraft tires NASA. 1960. Techn. report R-64. 58 p.

Рига

Поступила в редакцию  
23.XI.1987